

Derivate :

- $\frac{d}{dx} x^\alpha = \alpha x^{\alpha-1}$
- $\frac{d}{dx} a^x = \ln(a) a^x$
- $\frac{d}{dx} \log_a(x) = \frac{1}{x \ln(a)}$
- $\frac{d}{dx} \ln(x) = \frac{1}{x}$
- $\frac{d}{dx} |x| = \frac{|x|}{x}$
- $\frac{d}{dx} e^x = e^x$
- $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$
- $\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$
- $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$
- $\frac{d}{dx} \cot(x) = -\frac{1}{\sin^2(x)}$
- $\frac{d}{dx} \sinh(x) = \cosh(x)$
- $\frac{d}{dx} \cosh(x) = \sinh(x)$
- $\frac{d}{dx} \tanh(x) = \frac{1}{\cosh^2(x)} = 1 + \tanh^2(x)$
- $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $\frac{d}{dx} \operatorname{arccot}(x) = -\frac{1}{1+x^2}$
- $\frac{d}{dx} \arccos(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $\frac{d}{dx} \operatorname{settsinh}(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
- $\frac{d}{dx} \operatorname{settcosh}(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
- $\frac{d}{dx} \operatorname{settatan}(x) = \frac{1}{1-x^2}$
- $\frac{d}{dx} \left(\arctan \frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{1+x^2}$
- $\frac{d}{dx} \frac{1}{x} = -\frac{1}{x^2}$
- $\frac{d}{dx} \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} = \frac{1}{1-x^2}$

Integrali :

- $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c$
- $\int \frac{1}{x} dx = \log|x| + c$
- $\int e^x dx = e^x + c$
- $\int \sin(x) dx = -\cos(x) + c$
- $\int \cos(x) dx = \sin(x) + c$
- $\int \frac{1}{\cos^2(x)} dx = \tan(x) + c$
- $\int \sinh x dx = \cosh x + c$
- $\int \cosh x dx = \sinh x + c$
- $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx = \operatorname{settsinh} x + c = \log(x + \sqrt{x^2+1}) + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx = \operatorname{settcosh} x + c = \log(x + \sqrt{x^2-1}) + c$

Integrali notevoli :

- $\int f(x)^\alpha f'(x) dx = \frac{f(x)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c$
- $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \log|f(x)| + c$
- $\int e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} + c$
- $\int \sin f(x) \cdot f'(x) dx = -\cos(f(x)) + c$
- $\int \cos f(x) \cdot f'(x) dx = \sin(f(x)) + c$
- $\int \sinh f(x) \cdot f'(x) dx = \cosh(f(x)) + c$
- $\int \cosh f(x) \cdot f'(x) dx = \sinh(f(x)) + c$
- $\int \frac{f'(x)}{1+(f(x))^2} dx = \arctan f(x) + c$
- $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}} dx = \arcsin f(x) + c$
- $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{(f(x))^2+1}} dx = \operatorname{settsinh} f(x) + c$
- $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{(f(x))^2-1}} dx = \operatorname{settcosh} f(x) + c$
- $* \int \sqrt{1-f(x)^2} \cdot f'(x) dx = \frac{1}{2} [f(x)\sqrt{1-(f(x))^2} + \arcsin f(x)] + c$
- $* \int \sqrt{f(x)^2+1} \cdot f'(x) dx = \frac{1}{2} [f(x)\sqrt{f(x)^2+1} + \operatorname{settsinh} f(x)] + c$
- $* \int \sqrt{f(x)^2-1} \cdot f'(x) dx = \frac{1}{2} [f(x)\sqrt{f(x)^2-1} + \operatorname{settcosh} f(x)] + c$
- $* I_n = \int \frac{1}{(1+x^2)^n} dx = \frac{1}{2(n-1)} \frac{x}{(x^2+1)^{n-1}} + \frac{2n-3}{2(n-1)}$

