

## VARIABILI CASUALI BERNOULLI E BINOMIALE

### Alcuni richiami sulle principali variabili casuali

Nel seguito si richiamano i concetti di base delle principali variabili casuali utilizzate nell'inferenza statistica.

Una trattazione più approfondita, accompagnata da esempi pratici ed esercizi, è affrontata nel corso di metodi quantitativi.

In particolare nel seguito vengono richiamati i concetti di:

- variabile casuale di Bernoulli e Binomiale;
- variabile casuale Normale;
- variabili casuali derivate da trasformazioni notevoli della v.c. normale.

### Variabile Casuale di Bernoulli

La v.c. di Bernoulli trae origine da una prova nella quale si è interessati a verificare esclusivamente se un evento  $E$  si è verificato (*successo*) oppure no (*insuccesso*);

Sono molteplici le situazioni reali in cui si incontra questo modello di probabilità.

Una qualunque prova dicotomica o dicotomizzabile può essere rappresentata da una v.c. di Bernoulli.

Si definisce quindi v.c. di **Bernoulli**, la variabile  $X$  che assume valore  $1$  (il "successo") con probabilità  $\pi$  (*pi greco*) e valore  $0$  (l'"insuccesso") con probabilità  $1 - \pi$ .

Essa si indica con  $X \sim \text{Ber}(\pi)$  con

$$P(X = x) = \pi^x (1 - \pi)^{1-x} \text{ per } x = 0, 1.$$

La v.c. di Bernoulli possiede:

- Valore atteso  $E(X) = \pi$
- Varianza  $\text{Var}(X) = \pi(1 - \pi)$

(La varianza può assumere valori compresi tra 0 e 0.25, quest'ultimo nel caso di massima incertezza)

### Variabile Casuale Binomiale

Se si ripete, per  $n$  volte e nelle medesime condizioni, lo schema *successo-insuccesso* della v.c. di Bernoulli, si genera una sequenza di  $n$  sottoprobe indipendenti a ciascuna delle quali si può associare una v.c. di Bernoulli.

Tale modello prende il nome di v.c. Binomiale e può essere intesa come una somma di v.c. bernoulliane.

Nella realtà lo schema binomiale si può ritrovare ad esempio:

- nelle elezioni in cui votano  $n$  elettori e si è interessati al numero di voti ricevuti da un dato candidato;
- in un'indagine in cui si intervistano  $n$  persone e si è interessati al numero di favorevoli ad una certa proposta di legge; ecc.
- 

### Variabile Casuale Binomiale

Si definisce quindi v.c. **Binomiale**, la variabile  $X$  che rappresenta il numero di successi che si verificano in una sequenza di  $n$  sottoprobe indipendenti nelle quali è costante la probabilità  $\pi$  di un successo.

La v.c. binomiale dipende da due parametri, il numero  $n$  delle sottoprobe e la probabilità  $\pi$ .

Essa si indica con  $X \sim B(n, \pi)$  con:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} \pi^x (1 - \pi)^{n-x} \quad \text{per } x = 0, 1, 2, \dots, n$$

La v.c. Binomiale possiede:

- **Valore Atteso**  $E(X) = n\pi$  ( $n$  volte la media della bernoulliana)
- **Varianza**  $Var(X) = n\pi(1 - \pi)$  ( $n$  volte la varianza della bernoulliana)

La v.c. binomiale trova applicazione in prove dove sono verificate le seguenti condizioni:

- la prova è composta da  $n$  sottoprove indipendenti;
- Il risultato di una sottoprova non modifica la probabilità della successiva;
- ogni sottoprova è svolta sempre nelle medesime condizioni;
- La probabilità  $\pi$  del successo (in una singola sottoprova bernoulliana) è costante in tutte le  $n$  sottoprove.