5.10

$e^c_{x, p_x} = -(1 - S_x)\sigma$ $\qquad S_x = \frac{p_x X}{I}$ → quota reddito spese nel bene x

↳ elasticità della domanda compensata rispetto al prezzo di x

(a) dimostrare $e_{x,p_x} + e_{y,p_y} = -2$

1. slutsky (il risultato ci porta alla compensata)

$e_{x,p_x} = e^c_{x,p_x} - S_x \underbrace{e_{x,I}}_{1 \text{ (omotetico)}}$; calcola $e_{x,p_x} = -(1 - S_x) - S_x(1)$; $= -1$

calcoliamo y (per simmetria) = -1

somma finale $e_{x,p_x} + e_{y,p_y} = -1 + (-1) = -2$

(b) formula generale: $e_{x p_x} + e_{y p_y} = -(\sigma + 1)$

caso $\sigma > 1$: $-(\sigma+1) < -2 \equiv e_{x p_x} + e_{y p_y} < -2$ ⇒ molto sostituibili

caso $\sigma < 1$: $-(\sigma+1) > -2 \equiv e_{x p_x} + e_{y,p_y} > -2$ ⇒ poco

5.12

$U = x + \ln y$

(a) INCOME EFFECT + ELASTICITY

1. MARSHALL

$p_x X + p_y y = I$

$MU_x = 1 \quad MU_y = \frac{1}{y} \Rightarrow \frac{1}{1/y} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow y = \frac{p_x}{p_y}$

troviamo x dal vincolo $x = \frac{I - p_y \frac{p_x}{p_y}}{p_x} = \frac{I}{p_x} - 1$

⇒ domanda marshalliana

2. INCOME EFFECT

derivata rispetto I $\frac{\partial x}{\partial I} = \frac{1}{p_x} > 0$; $\frac{\partial y}{\partial I} = 0$

3. INCOME ELASTICITIES

$e_{x,I} = \frac{\partial x}{\partial I} \cdot \frac{I}{x}$; $e_{x,I} = \frac{1}{p_x} \frac{I}{\frac{I}{p_x} - 1} = \frac{I}{I - p_x}$; $e_{y,I} = 0$

(b) EFFETTO SOSTITUZIONE

1. condizione di ottimo $y = \frac{p_x}{p_y}$

vincolo utilità $x = u - \ln y$

sostituisci y $x^H = u - \ln\left(\frac{p_x}{p_y}\right)$; $y^H = \frac{p_x}{p_y}$

2. EFFETTO SOSTITUZIONE

$\frac{\partial y^H}{\partial p_y} = -\frac{p_x}{p_y^2}$ ⇒ negativo

3. ELASTICITÀ COMPENSATA

$e^c_{y,p_y} = \frac{\partial y^H}{\partial p_y} \frac{p_y}{y} = -1$

$x^H = u - \ln(p_x) + \ln(p_y) \quad \frac{\partial x^H}{\partial p_x} = -\frac{1}{p_x} \Rightarrow e^c_{x,p_x} = -\frac{1}{p_x} \frac{p_x}{x^H} = -\frac{1}{x^H}$

(c) SLUTSKY $\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{\partial x^H}{\partial p_x} - x \frac{\partial x}{\partial I}$; $x \frac{\partial x}{\partial I} = \left(\frac{I}{p_x} - 1\right) \frac{1}{p_x} = \frac{I}{p_x^2}$

(d) SLUTSKY ELASTICITY $e_{x,p_x} = e^c_{x p_x} - S_x e_{x,I}$ ⇒ $e_{y,p_y} = e^c_{y,p_y}$

- Ex 4 — Pr. 6.1

$U(m, s) = m \cdot s$

a) show that $\partial s / \partial p_m = 0$ if $m \uparrow$

1. MARSHALLIANA ↳ domanda domanda ordinaria (dipende da I)

max ms

S.V $p_m M + p_s S = I$

N.B

MARSH. - massimizzare utilità dato il reddito
↳ descrive la scelta reale del consumatore nel mercato

≠ HICK. - minimiz. spesa per raggiungere tot. $\bar{U}$
↳ serve x isolare effetto sostituzione