- $I_{n-1}, n \in \mathbb{N}, I_1 = \arctan x + c$
- $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \log|f(x)| + c$
- $\int \frac{\sin(2x)}{\cos(2x)} dx = \log|\cos(x)|$
- $\int \tan(x) = \int \frac{\sin(2x)}{\cos(2x)} dx = \log|\cos(x)|$
- McLaurin delle funzioni elementari**
- $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$
- $\circ(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^n + o(x^n)$
- $\circ \frac{1}{1+x^n} = 1 - x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + o(x^{n+1})$
- $\circ \log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} + o(x^{n+1})$
- $\circ \arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + o(x^{2n+2})$
- $\circ \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+2})$
- $\circ \cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1})$
- $\circ \sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + o(x^{2n})$
- $\circ \cosh x = x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1})$

Tavola Trigonometrica

α (radian)	α (gradi)	senα	cosα	tangα	cosecα	secα	cotanα
0	0°	0	1	0	N.E.	1	N.E.
π/6	30°	1/2	√3/2	1/√3	2	2/√3	√3
π/4	45°	√2/2	√2/2	1	2/√2	√2	1
π/3	60°	√3/2	1/2	√3	2/√3	2	1/√3
π/2	90°	1	0	N.E.	1	N.E.	0
2π/3	120°	√3/2	-1/2	-√3	2/√3	-2	-1/√3
3π/4	135°	√2/2	-√2/2	-1	2/√2	-√2	-1
5π/6	150°	1/2	-√3/2	-1/√3	2	-2/√3	-√3
π	180°	0	-1	0	N.E.	-1	N.E.
7π/6	210°	-1/2	-√3/2	1/√3	2	-2/√3	√3
5π/4	225°	-√2/2	-√2/2	1	-2/√2	-√2	1
4π/3	240°	-√3/2	1/2	√3	-2/√3	-2	1/√3
3π/2	270°	-1	0	N.E.	-1	N.E.	0
5π/3	300°	-√3/2	1/2	-√3	-2/√3	2	-1/√3
7π/4	315°	-√2/2	√2/2	-1	-2/√2	√2	-1
11π/6	330°	-1/2	√3/2	-1/√3	2	2/√3	-√3
2π	360°	0	1	0	N.E.	1	N.E.

Proprietà Potenze :

- $x^0 = 1, 1^\alpha = 1$
- $x^a \cdot x^b = x^{a+b}, x^a \cdot y^a = (xy)^a$
- $x^a / x^b = x^{a-b}, x^a / y^a = (x/y)^a$
- $(x^a)^b = x^{a \cdot b}, x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$
- $x^m = \sqrt[m]{x^m}$

Proprietà Modulo :

- $|x| \geq 0$
- $|x| = 0 \iff x = 0, |-x| = |x|$
- $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|, \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$

Proprietà Logaritmi :

- $\log_a 1 = 0, a^{\log_a(b)} = b$
- $\log(b \cdot c) = \log(b) + \log(c)$
- $\log\left(\frac{b}{c}\right) = \log(b) - \log(c)$
- $\log(b^c) = c \cdot \log(b)$

Cambio base

- $\log_a(b) = \frac{\ln(a)}{\ln(b)} \rightarrow a^x = b^{\log_b(a)}$
- $\rightarrow \log_a x = \log_a b \cdot \log_b x$

Trigonometria

- Formule di addizione e sottrazione**
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$
- Formule di duplicazione**
- $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$
- $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 1 - 2 \sin^2(x) = 2 \cos^2(x) - 1$
- dalla precedente si ottiene
- $\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$
- $\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$
- Formule di prostaferesi**
- $\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha \pm \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha \mp \beta}{2}\right)$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$

