

POLITECNICO DI MILANO  
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

**Analisi Matematica I - INGINF [Prof. V.Pata]**  
**Esame II - 16 Febbraio 2017**

0. ESERCIZI PRELIMINARI

1. Completare ciascuna frase scegliendo fra *convergente*, *divergente* o *indeterminata*:

- La serie  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^3}$  è .....
- La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+8}{n^2-n+6}$  è .....
- La serie  $\sum_{n=0}^{\infty} (-2)^n$  è .....

POLITECNICO DI MILANO  
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

**Analisi Matematica I - INGINF [Prof. V.Pata]**  
**Esame II - 16 Febbraio 2017**

0. ESERCIZI PRELIMINARI

1. Completare ciascuna frase scegliendo fra *convergente*, *divergente* o *indeterminata*:

• La serie  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log n^4}$  è .....

• La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + n\sqrt{n}}$  è .....

• La serie  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\log n}$  è .....

POLITECNICO DI MILANO  
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

**Analisi Matematica I - INGINF [Prof. V.Pata]**  
**Esame II - 16 Febbraio 2017**

I. TEORIA

- 1.1. Dare la definizione di successione divergente a  $+\infty$ . [1 punto]
  - 1.2. Dare la definizione di serie convergente. [1 punto]
  - 1.3. Dare la definizione di serie assolutamente convergente. [1 punto]
  - 1.4. Dimostrare che una serie assolutamente convergente è convergente. [1 punto]
  - 1.5. Mostrare un esempio (con adeguata spiegazione) di serie convergente ma non assolutamente convergente. [1 punto]
  - 1.6. Se  $a_n$  è limitata allora è necessariamente convergente? In generale, cosa si può dire di una successione limitata? [2 punti]
- 
- 2.1 Enunciare il Teorema di Lagrange. [1 punto]
  - 2.2 Enunciare il Teorema degli Zeri per le funzioni continue. [1 punto]
  - 2.3 Enunciare il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale. [1 punto]
  - 2.4 Enunciare il Teorema di Fermat. [1 punto]
  - 2.5 Enunciare il Teorema di Weierstrass. [1 punto]
  - 2.6 Dimostrare il Teorema di Weierstrass. [2 punti]

POLITECNICO DI MILANO  
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

**Analisi Matematica I - INGINF [Prof. V.Pata]**  
**Esame II - 16 Febbraio 2017**

II. ESERCIZI

1. Sia data la funzione

$$f(x) = \arctan[2x^2 - \log x].$$

Calcolare il sup e l'inf di  $f$ . Stabilire inoltre se siano massimo e minimo, rispettivamente. [4 punti]

2. Stabilire la convergenza del seguente integrale improprio al variare dei parametri reali  $\alpha$  e  $\beta$ . [4 punti]

$$\int_{10}^{\infty} \frac{1}{(\log x)^\beta} \left[ \frac{x + x^{\frac{3}{2}} \left( \sqrt{1 + \frac{1}{x}} - 1 \right) + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + x^2} \right]^\alpha dx$$

3. Calcolare il limite [4 punti]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x - \sin x) \sinh x} \int_0^{\sin^2 x} \cosh t \log(1 + t) dt$$