2. FOC $\mathcal{L} = ms + \lambda(I - p_m M - p_s S)$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m} = s - \lambda p_m = 0$; $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s} = m - \lambda p_s = 0$; $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = I - p_m M - p_s S = 0$

$s = \lambda p_m$ $\quad$ $m = \lambda p_s$

$\frac{s}{m} = \frac{p_m}{p_s}$

$\Rightarrow$ SE $MRS > p_x/p_y$ – stai consumando poco $\frac{m}{s}$
$\quad <$ — "

FOC: servono a trovare punto di ottimo

3. Sostituiamo nel vincolo $s = m \frac{p_m}{p_s}$

$p_m M + p_s \left(m \frac{p_m}{p_s}\right) = I$

$m^* = \frac{I}{2p_m}$ $\quad$ $s^* = \frac{I}{2p_s}$ $\Rightarrow$ ogni bene dipende solo dal proprio prezzo $\Rightarrow \partial s / \partial p_m = 0$

se $m \uparrow$ non intocca s

(b) $\partial s / \partial p_m = 0$ [stesso ragionamento]

(c) $\partial m / \partial p_s = 0$

1. SLUTSKY

$\frac{\partial s}{\partial p_m} = \frac{\partial h_s}{\partial p_m} - m \frac{\partial s}{\partial I}$; sappiamo che la derivata tot $= 0$; $0 = \frac{\partial h_s}{\partial p_m} - m \frac{\partial s}{\partial I}$; $\frac{\partial h_s}{\partial p_m} = m \frac{\partial s}{\partial I}$

$\frac{\partial m}{p_s} = \frac{\partial h_m}{\partial p_s} - s \frac{\partial m}{\partial I} \Rightarrow \frac{\partial h_m}{\partial p_s} = s \frac{\partial m}{\partial I}$

2. SIMMETRIA $\frac{\partial h_s}{\partial p_m} = \frac{\partial h_m}{\partial p_s} \Rightarrow m \frac{\partial s}{\partial I} = s \frac{\partial m}{\partial I} \Rightarrow$ effetto reddito condotti sono identici

(d) dimostrazione esplicita (c) : $m = \frac{I}{2p_m}$; $\frac{\partial m}{\partial I} = \frac{1}{2p_m}$; $s = \frac{I}{2p_s}$; $\frac{\partial s}{\partial I} = \frac{1}{2p_s}$

1. CALCOLA GLI EFFETTI REDDITO SLUTSKY

$m \frac{\partial s}{\partial I} = \frac{I}{2p_m} \cdot \frac{1}{2p_s} = \frac{I}{4p_m p_s}$

$\rightarrow$ sono identici

$s \frac{\partial m}{\partial I} = \frac{I}{2p_s} \cdot \frac{1}{2p_m} = \frac{I}{4p_m p_s}$

$U(x,y,z) = -\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z}$; $x = \frac{I}{p_x + \sqrt{p_x p_y} + \sqrt{p_x p_z}}$ $y = \frac{I}{p_y + \sqrt{p_y p_x} + \sqrt{p_y p_z}}$ $z = \frac{I}{p_z + \sqrt{p_z p_x} + \sqrt{p_z p_y}}$

(a) gross substitutes or complements? se $\frac{\partial x}{\partial p_y} > 0$ GROSS SUB. $\frac{\partial x}{\partial p_y} < 0$ COMP.

$x = \frac{I}{\text{Domanda}}$; $x = I D^{-1}$; $\frac{\partial x}{\partial p_y} = -I D^{-2} \frac{\partial D}{\partial p_y}$ => DERIVIAMO D rispetto p_y = $\frac{\partial D}{\partial p_y} > 0 \equiv \frac{1}{2} \frac{p_x}{\sqrt{p_x p_y}}$

segno: $I > 0$; $D^{-2} > 0$; $-\frac{\partial D}{\partial p_y} > 0$ => $\frac{\partial D}{\partial p_y} < 0$ [quando $p_y \uparrow$ $x \downarrow$ = G. COMPLEMENTS]

(b) PK SONO NET SUBSTITUTES? CIOÈ $\partial h_x / \partial p_x > 0$ h_x = domanda hicksiana

