Esercitazioni di Analisi Matematica 1B – Prof. A. Bonfiglioli
Programma del Corso (in vista dell'esame orale)

Funzioni Convesse:

1. Definizione di funzione convessa e interpretazione geometrica.
2. Caratterizzazione della convessità mediante il rapporto incrementale.
3. Caratterizzazione della convessità per funzioni derivabili (una volta).
4. Caratterizzazione della convessità per funzioni derivabili due volte (Test di Convessità).
5. Continuità delle funzioni convesse.

Formula di Taylor:

6. Derivate di ordine superiore e classe C^n.
7. Formula di Taylor con resto di Peano (e proprietà caratterizzanti del polinomio di Taylor).
8. Formula di Taylor col resto di Lagrange (e Lemma di tipo Rolle di ordine $n+1$).
9. Condizione sufficiente di estremalità locale mediante derivata seconda.

Uniforme Continuità:

10. Definizione di funzione uniformemente continua.
11. Funzioni Lipschitziane (definizione e caratterizzazione per funzioni derivabili). Definizione di funzione Hölderiana. Relazioni di questi concetti con la uniforme continuità.
12. Teorema di Heine-Cantor.

Integrale di Riemann:

13. Definizione di integrale mediante somme superiori e inferiori.
14. Proprietà dell'integrale: linearità, additività, monotonia (senza dimostrazioni).
15. Teorema di Riemann sulla caratterizzazione della integrabilità.
16. Integrabilità delle funzioni monotone e delle funzioni continue.
17. Teorema di Torricelli-Barrow.
18. Teorema della Media Integrale.
19. Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale (sulla derivazione della funzione integrale).
20. Definizione di primitiva (ed osservazioni sulle funzioni dotate di primitiva).

21. Integrazione per Parti. Integrazione per sostituzione/cambiamento di variabile.

Integrale Generalizzato di Riemann:

22. Definizione di integrale generalizzato. Criterio di Cauchy per l'integrale generalizzato.
23. Teorema dell'Assoluta Convergenza (per l'integrale generalizzato).
24. Teoremi del Confronto e del Confronto Asintotico (per l'integrale generalizzato).
25. Studio dettagliato della integrabilità (assoluta e non) della famiglia $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x^\alpha}\, dx$ (con $\alpha > 0$).
26. Facoltativo: Teorema generale per l'integrale generalizzato di funzioni oscillanti.

Serie Numeriche Reali:

27. Definizione di serie convergente, divergente, irregolare.
28. Criterio di Cauchy per le serie e condizione necessaria di convergenza.
29. Teorema dell'Assoluta Convergenza (per le serie). Serie assolutamente e semplicemente convergenti (esempio di serie semplicemente convergente).
30. Teoremi del Confronto e del Confronto Asintotico (per le serie).
31. Il Criterio Integrale per le serie.
32. Criteri della Radice e del Rapporto per le serie.
33. Criterio di Leibniz per le serie di segno alternante (la dimostrazione è stata solo accennata).

Numeri Complessi:

34. Definizione dell'insieme dei numeri complessi e delle operazioni di somma e prodotto su di essi a partire dalla rappresentazione cartesiana di un numero complesso. Piano di Argand-Gauss.
35. In che senso $\mathbb{C}$ è un ampliamento di $\mathbb{R}$. La forma algebrica di un numero complesso. Modulo di un numero complesso, parte reale e parte immaginaria. Complesso coniugato.
36. La forma trigonometrica di un numero complesso non nullo, argomenti di un numero complesso. La funzione esponenziale immaginaria. Formula di de Moivre e potenze di un numero complesso scritto in forma trigonometrica; forma esponenziale.
37. Radici n-esime di un numero complesso: definizione e teorema (con dimostrazione).
38. Risoluzione delle equazioni di secondo grado in $\mathbb{C}$.
39. La funzione esponenziale complessa e la funzione logaritmo (solo cenni in un'appendice). Teorema fondamentale dell'algebra (tre formulazioni equivalenti; nessuna con dimostrazione).