- $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$
- Formule parametriche**
- Posto $t = \tan \frac{\pi}{2}$ si ha :
- $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$
- $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$
- $\tan x = \frac{2t}{1-t^2}$
- Relazione Asintoto** Tutti per $a_n \rightarrow 0$ con $n \rightarrow +\infty$
- $\sin(a_n) \approx a_n$
- $1 - \cos(a_n) \approx \frac{a_n^2}{2}, \cos(a_n) \approx 1 - \frac{a_n^2}{2}$
- $\tan(a_n) \approx a_n, \log(1+a_n) \approx a_n$
- $\arctan(a_n) \approx a_n$
- $\sinh(a_n) \approx a_n$
- $\cosh(a_n) - 1 \approx \frac{a_n^2}{2}$
- $e^{a_n} - 1 \approx a_n$
- $e^{a_n} \approx 1 + a_n$
- $x^{a_n} - 1 \approx \log(x) a_n$
- $n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$
- $\arctan\left(\frac{1}{a_n}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{a_n}$ per $a_n \rightarrow \infty$
- $\arcsin a_n \approx a_n$
- $(1+a_n)^\alpha - 1 \approx \alpha \cdot a_n$
- $(1+a_n)^\alpha \approx 1 + \alpha \cdot a_n$

Relazione asintoto

- Se $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$
- $\sin(f(x)) \approx f(x)$
- $e^{f(x)} - 1 \approx f(x)$
- $1 - \cos(f(x)) \approx \frac{1}{2} (f(x))^2$
- $\arctan f(x) \approx f(x)$
- $\log(1+f(x)) \approx f(x)$
- $f(x) - 1 \approx \log(a) f(x)$
- $\tan(f(x)) \approx f(x)$
- $\sinh(f(x)) \approx f(x)$
- $\tanh(f(x)) \approx f(x)$
- $(1+f(x))^c - 1 \approx c \cdot f(x)$
- $\arcsin(f(x)) \approx f(x)$
- $\cosh(f(x)) - 1 \approx \frac{1}{2} (f(x))^2$
- Proprietà O-Piccoli :**
- $o(f(x)) \pm o(f(x)) = o(f(x))$
- $k \cdot o(f(x)) = o(k \cdot f(x)) = o(f(x))$
- $g(x) \cdot o(f(x)) = o(g(x) \cdot f(x))$
- $o(g(x)) \cdot o(f(x)) = o(g(x) \cdot f(x))$
- $o(f(x)) + o(f(x)) = o(f(x))$
- $o(o(f(x))) = o(f(x))$
- $g(x) \approx f(x) \iff g(x) = f(x) + o(f(x))$

Limiti notevoli per $y \rightarrow 0$

$\frac{\sin y}{y} \rightarrow 1$	$\sin y \sim y$	$\sin y = y + o(y)$
$\frac{1-\cos y}{y} \rightarrow \frac{1}{2}$	$1 - \cos y \sim \frac{y^2}{2}$	$\cos y = 1 - \frac{y^2}{2} + o(y^2)$
$\frac{\tan y}{y} \rightarrow 1$	$\tan y \sim y$	$\tan y = y + o(y)$
$\frac{e^y-1}{y} \rightarrow 1$	$e^y - 1 \sim y$	$e^y = 1 + y + o(y)$
$\frac{\log(1+y)}{y} \rightarrow 1$	$\log(1+y) \sim y$	$\log(1+y) = y + o(y)$
$\frac{(1+y)^\alpha - 1}{y} \rightarrow \alpha$	$(1+y)^\alpha - 1 \sim \alpha y$	$(1+y)^\alpha = 1 + \alpha y + o(y)$
$\frac{\sinh y}{y} \rightarrow 1$	$\sinh y \sim y$	$\sinh y = y + o(y)$
$\frac{\cosh y - 1}{y} \rightarrow \frac{1}{2}$	$\cosh y - 1 \sim \frac{y^2}{2}$	$\cosh y = 1 + \frac{y^2}{2} + o(y^2)$

- Per $x \rightarrow 0, \lim \log(1+x) = 0, \lim e^x = 1$
- Regole di derivazione**
- Costante** $(kf(x))' = k f'(x)$
- Somma** $(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$
- Prodotto** $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
- Quoziente** $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
- Inversa** $\left(\frac{1}{f(x)}\right)' = -\frac{f'(x)}{f^2(x)}$
- Composta** $[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
- Regole di Integrazione**
- Somma** $\int [f(x) \pm g(x)] = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
- Costante** $\int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx$
- Composta** $\int f'(x) \cdot g(f(x)) dx = \int g(x) dx$