- LEMMA SHEPHARD $h_x(p,u) = \frac{\partial e(p,u)}{\partial p_x}$: se conosco la funzione di spesa e, posso trovare la hicksiana

$\frac{\partial h_x}{\partial p_x} = \frac{\partial^2 e}{\partial p_y \partial p_x}$

1. SCRIVO FUNZIONE DI SPESA

$e(p,u) = -\frac{(\sqrt{p_x} + \sqrt{p_y} + \sqrt{p_z})^2}{u}$; $e = -\frac{1}{u} A^2$; $\frac{\partial e}{\partial p_x} = -\frac{1}{u} \cdot 2A \cdot \frac{1}{2\sqrt{p_x}}$ => $h_x = -\frac{A}{u\sqrt{p_x}}$

deriva rispetto a p_y $\frac{\partial h_x}{\partial p_y} = -\frac{1}{u\sqrt{p_x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{p_y}}$

2. SEGNI $u < 0$; $-1/u > 0$; radici positive => tutto positivo = NET SUB.

(c) GROSS/NET SUB/COMPL.?

$u(x,y) = \min(x,y)$ -> preferenze a perfetti complementi

1. MARSHALLIANA

max $\min(x,y)$

s.v $p_x x + p_y y = I$

=> con perfetti complementi $x = y$, $p_x x + p_y x = I$, $x = \frac{I}{p_x + p_y}$; $y = \frac{I}{p_x + p_y}$

2. GROSS RELATIONSHIP (é l'effetto totale)

$\frac{\partial x}{\partial p_y} = -\frac{I}{(p_x + p_y)^2}$ => negative : GROSS COMPLEMENTS

3. NET RELATIONSHIP (solo effetto sostituzione

$x = y = \bar{u}$ -> non dipende dai prezzi => $\frac{\partial h_x}{\partial p_y} = 0$ ≡ NET COMPLEMENTS (no sostituibilità)

sostituti lordi -> se $\uparrow x$ allora $y \uparrow$
≠ Complementi

(d) $u(x,y) = x + y$ -> forma dei perfetti sostituti

1. PROBLEMA CONSUMATORE max $x + y$ s.v $p_x x + p_y y = I$;

$MRS = \frac{1}{1} = \frac{p_x}{p_y}$ -> soluzione ad angolo ; scelta ottimale $\frac{MU_x}{p_x} = \frac{1}{p_x}$, $\frac{MU_y}{p_y} = \frac{1}{p_y}$

1 CASO: $p_x < p_y$ (x più conveniente) $x(p_x, p_y, I) = \frac{I}{p_x}$, $y = 0$

2 CASO: $p_y < p_x$ $x = 0$; $y = \frac{I}{p_y}$

3 CASO: $p_x = p_y$ -> indifferente

=> Supponiamo $p_x < p_y$, domanda $y \uparrow$ quando $p_x \uparrow$ => GROSS SUBSTITUTES

non c'è complementarietà perché non c'è motivo di consumarli insieme

- NET - 1. FUNZIONE SPESA min $p_x x + p_y y$ s.v $x + y = u$; $e = u \min(p_x, p_y)$

SE $p_x < p_y$ $h_x = u$ $h_y = 0$ -> $\partial h^x / \partial p_y > 0$ => NET SUBSTITUTES

(e) $u(x,y) = x^{1/2} y^{1/2}$

$\max x^{1/2} y^{1/2}$; $MRS = \frac{y}{x} = \frac{p_x}{p_y}$; $y = x \frac{p_x}{p_y}$; $p_x x + p_y \left(x \frac{p_x}{p_y}\right) = I$

s.v. $p_x x + p_y y = I$

$x^* = \frac{I}{2p_x}$; $y^* = \frac{I}{2p_y}$

Sono sostituti lordi se $\frac{\partial x^*}{\partial p_y} > 0$

complementi lordi $\frac{\partial x^*}{\partial p_y} < 0$

-> risultati $= 0$ - effetto incrociato è nullo né sostituti né complementi

- NET SUBST. - avendo già x^* e y^* e non dipendono l'uno dall'altro:

$\frac{\partial x^*}{\partial p_y} = 0$; $\frac{\partial y^*}{\partial p_x} = 0$ EFFETTO INCROCIATO MARSHALLIANO $= 0$

