

DOMANDA DI TEORIA.

1. Verificare, usando la definizione di limite, che $\lim_{(x,y) \rightarrow (3,1)} x = 3$
2. Trovare una funzione $F(x,y)$ tale che $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} F(x,y)$ non esiste, ma tale che il limite $\lim_{t \rightarrow 0} F(tm, tl) = 0$ per ogni (l,m) .
3. Dare la definizione di differenziabilità di una funzione $F(x,y)$ in un punto (x_0, y_0) e dare l'esempio di una funzione non differenziabile in (x_0, y_0) , ma avente derivate parziali in quel punto.
4. Enunciare e dimostrare il teorema del differenziale totale.
5. Dimostrare che se F è differenziabile in un punto allora è continua in quel punto.
6. Fornire l'esempio di una funzione $F(x,y)$ e di una curva $\mathbf{r}(t)$ per cui, se $g(t) = F(\mathbf{r}(t))$, la regola per la derivazione di funzione composta $g'(t) = \nabla F(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{r}'(t)$ non è verificata in un punto t_0 .
7. Dimostrare che il gradiente è ortogonale alle curve di livello.
8. Dimostrare il Teorema di Fermat per le funzioni di due variabili.
9. Dimostrare che se in un punto stazionario il determinante della matrice hessiana è negativo allora il punto è un punto di sella.
10. Dimostrare che se in un punto stazionario il determinante della matrice hessiana è positivo allora il punto è un punto di massimo o minimo relativo.
11. Dare la definizione di funzione convessa e dimostrare che ogni punto stazionario di una funzione convessa è un punto di minimo assoluto.
12. Calcolare il volume della sfera di centro l'origine e raggio R .
13. Dare un esempio di un campo vettoriale $F(x,y) = F_1(x,y)\vec{i} + F_2(x,y)\vec{j}$ non conservativo per cui vale $\frac{\partial F_1}{\partial y} \neq \frac{\partial F_2}{\partial x}$.
14. Dimostrare che un campo conservativo ha circuitazione nulla.
15. Dimostrare che l'integrale generale dell'equazione $y' + p(x)y = q(x)$ è dato da $y = e^{-\mu(x)} \int e^{\mu(x)} q(x) dx$ dove $\mu(x)$ è una primitiva di $p(x)$.
16. Dimostrare che lo spazio delle soluzioni di un'equazione lineare del secondo ordine omogenea con coefficienti continui ha dimensione due.
17. Dimostrare che il wronskiano $W(x)$ di un'equazione lineare al secondo ordine non si annulla mai.
18. Derivare la soluzione particolare di un'equazione lineare al secondo ordine mediante il metodo di variazione delle costanti.
19. Enunciare e dimostrare il teorema di esistenza e unicità delle soluzioni del problema di Cauchy per le equazioni a variabili separabili.
20. Enunciare il teorema di esistenza e unicità locale per il problema di Cauchy e dare un esempio di un problema di Cauchy che ammette più di una soluzione.
21. Enunciare il teorema di esistenza globale delle soluzioni di un'equazione al primo ordine e verificare che le ipotesi sono soddisfatte da un'equazione lineare a coefficienti continui.
22. Enunciare e dimostrare il criterio di analiticità.
23. Calcolare $\int \cos(kx) \sin(hx) dx$ per ogni coppia di interi (h,k) .
24. Enunciare e dimostrare il principio di ortogonalità.

25. Dimostrare le disuguaglianze di Bessel.
26. Dimostrare l'uguaglianza di Parseval.
27. Enunciare e dimostrare il Teorema di Riemann-Lebesgue.
28. Dimostrare che una serie di funzioni continue che converge totalmente è integrabile termine a termine.

