

POLITECNICO DI MILANO
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

Analisi Matematica I - INGINF [Prof. V.Pata]
Esame III - 6 Luglio 2017

0. ESERCIZI PRELIMINARI

◇ Scrivere *VERO* o *FALSO* accanto a ciascuna affermazione:

- f è derivabile in un punto x_0 se e solo se è differenziabile in x_0
- La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+7}{n^3+1}$ converge.
- Se $f(x)$ è integrabile in $[a, b]$ allora $g(x) = \sin(f(x))$ è integrabile in $[a, b]$

POLITECNICO DI MILANO
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

Analisi Matematica I - INGINF [Prof. V.Pata]
Esame III - 6 Luglio 2017

0. ESERCIZI PRELIMINARI

◇ Scrivere *VERO* o *FALSO* accanto a ciascuna affermazione:

- Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è crescente, allora f è integrabile in $[a, b]$
- La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+1}$ converge.
- Se f e g sono integrabili in $[a, b]$ allora il prodotto fg è integrabile in $[a, b]$

POLITECNICO DI MILANO
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

Analisi Matematica I - INGINF [Prof. V.Pata]
Esame III - 6 Luglio 2017

I. TEORIA

1. [1 punto ogni domanda]
 - 1.1. Enunciare il Teorema di Unicit  del Limite per le successioni.
 - 1.2. Enunciare una delle versioni del Teorema della Permanenza del Segno per le successioni.
 - 1.3. Enunciare il Teorema di Rolle.
 - 1.4. Enunciare la Condizione Necessaria di Convergenza per le serie.
 - 1.5. Enunciare il Teorema di Weierstrass.
 - 1.6 Enunciare il Teorema degli Zeri per le funzioni continue.

 - 2.1. Dare la definizione di primitiva di una funzione $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. [1 punto]
 - 2.2. Mostrare che tutte le primitive di $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ (se esistono) differiscono per una costante. [1 punto]
 - 2.3. Enunciare il Teorema Fondamentale del Calcolo (TFC). [2 punti]
 - 2.4. Dimostrare il TFC. [3 punti]
- Extra.** Mostrare un esempio di funzione NON continua per la quale il TFC si applica.

POLITECNICO DI MILANO
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

Analisi Matematica I - INGINF [Prof. V.Pata]
Esame III - 6 Luglio 2017

II. ESERCIZI

1. Stabilire per quali $\kappa \in \mathbb{R}$ l'equazione

$$x^3 - 3x + \kappa = 0$$

ammette due soluzioni reali distinte. [4 punti]

2. Determinare al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ il carattere della serie [4 punti]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \left[\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{\log n} - 1 \right]^{\beta}}{n + \arctan(n^2)}.$$

3. Sia data la funzione $f(x) = x \log x$ su $(0, 1]$. Trovare (giustificandone l'esistenza) l'estensione continua \hat{f} di f su $[0, 1]$. Calcolare quindi l'integrale [4 punti]

$$\int_0^1 \hat{f}(x) dx$$