1. COSTRUIRE FUNZIONE SPESA

min $p_x x + p_y y$

s.v. $x^{1/2} y^{1/2} = u$, $y = \frac{u^2}{x}$ -> $p_x x + p_y \frac{u^2}{x}$ -> $\frac{\partial c}{\partial x} = p_x - p_y \frac{u^2}{x^2}$; $x = u\sqrt{\frac{p_y}{p_x}}$ & $y = u\sqrt{\frac{p_x}{p_y}}$

$e(p_x, p_y, u) = p_x x + p_y y = p_x u \sqrt{\frac{p_y}{p_x}} + p_y u \sqrt{\frac{p_x}{p_y}} \equiv e = 2u\sqrt{p_x p_y}$

2. LEMMA SHEPHARD

$h_x = \frac{\partial e}{\partial p_x} = u\sqrt{\frac{p_y}{p_x}}$ $\qquad$ $h_y = \frac{\partial e}{\partial p_y} = u\sqrt{\frac{p_x}{p_y}}$

-> derivata incrociata $\frac{\partial h_x}{\partial p_y} = u \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{p_x p_y}} > 0$ simmetricamente $\frac{\partial h_y}{\partial p_x} > 0$ => NET SUBSTITUTES

Ex 6 — Pr 7.1

$W_0 = 1\,000\,000$ $u(W) = \ln(W)$ → funzione log. - UM decrescente, risk averse

Even money Bet (se vince guadagna 100 000 / se perde) $EU(\text{scommessa}) \geq u(W_0)$?

1. Utilità senza scommessa $u(1\,000\,000) = \ln(1\,000\,000)$
2. scrivere l'utilità attesa della scommessa $EU = p\ln(1\,100\,000) + (1-p)\ln(900\,000)$ p = probabilità vittoria
3. condizione d'indifferenza $p\ln(1\,100\,000) + (1-p)\ln(900\,000) = \ln(1\,000\,000)$

calcolo ln e sviluppo ≡ $p \cong 0.55$ ⇒ deve credere che ci sia almeno il 55% di probabilità di vincita x accettare

7.3

12 uova ; $p = 50\%$ rottura ; viaggi indipendenti ; viaggi gratuiti

strategie a) 1 viaggio con 12 uova ?

b) 2 " 6 " ?

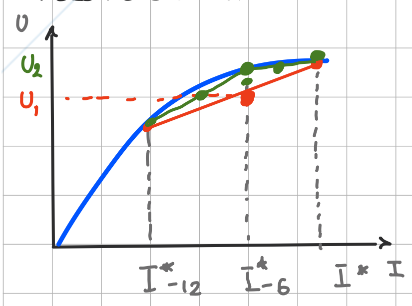
(a) VALORE ATTESO

STRATEGIA 1 - $E = 0.5(12) + 0.5(0) = 6$ ⇒ in media restano 6 uova

2 - $E = 0.25(12) + 0.5(6) + 0.25(0) = 6$ (2 viaggi 2 outcome per ciascuno)

↳ VALORE ATTESO UGUALE MA LA DISTRIBUZIONE DEL RISCHIO È DIVERSA

(b) GRAFICO E UTILITÀ



Con $\bar{U}$ concava vale : $u(6) > \frac{1}{2}u(12) + \frac{1}{2}u(0)$

$EU_2 > EU_1$

⇒ STRATEGIA 2 [riduce variabilità - diversifica rischio]

(c) IPOTESI DI PIÙ VIAGGI ? ⇒ funziona, più dividi : - variabilità, distribuzione più concentrata attorno 6

\+ COSTOSI ? ⇒ bilanciamento costo - rischio

7.4

$W = 20\,000$, 50 - 50 chance , Loss : 10 000 , risk - averse (utilità concava)

(a) ASSICURAZIONE ATTUARIALMENTE EQUA [assicurazione actuarially fair PREMIO = PERDITA ATTESA]

CALCOLO PERDITA ATTESA $E(\text{loss}) = 0.5(10\,000) + 0.5(0) = 5\,000$ ⇒ premio equo

