

POLITECNICO DI MILANO
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

Analisi Matematica I [Prof. V.Pata]
Esame I - 23 Febbraio 2018

0. ESERCIZI PRELIMINARI

1. Completare ciascuna frase scegliendo fra *convergente*, *divergente* o *indeterminata*:

- La serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^3 (\log n)^3}$ è
- La serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log n^2}$ è
- La serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2 + n \cos n}{n^3}$ è

POLITECNICO DI MILANO
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

Analisi Matematica I [Prof. V.Pata]
Esame I - 23 Febbraio 2018

0. ESERCIZI PRELIMINARI

1. Completare ciascuna frase scegliendo fra *convergente*, *divergente* o *indeterminata*:

• La serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2 - 1}{n^3 \log n^3}$ è

• La serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^2}$ è

• La serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n + \sin n}{n^2 \sqrt{n}}$ è

POLITECNICO DI MILANO
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

Analisi Matematica I [Prof. V.Pata]
Esame I - 23 Febbraio 2018

I. TEORIA

- 1.1 Enunciare il Teorema di Lagrange. [1 punto]
- 1.2 Enunciare il Teorema degli Zeri per le funzioni continue. [1 punto]
- 1.3 Enunciare il Teorema di Weierstrass per le funzioni continue. [1 punto]
- 1.4 Enunciare il Teorema di Fermat. [1 punto]

- 2.1 Dare la definizione di primitiva F di una funzione f definita su $[a, b]$. [1 punto]
- 2.2 Se F e G sono due primitive di f su $[a, b]$, che relazione c'è tra F e G (giustificare la risposta)? [1 punto]
- 2.3 Enunciare il Teorema Fondamentale del Calcolo. [1 punto]
- 2.4 Dimostrare il Teorema Fondamentale del Calcolo. [2 punti]

- 3.1 Dare la definizione di successione a_n limitata. [1 punto]
- 3.2 Dare la definizione di successione a_n convergente a un limite reale ℓ . [1 punto]
- 3.3 Esprimere in termini formali (cioè attraverso la definizione) il fatto che una successione a_n non sia infinitesima. [1 punto]

POLITECNICO DI MILANO
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

Analisi Matematica I [Prof. V.Pata]
Esame I - 23 Febbraio 2018

II. ESERCIZI

1.1 Sia data la funzione

$$f(x) = e^x - e^{\sin x}.$$

Mostrare che in un intorno di zero vale la relazione

$$f(x) \sim ax^3$$

con $a > 0$, e calcolare il preciso valore di a . [3 punti]

1.2 Utilizzare il risultato precedente per stabilire, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio [3 punti]

$$\int_0^1 \frac{f(\sin x)}{[\sqrt{x} + x^2]^\alpha \log(1 + f(x^2))} dx$$

2. Calcolare i seguenti integrali indefiniti: [2 punti per esercizio]

2.1 $\int \frac{x^2}{x^2 + 2x + 2} dx$

2.2 $\int \frac{1}{\sin x} dx$

2.3 $\int \arctan x dx$