- $g(f(x)),$ Per parti $\int f(x)g'(x) = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx$
- Limiti notevoli Successioni**
- $* \lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \begin{cases} +\infty \rightarrow a > 1 \\ 1 \rightarrow a = 1 \\ 0 \rightarrow -1 < a < 1 \\ \beta \rightarrow a \leq -1 \end{cases}$
- $* \lim_{n \rightarrow \infty} n^b = \begin{cases} +\infty \rightarrow b > 0 \\ 0 \rightarrow b < 0 \end{cases}$
- $* \lim_{n \rightarrow \infty} \sin(x_n) = 0$
- $* \lim_{n \rightarrow \infty} \cos(x_n) = 1$
- $* \lim_{n \rightarrow \infty} a^{x_n} = \begin{cases} +\infty \rightarrow x_n \rightarrow +\infty \\ a^{x_0} \rightarrow x_n \rightarrow x_0 \in \mathbb{R} \\ 0 \rightarrow x_n \rightarrow -\infty \end{cases}$
- $* \lim_{n \rightarrow \infty} \log_a(x_n) = \begin{cases} +\infty \rightarrow x_n \rightarrow +\infty \\ \log_a(x_0) \rightarrow x_n \rightarrow x_0 > 0 \\ 0 \rightarrow x_n \rightarrow 0^+ \end{cases}$
- $* \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{x_n} - 1}{x_n} = 1, x_n \rightarrow 0$
- $* \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \rightarrow e, n \rightarrow \infty$
- $* \left(1 + \frac{1}{a_n}\right)^{a_n} \rightarrow e, a_n \rightarrow \infty$
- $* \left(1 + \frac{\alpha}{x_n}\right)^{x_n} \rightarrow e^\alpha$ se $x_n \rightarrow +\infty, \alpha \in \mathbb{R}$

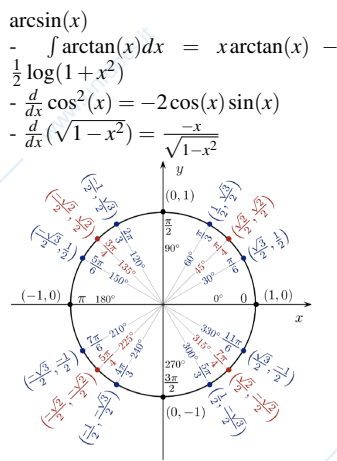
- $* (1 + \epsilon_n)^{\frac{1}{\epsilon_n}} \rightarrow e, \epsilon_n \rightarrow 0$
- $* \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(1+x_n)}{x_n} = 1, x_n \rightarrow 0$
- $* \frac{a^{\epsilon_n} - 1}{\epsilon_n} \rightarrow \ln(a), x_n \rightarrow 0, \alpha \in \mathbb{R}$
- $* \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+x_n)^{\alpha-1} - 1}{x_n} = \alpha$
- $* \frac{(a_n)^{\alpha} - a_n^\alpha}{a_n^\alpha} \rightarrow 0$
- $* \frac{(a_n)^\alpha - a_n^\alpha}{a_n^\alpha} \rightarrow 0$
- $\sqrt[n]{a} \rightarrow 1$
- $\sqrt[n]{a} \rightarrow 1$ per $n \rightarrow \infty \forall a > 0$
- $\frac{\sin(\epsilon_n)}{\epsilon_n} \rightarrow 1$ per $\epsilon_n \rightarrow 0$
- $\frac{1-\cos(\epsilon_n)}{\epsilon_n^2} \rightarrow \frac{1}{2}$ per $\epsilon_n \rightarrow 0$
- $\frac{\tan(\epsilon_n)}{\epsilon_n} \rightarrow 1$ per $\epsilon_n \rightarrow 0$
- $\frac{\arcsin(\epsilon_n)}{\epsilon_n} \rightarrow 1$ per $\epsilon_n \rightarrow 0$
- $\frac{\arctan(\epsilon_n)}{\epsilon_n} \rightarrow 1$ per $\epsilon_n \rightarrow 0$
- $\frac{\sinh(\epsilon_n)}{\epsilon_n} \rightarrow 1$ per $\epsilon_n \rightarrow 0$
- $\frac{\tanh(\epsilon_n)}{\epsilon_n} \rightarrow 1$ per $\epsilon_n \rightarrow 0$
- $\frac{\cosh(\epsilon_n)-1}{\epsilon_n^2} \rightarrow \frac{1}{2}$ per $\epsilon_n \rightarrow 0$
- $\frac{\epsilon_n \ln|\epsilon_n|}{\epsilon_n^2} \rightarrow 0$ per $\epsilon_n \rightarrow 0 \forall \alpha \in \mathbb{R}$
- $a^{\epsilon_n} - 1 \rightarrow 0$ per $\epsilon_n \rightarrow 0 \forall a > 0$