SE SI ASSICURA SE SANO $20\,000 - 5\,000 = 15\,000$

SE MALATO $20\,000 - 10\,000 + 10\,000 - 5\,000 = 15\,000$

SE NON ASSICU. SE SANO 20 000 con $p = 0.5$

MALATO 10 000 $p = 0.5$

⇒ $E(W) = 0.5\,U(20\,000) + 0.5\,U(10\,000) = 15\,000$

preferisce assicurarsi essendo risk - averse con $\bar{u}$ (concava)

$u(15\,000) > 0.5\,u(20\,000) + 0.5\,u(10\,000)$

[Jensen]

NB

$U(W) = W$

$EU = E(W)$

risk - averse $U(E[W]) > E[U(W)]$

confronto : risk neutral - soldi

averse - U

(b) ASSICURAZIONE PARZIALE (copre solo 5000 in caso malattia) $0.5(5\,000) = 2\,500$ pagamento atteso

↳ STATO SANO $20\,000 - 2\,500 = 17\,500$

MALATO $20\,000 - 10\,000 - 2\,500 + 5\,000 = 12\,500$

⇒ un individuo risk - averse preferisce assicurazione completa

7.5

$W = 10\,000$ $U(Y) = \ln(Y)$ Y= quanto effettivamente spende nel viaggio

(a) $p = 0.25$ ↓ 1000 ; $p = 0.75$ no loss ; U ?

1. calcolo l'utilità in ogni stato

$U(Y) = \ln(Y)$ quindi $U(10\,000) = \ln(10\,000) \approx 9.210$

$U(9000) = \ln(9000) \approx 9105$

2. $EU = p_1 U(Y_1) + p_2 U(Y_2)$

$EU = 0.75 \ln(10\,000) + 0.25 \ln(9000) \approx 9.184$ → EU viaggio senza assicurazione

(b) assicurazione actuarially fair

1. PREMIO EQUO: $p \times$ perdita $= 0.25 \cdot 1000 = 250$

2. RICCHEZZA FINALE CON ASSICURAZIONE

CASO 1 (NO LOSS) $Y = 10\,000 - 250 = 9750$

2 (−1000 ma assicurato) $Y = 10\,000 - 1000 - 250 + 1000 = 8750$

3. UTILITÀ CON ASSICURAZIONE

$EU_{(insurance)} = \ln(9750) \approx 9185$

4. CONFRONTO $EU_{(no\ insurance)} \approx 9184 < EU_{(insurance)}$ => Compra assicurazione

N.B. $\ln(Y)$ = concava − risk-averse

(c) max premio ?

1. U con ASSICURAZIONE $Y = 10\,000 - P$; $U = \ln(10\,000 - P)$ [se paga premio e la spesa cambia]

2. CONDIZIONE INDIFFERENZA [max premio é quando le 2 utilità sono uguali]

$\ln(10\,000 - P) = 9.184$

$P_{max} = 260$ $260 > 250$ => compro assicurazione ; $260 - 250$ = RISK PREMIUM

7.7

$p = 50\text{-}50$ $EU = \frac{1}{2}\ln(Y_{NR}) + \frac{1}{2}\ln(Y_R)$

(a)

crop	Y_{NR}	Y_R
w	28	10
c	19	15

quale pianta?

1. EU WHEAT $EU_W = \frac{1}{2}\ln(28\,000) + \frac{1}{2}\ln(10\,000) \cong 9.7245$

2. EU CORN $EU_C = \frac{1}{2}\ln(19\,000) + \frac{1}{2}\ln(15\,000) \approx 9.734$

$EU_C > EU_W$ → pianta corn, w é troppo rischioso → ln − concava − risk averse

(b) divisione campo ?

