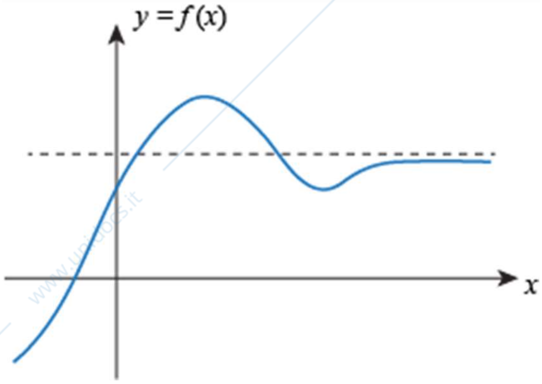
Asintoti

1. Asintoto orizzontale

Definizione. Si supponga che la funzione f con $D(f) \supset U(+\infty)$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = l \in \mathbb{R}$$

$\Longrightarrow$ la retta $y = l$ è detta *asintoto orizzontale destro.*



2. Asintoto verticale

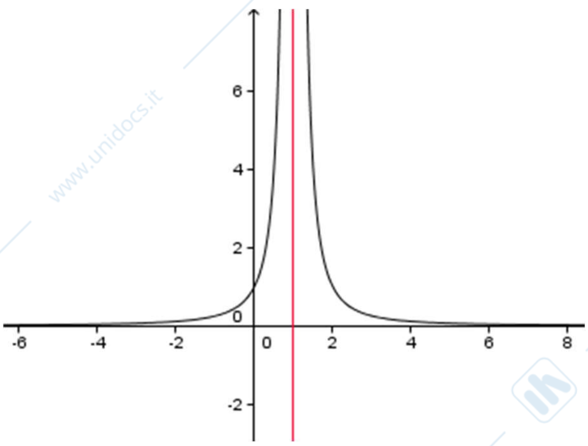
Definizione. Sia $x_0 \in \mathbb{R}$, e sia f una funzione tale che

$$D(f) \supset (x_0; x_0 + \varepsilon)$$

Se

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty \quad (o - \infty)$$

$\Longrightarrow$ la retta $x = x_0$ è detta *asintoto verticale sinistro (destro).*



Esempio. $f(x) = \frac{1}{x}$

$D(f) = \mathbb{R} \backslash \{0\}$ e $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0^{\pm}$

$$\lim_{x \to 0^{\pm}} f(x) = \pm\infty \quad :\to \quad x = 0 \text{ è } \textit{asintoto verticale}$$

3. Asintoto obliquo

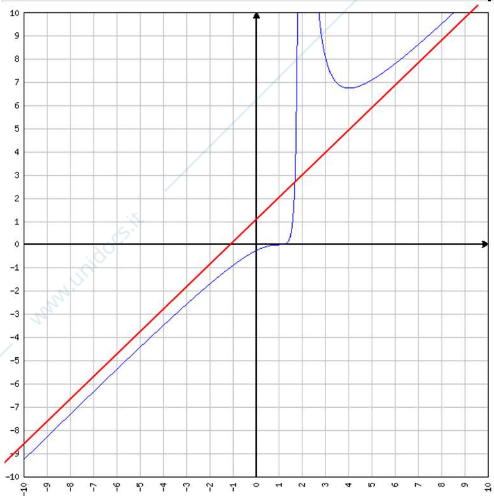
Definizione. Sia f una funzione definita in $U(+\infty)$ e si supponga che

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \quad (o - \infty)$$

e sia $r(x) = mx + q$ con $x \neq 0, q \in \mathbb{R}$.

Si dice che $r(x)$ è *asintoto obliquo per f* (destro) se

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) - r(x) = 0$$



Per trovare (se esistono) $m \neq 0$ e q tali che

$$f(x) - mx - q \to 0 \qquad (x \to +\infty)$$

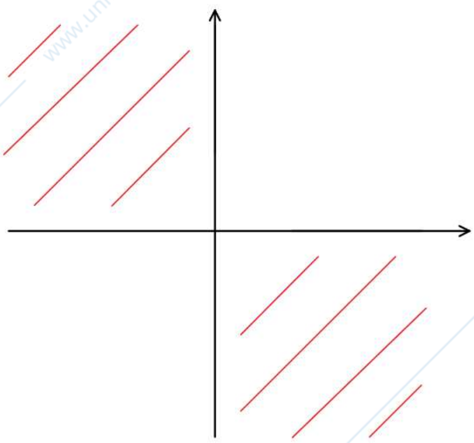
$$\frac{f(x)}{x} - m - \frac{q}{x} \to 0$$

$$\boxed{m = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{e} \quad q = \lim_{x\to+\infty} (f(x) - mx)}$$

Esempio. $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

$$f(x) \geq 0 \qquad xe^{\frac{1}{x}} \geq 0 \qquad vero\ per\ \ x > 0$$

$$f(x) = e^{-\frac{1}{x}} \cdot x$$



$$m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{xe^{\frac{1}{x}}}{x} = 1$$

$$q = \lim_{x\to\pm\infty} \left(e^{-\frac{1}{x}} \cdot x - x\right) \quad \text{e} \quad x\left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right) \sim x \cdot \frac{1}{x} \to 1$$

$$y = x + 1 \quad \to \quad asintoto\ obliquo$$