Limiti notevoli

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a$
- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{\frac{1}{x}} = e^{a/x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \frac{1}{\log a}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \log a$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha$
- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^\alpha}{x^\beta} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(\log(x))^\alpha}{x} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \log_a x = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \log_a x = \log_a x_0$ dove $x_0 > 0$
- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \log_a x = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^{\frac{1}{x}} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \cos(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x)}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh(x)}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tanh(x)}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh(x)-1}{x^2} = \frac{1}{2}$
- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\log_a x}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^\alpha}{x^\beta} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^\alpha}{x^\beta} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \log_a x = \log_a x_0$ dove $x_0 > 0$

Integrali e derivate complesse

- $- \int \sqrt{1-x^2} dx = \frac{1}{2} (\sqrt{1-x^2} \cdot x + \arcsin(x))$
- $- \int \tan(x) dx = -\log|\cos x| + c$
- $- \int \arcsin(x) dx = \sqrt{1-x^2} + x \cdot \arcsin(x)$



Derivate di funzioni composte

- $D[f(x)]^a = a[f(x)]^{a-1} \cdot f'(x)$
- $D \log(f(x)) = \frac{f'(x)}{f(x)}$
- $D a^f(x) = f'(x) \cdot a^{f(x)} \cdot \ln(a)$
- $D e^{f(x)} = f'(x) \cdot e^{f(x)}$
- $D \sin(f(x)) = f'(x) \cdot \cos(f(x))$
- $D \cos(f(x)) = f'(x) \cdot -\sin(f(x))$
- $D \tan(f(x)) = \frac{f'(x)}{\cos^2(f(x))}$
- $D \cot(f(x)) = -\frac{f'(x)}{\sin^2(f(x))}$
- $D \log_a(f(x)) = \frac{f'(x)}{f(x) \log(a)}$
- $D \arctan(f(x)) = \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$
- $D \arcsin(f(x)) = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$
- $D \arccos(f(x)) = -\frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$
- $D \cosh(f(x)) = f'(x) \cdot \sinh(f(x))$
- $D \sinh(f(x)) = f'(x) \cdot \cosh(f(x))$
- $D \tanh(f(x)) = \frac{f'(x)}{\cosh^2(f(x))}$
- $D \text{settsinh}(f(x)) = \frac{f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}}$
- $D \text{settcosh}(f(x)) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f^2(x)-1}}$
- $D[f(x)]^{g(x)} = [f(x)]^{g(x)} \cdot \{g(x) \log(f(x))\} \cdot \frac{f'(x)}{f(x)}$

Integrali elementari

- $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c, a \neq -1$
- $\int \frac{1}{x} dx = \log|x| + c$
- $\int a^x dx = \frac{a^x}{\log(a)} + c$
- $\int e^x dx = e^x + c$
- $\int \sin(x) dx = -\cos(x) + c$
- $\int \cos(x) dx = \sin(x) + c$
- $\int \frac{1}{\cos^2(x)} dx = \tan(x) + c$
- $\int \sinh(x) dx = \cosh(x) + c$
- $\int \cosh(x) dx = \sinh(x) + c \dots$
- $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan(x) + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin(x) + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx = \text{settsinh}(x) + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx = \ln|x + \sqrt{x^2+1}| + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx = \text{settcosh}(x) + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx = \ln|x + \sqrt{x^2-1}|$
- $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + c$
- $\int \frac{1}{\sin^2(x)} dx = -\cotg(x) + c$
- $\int \frac{1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} \arctan(\frac{x}{a}) + c$
- $\int \frac{1}{\sin(x)} dx = \ln|\tan(\frac{x}{2})| + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \arcsin(\frac{x}{a}) + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} dx = \ln|x + \sqrt{a^2+x^2}| + c$