1. REDDITO SE NR $Y_{NR} = \frac{28\,000 + 19\,000}{2} = 23\,500$

2. REDDITO SE R $Y_R = \frac{10\,000 + 15\,000}{2} = 12\,500$

3. EU

$EU = \frac{1}{2}\ln(23\,500) + \frac{1}{2}\ln(12\,500) \cong 9.749$

4. CONFRONTO $EU_W < EU_C < EU_{W+C}$ => sceglie di dividere il campo, il risk averse preferisce spesso combinazione attività rischiose

(c) percentuali c & w per max U ? Chiamiamo con x = quota wheat ; $1-x$ = quota corn

1. REDDITO NR $Y_{NR} = 28\,000x + 19\,000(1-x) = 19\,000 + 9000x$

2. REDDITO R $Y_R = 10\,000x + 15\,000(1-x) = 15\,000 - 5000x$

3. $EU = \frac{1}{2}\ln(19\,000 + 9000x) + \frac{1}{2}\ln(15\,000 - 5000x)$

4. MASSIMIZZAZIONE $\frac{dEU}{dx} = \frac{1}{2} \frac{9000}{19\,000 + 9000x} - \frac{1}{2} \frac{5000}{15\,000 - 5000x} = 0$

$x \approx 0.44 \rightarrow$ WHEAT $\Rightarrow$ 56% CORN

(d) ASSICURAZIONE $p = 4000$ pago: 8000 solo W

1. REDDITO SOLO W CON ASSICURAZIONE

$Y_{NR} = 28\,000 - 4000 = 24\,000$

$Y_R = 10\,000 + 8\,000 - 4\,000 = 14\,000$

2. $EU = \frac{1}{2} \ln(24\,000) + \frac{1}{2} \ln(14\,000) \approx 9.817$ > maggiore tra tutte (assicurazione può sostituire la diversificazione)

7.9

$$U = \theta\left(\mu + \frac{W}{\gamma}\right)^{1-\gamma} ; \quad \gamma \leq 1, \quad \left(\mu + \frac{W}{\gamma}\right) > 0, \quad \theta\left(\mu + \frac{W}{\gamma}\right) > 0$$

– DEFINIZIONE AVVERSIONE ASSOLUTA AL RISCHIO $r(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)}$

1. DERIVATE

$$U' = \frac{\theta(1-\gamma)}{\gamma} (\mu + W/\gamma)^{-\gamma}$$

$$U'' = -\frac{\theta(1-\gamma)}{\gamma} (\mu + W/\gamma)^{-\gamma-1}$$

$$r(W) = \frac{1}{\mu + W/\gamma} = \quad \left.\frac{1}{r(W)} = \mu + \frac{W}{\gamma}\right\} \text{reciproco}$$

$\Rightarrow$ lineare in W

Ex 7 — 8.1

	D	E	F
A	7,6	5,8	0,0
B	5,8	7,6	1,1
C	0,0	1,1	4,4

(a) NASH EQ PURO ? → coppia di strategie (s_1, s_2) tale che nessun giocatore può migliorare il proprio pay-off cambiando strategia unilateralmente

⇒ (C, F)

(le celle dove le risposte coincidono sono NE puri)

(b) NE MIX (solo prime 2 S) ?

q = prob. G2 giochi D
1 - q = // E
p = prob G1 giochi A
1 - p = // B

1. PAYOFF G1
A $E_1(A) = 7q + 5(1-q) = 2q + 5$
B $E_1(B) = 5q + 7(1-q) = -2q + 7$

INDIFFERENZA $E_1(A) = E_1(B)$; $q = 0.5$ ⇒ G2 deve giocare D/E con p = 0.5 affinché G1 sia indifferente tra A/B

2. PAYOFF G2
D $E_2(D) = 6p + 8(1-p) = -2p + 8$
E $E_2(E) = 8p + 6(1-p) = 2p + 6$

INDIFFERENZA $E_2(D) = E_2(E)$; $p = 0.5$ ⇒ G1 gioca A/B = 0.5

3. PAYOFF ATTESI
$E_1 = 0.5\,(0.5 \cdot 7 + 0.5 \cdot 5) + 0.5\,(0.5 \cdot 5 + 0.5 \cdot 7) = 6$
$E_2 = 0.5\,(0.5 \cdot 6 + 0.5 \cdot 8) + 0.5\,(0.5 \cdot 8 + 0.5 \cdot 6) = 7$

⇒ G1: A = 0.5, B = 0.5   G2: D = 0.5, E = 0.5

(c) PAYOFF ATTESO (6,7) ⇒ payoff migliore

8.2

	BALLET	BOXING
BAL	k, 1	0,0
BOX	0,0	1, k

G1 - Ballet p, Box $p-1$
G2 - Ballet q, Box $p-1$

1. CONDIZIONE INDIFFERENZA

$E_1(\text{BALLET}) = q \cdot k + (1-q) \cdot 0 = kq$
$E_2(\text{BOX}) = q \cdot 0 + (1-q) \cdot 1 = 1 - q$

