

POLITECNICO DI MILANO  
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

**Analisi Matematica I [Prof. V.Pata]**  
**I Prova in Itinere- 15 Novembre 2017**

0. ESERCIZI PRELIMINARI

◇ Completare ciascuna frase scegliendo fra *convergente*, *divergente* o *indeterminata*:

- La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  è ... **D** .....
- La serie  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^2}$  è ... **C** .....
- La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 - n \sin n}$  è ... **C** .....

POLITECNICO DI MILANO  
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

**Analisi Matematica I [Prof. V.Pata]**  
**I Prova in Itinere- 15 Novembre 2017**

0. ESERCIZI PRELIMINARI

◇ Completare ciascuna frase scegliendo fra *convergente*, *divergente* o *indeterminata*:

- La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (-\pi)^n$  è .....  $I$ .....
- La serie  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log n^2}$  è .....  $D$ .....
- La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^2 + \cos n}$  è .....  $D$ .....

POLITECNICO DI MILANO  
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

**Analisi Matematica I [Prof. V.Pata]**  
**I Prova in Itinere- 15 Novembre 2017**

I. TEORIA

- 1.1** Dato un insieme non vuoto  $A \subset \mathbb{R}$ , dare la definizione di maggiorante di  $A$ , estremo superiore di  $A$ , massimo di  $A$ . [1 punto]
- 1.2.** Enunciare l'Assioma di Completezza di  $\mathbb{R}$ . [1 punto]
  
- 2.1.** Dare la definizione di successione infinitesima. Fornire inoltre un'interpretazione grafica della definizione. [1 punto]
- 2.2.** Data  $a_n$ , esplicitare matematicamente il fatto che  $a_n \not\rightarrow 0$ , cioè che  $a_n$  non sia infinitesima. [1 punto]
  
- 3.1.** Enunciare il teorema sulla convergenza delle successioni monotone. [1 punto]
- 3.2.** Dimostrare il teorema sulla convergenza delle successioni monotone. [2 punti]

POLITECNICO DI MILANO  
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

**Analisi Matematica I [Prof. V.Pata]**  
**I Prova in Itinere- 15 Novembre 2017**

II. ESERCIZI

1. Calcolare i seguenti limiti [4 punti]

1.1 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 + 2 + \dots + n) \left( \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \right)}{(n^2 - 5n + 7) \log(12n^3)}$$

1.2 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + \log n)^2 \log(\sqrt[n]{n})}{n + \log n!}$$

2. Determinare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , il carattere della serie [3 punti]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left[ \left[ 1 + \log \left( \frac{n+1}{n} \right) \right]^{\log n} - 1 \right]^{\alpha}}{(1 + \log n) \log n^2}$$