Prodotti Notevoli

- $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
- $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$

Studio di funzione

Dominio: (denominatori $\neq 0$, argomento di $\sqrt{\text{arg}}$, con n pari ≥ 0 , argomento $\log > 0$, $[f(x)]^{g(x)} \rightarrow f(x) > 0$)
Segno(se possibile) $f(x) \geq 0$, intersezione con gli assi

Simmetrie: Pari $f(-x) = f(x)$, Dispari $f(-x) = -f(x)$

Asintoti:

Determinare il comportamento agli estremi del dominio, è l'esistenza di eventuali asintoti - verticale $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm\infty$
 - orizzontale $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = l$
 - obliquo $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$ allora, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = m$, segue $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - mx = q$, $y = mx + q$ retta dove la funzione è asintotica
Monotonia: $f'(x) = 0$ e $f'(x) > 0$, quando $f'(x) > 0$ la funzione è crescente, viceversa quando $f'(x) < 0$ è decrescente. Se $f''(x_0) > 0$ è un punto di MIN-RELATIVO, $f''(x_0) < 0$ è un punto di MAX-RELATIVO, x_0 è un punto stazionario.

Convessità punti di flesso $f''(x_0) = 0$, se $f''(x) > 0$ la funzione è convessa, se $f''(x) < 0$ la funzione è concava.

Grafico

Integrali ... immediati

- $\int f(x) a^{f(x)} dx = \frac{f(x)^{a+1}}{a+1} + c$ con $a \neq -1$
- $\int \frac{1}{f(x)} f'(x) dx = \log|f(x)| + c$
- $\int \frac{1}{\cos^2(f(x))} f'(x) dx = \log|f(x)| + c$
- $\int e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} + c$
- $\int f'(x) a^{f(x)} dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + c$
- $\int \sin[f(x)] f'(x) dx = -\cos f(x) + c$
- $\int \cos[f(x)] f'(x) dx = \sin f(x) + c$
- $\int \sinh[f(x)] f'(x) dx = \cosh f(x) + c$
- $\int \cosh[f(x)] f'(x) dx = \sinh f(x) + c$
- $\int \frac{1}{1+f(x)^2} f'(x) dx = \arctan f(x) + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{1-f(x)^2}} f'(x) dx = \arcsin f(x) + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{f(x)^2+1}} f'(x) dx = \text{settsinh}(f(x)) + c = \log(f(x) + \sqrt{f(x)^2+1}) + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{f(x)^2-1}} f'(x) dx = \text{settcosh}(f(x)) + c = \log(f(x) + \sqrt{f(x)^2-1}) + c$

Es. Per quali $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ la funzione risulta continua e derivabile in x_0

Continuità

- Si calcola la $f(x)$ in $x_0 \rightarrow f(x_0)$
 - Si fa il $sol_1 = \lim_{x \rightarrow 0^-}$ con $f(x) \leq 0$
 - Si fa il $sol_2 = \lim_{x \rightarrow 0^+}$ con $f(x) > 0$
 - Si pone a confronto $f(x) = sol_1 = sol_2$ e si trova α, β per i quali $f(x)$ è continua

Derivabilità

- Si fa il $\lim_{x \rightarrow 0}$ del rapporto incrementale $\frac{f(x)-f(0)}{x}$
 - Si fa il $\lim_{x \rightarrow 0^+}$ del rapporto incrementale $\frac{f(x)-f(0)}{x}$
 - SI pongono a confronto e si trovano i valori di α, β per i quali $f(x)$ è derivabile

Determinare il numero degli zeri della funzione

- La funzione $f(x)$ ha dominio ed è continua in un intervallo
 - Per ciascun intervallo, Osservo l'andamento della funzione, considerando se l'estremo non è incluso, faccio il lim, mentre se è incluso, calcolo direttamente la funzione in quel punto.
 - Calcolo poi la derivata ed osservo se per $x \in (e_1, e_2)$ la funzione è crescente o decrescente, anche grazie all'ausilio del criterio di monotonia.
 - OSS: Se la funzione è crescente in un intervallo e decrescente, nel successivo, per il teorema dei valori

intermedi, abbiamo la certezza che esiste almeno uno zero, inoltre se la funzione è strettamente decrescente la funzione ne ammette al più uno.