INDIFFERENZA $q = \frac{1}{k+1}$ → p giocatore 2 gioca ballet dipende da k

$E_2(\text{BAL}) = p \cdot 1 + (1-p) \cdot 0 = p$
$E_2(\text{BOX}) = p \cdot 0 + (1-p) \cdot k = k(1-p)$

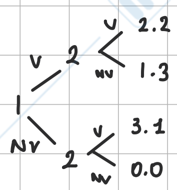
IND. $p = \frac{k}{1+k}$ → p. G1 gioca ballet dipende da k

2. NE MISTO IN FUNZIONE DI k $p^* = \frac{k}{1+k}$, $q^* = \frac{1}{1+k}$ $p^* + q^* = 1$ se $k = 1$; $p^* = q^* = 1/2$
MA $p^* > q^*$ SE $k > 1$

8.3

	V	NV
V	2,2	1,3
NV	3,1	0,0

(a)



ALBERO DELLE DECISIONI (payoff)
1. A sceglie per primo
2. B sceglie dopo aver visto A

(b) PURE-STRATEGY NASH: G1 = A SE B GIOCA V → A GIOCA NV ecc...
NE PURI (1,3), (3,1)

(c) MIXED - STRATEGY NASH

1. DEFINISCI p $\quad p = p$ che A giochi V ; $q = p$ che B giochi V

2. INDIFFERENZA $\quad E_A(\text{VEER}) = 2q + 1(1-q) = 1+q$

$E_A(DV) = 3q + 0(1-q) = 3q$

$q = 0.5$

$E_B(\text{VEER}) = 2p + 1(1-p) = 1+p$

$E_B(DV) = 3p + 0(1-p) = 3p$

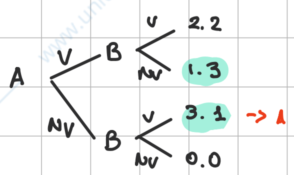
$p = 0.5$

3. NE MISTO $\quad p^* = 0.5 \quad q^* = 0.5$

PAYOFF ATTESO $\quad E_A = 0.5 \cdot 0.5 \cdot 2 + 0.5 \cdot 0.5 \cdot 1 + 0.5 \cdot 0.5 \cdot 3 + 0.5 \cdot 0.5 \cdot 0 = 1.5$

$E_B = 1.5$

(d) VERSIONE SEQUENZIALE (A muove x primo) = quella descrivi tutte le possibili scelte



(e) NE VERSIONE SEQUENZIALE (applichi NORMAL FORM in base a cosa fa A)

(f) SUBGAME - PERFECT (A sceglie ciò che è meglio per lei vedendo scelte B)

BACKWARD -> scelta credibile (3, 1)

8.4

$i = 1, 2 \quad ; \quad l_i \geq 0 \quad ; \quad l_j \quad AB = 10 - l_i + \frac{l_J}{2} \quad ; \quad C = 4$

PAYOFF TOTALE $\quad \pi_i(l_i\, l_j) = l_i \cdot AB - l_i \cdot C = 6l_i - l_i^2 + \frac{l_i l_J}{2}$

(a) NASH $\quad$ 1. BEST - RESPONSE FUNCTION (massimizza π_i)

$\frac{\partial \pi_i}{\partial l_i} = 6 - 2l_i + \frac{l_J}{2} = 0 \quad ; \quad l_i = 3 + \frac{l_J}{4} \quad ;$ funzione di reazione di i $BR(l_J) = 3 + \frac{l_J}{4}$

2. SIMMETRIA $\quad l^* = 3 + \frac{l^*}{4} \Rightarrow l^* = 4$

(b) BEST RESPONSE FUNCTIONS $\quad BR_1(l_2) = 3 + \frac{l_2}{4} \quad ; \quad BR_2(l_1) = 3 + \frac{l_1}{4} \Rightarrow$ rette con pendenza positiva

(c) DOWGRAND