

ASINTOTICI

Fatti generali

- Se $a_n \rightarrow \ell \in \mathbb{R}$ con $\ell \neq 0$ allora $a_n \sim \ell$
- Utilizzo nel calcolo dei limiti: prodotti, quozienti, potenze, ma non nelle somme
- Se $a_n \sim b_n$ e $a_n, b_n \rightarrow \ell \in [0, +\infty]$ con $\ell \neq 1$ allora $\log a_n \sim \log b_n$
- Se $p_n = c_1 n^{\alpha_1} + c_2 n^{\alpha_2} + \dots + c_k n^{\alpha_k}$ allora $p_n \sim c_1 n^{\alpha_1}$
 - qui $c_1, c_2, \dots, c_k \in \mathbb{R}$ con $c_1 \neq 0$ e $\alpha_1 > \dots > \alpha_k$
 - i coefficienti reali c_2, \dots, c_k possono essere rimpiazzati da successioni *limitate*
 - ad esempio $2n^2 + (1 + \cos n)n\sqrt{n} - 6 \sim 2n^2$

Tabella ($0 \neq \varepsilon_n \rightarrow 0$)

- 1) $\sin \varepsilon_n \sim \varepsilon_n$
- 2) $\arcsin \varepsilon_n \sim \varepsilon_n$
- 3) $\tan \varepsilon_n \sim \varepsilon_n$
- 4) $\arctan \varepsilon_n \sim \varepsilon_n$
- 5) $1 - \cos \varepsilon_n \sim \frac{\varepsilon_n^2}{2}$
- 6) $\sinh \varepsilon_n \sim \varepsilon_n$
- 7) $\tanh \varepsilon_n \sim \varepsilon_n$
- 8) $\cosh \varepsilon_n - 1 \sim \frac{\varepsilon_n^2}{2}$
- 9) $(1 + \varepsilon_n)^{1/\varepsilon_n} \sim e$
- 10) $e^{\varepsilon_n} - 1 \sim \varepsilon_n$
- 11.a) $\log(1 + \varepsilon_n) \sim \varepsilon_n$
- 11.b) $\log a_n \sim a_n - 1$ [se $1 \neq a_n \rightarrow 1$]
- 12.a) $(1 + \varepsilon_n)^\alpha - 1 \sim \alpha \varepsilon_n$ [con $\alpha \in \mathbb{R}$]
- 12.b) $(1 + \varepsilon_n)^{a_n} - 1 \sim a_n \varepsilon_n$ [se $0 \neq a_n \varepsilon_n \rightarrow 0$]
- 13) $n! \sim e^{-n} n^n \sqrt{2\pi n}$ (de Moivre-Sterling)
- 14) $\log n! \sim n \log n$
- 15) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \sim \log n$ (Eulero-Mascheroni)
- 16) $f(a_n) - f(a) \sim f'(a)(a_n - a)$ [se $a \neq a_n \rightarrow a$ e $f'(a) \neq 0$]