Serie:

Rapporte: $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una successione a termini non negativi $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = l$
 - $l < 1$ la serie converge
 - $l > 1$ diverge
 - $l = 1$ cambiare criterio
Radice: $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una successione a termini non negativi $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = l$
 - $l < 1$ la serie converge
 - $l > 1$ diverge
 - $l = 1$ cambiare criterio

Confronto... $0 \leq a_n \leq b_n$ definitivamente

- b_n serie converge, a_n converge
 - a_n diverge, b_n diverge
Absoluta convergenza... $\sum a_n$ si dice assolutamente convergente, se converge la $\sum |a_n|$

Leibniz $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$

- $a_n \geq 0$ definitivamente
 - $a_n + 1 \leq a_n$ definitivamente
 Allora la serie converge.

Discutere al variare di $\alpha > 0$ il carattere della serie

Si procede verificando il comportamento della serie grazie al:
 - Criterio del rapporto $\frac{a_{n+1}}{a_n}$
 - Criterio della radice $\sqrt[n]{a_n}$
 - Leibniz $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cdot a_n$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$	serie aritmetica: diverge
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\lambda}$	serie aritmetica generalizzata: converge per $\lambda > 1$; diverge per $\lambda \leq 1$
$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log(n)}$	serie aritmetica modificata: converge per $\gamma > 1$, diverge per $\gamma \leq 1$
$\sum_{n=1}^{\infty} q^n$	serie geometrica di ragione q : converge per $ q < 1$ con somma $\frac{1}{1-q}$; per $q \leq -1$, oscilla e per $q \geq 1$ diverge

Discutere al variare di $\alpha > 0$ il carattere della successione

Simile alle serie
Risolvere il limite

Si procede sostituendo la funzione di partenza grazie agli asintoti, sviluppi di Taylor etc. Si procede poi ad una semplificazione e si trova se il limite è finito l o non finito $\pm\infty$ **Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente integrale improprio è convergente**
 L'integrale \int_0^1 è convergente se utilizzando le relazioni di asintotico e semplificandolo si arriva a $\int_0^1 \frac{1}{x^p}$ con $p < 1$, viceversa se $p > 1$, la successione è divergente.

Derivabilità

$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
 f si dice derivabile in $x_0 \in (a, b)$ se il limite precedente esiste ed è finito.

Punti di non derivabilità

- Si calcola il $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f'(x)$ e $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f'(x)$ nei punti in cui sospetti la non derivabilità.
 - I due limiti esistono, finiti, uguali $\rightarrow f$ è derivabile nel punto x_0
 - i limiti esistono, ma diversi ... punto angoloso
 - i limiti sono entrambi uguali a $\pm\infty$ flesso (a tangente verticale)
 - un limite va a $-\infty$ e l'altro a $+\infty$, cuspidi
Confronto Infiniti
 $\log x < \sqrt{x} < x^k < k^x < x!$ per $x \rightarrow \infty$

Sviluppo di McLaurin delle princ. funzioni (con a=0)

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \dots$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$$

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n}$$

$$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_{2n+2} (-1)^{n+1} x^{2n+1}}{(2n+2)!}$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}$$

$$(1+x)^a = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2!} x^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{a}{n} x^n$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16} - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{1/2}{n} x^n$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} - \frac{5x^3}{16} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{-1/2}{n} x^n$$

Limiti di forma immediata

$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{0}{\infty}$	$\frac{\infty}{0}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{\infty}{0}$	$\frac{0}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{\in$			