Lezione 1/10

Derivate parziali

Esempio di applicazione del delle rette

- Sia $D = \{(x, y) | x \neq y\}$. Sia $F : D \to R$ funzione definita ponendo $F(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$

Verifichiamo che $\lim_{(x,y)\to(0,0)} F(x, y)$ non esist

Abbiamo che r_θ ha il sostegno nel dom di F se $\theta \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$. In tal caso

$$\lim_{t\to 0^+} F(t\cos\theta, t\sin\theta) = \frac{\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta - \sin\theta}$$

che dipende da θ, quindi il limite non e

24/09/19

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Il test delle rette non è sufficie

- Può capitare che per ogni θ

$$\lim_{t \to 0^+} F(x_0 + t\cos\theta, y_0 + t\sin\theta) = L$$

ma il limite

$$\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} F(x,y)$$

non esiste.

Esempio

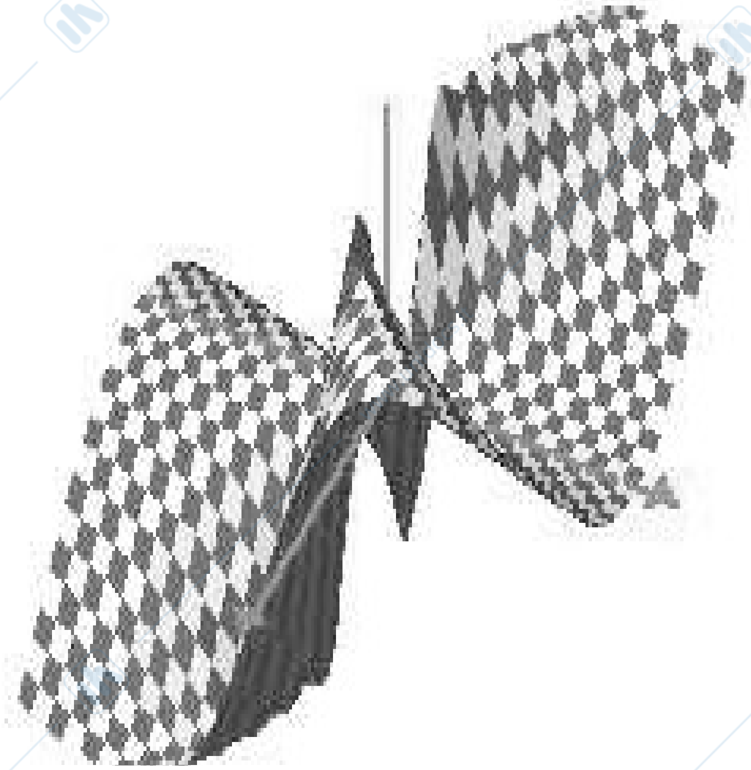
- Sia $D=\{(x,y)|(x,y)\neq(0,0)\}$ e sia $F:D-$

la funzione definita ponendo

$$F(x,y)=\frac{x^2 y}{x^4+y^2}$$

In questo caso $\lim_{t\to 0} F(x_0+t\cos\theta\ ,\ y_0+t\sin\theta)=0$, indipendente da θ, ma $\lim_{(x,y)\to(0,0)} F(x,y)$ n esiste. Infatti sulla curva $r(t)=(t,t^2)$ abbiamo che $\lim_{t\to 0} F(t,t^2)=\frac{1}{2}\neq 0$. Siccome il limite su r è diverso dal limite sui segmenti, $\lim_{(x,y)\to(0,0)} F(x,y)$ non esiste.

24/09/19



24/09/19

Test delle coordinate pola

- Se il test delle rette fallisce si può utilizzare il seguente teorema.
- Teorema: Sia $F : D \to R$ una funzione due variabili. Se esiste θ tale che

$$\lim_{t \to 0^+} F(x_0 + t\cos\theta, y_0 + t\sin\theta) = L$$

allora $\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} F(x,y) = L$ se e solo se

$$\lim_{t \to 0^+} \left[\sup_\theta \left| F(x_0 + t\cos\theta, y_0 + t\sin\theta) - L \right| \right] = 0$$

24/09/19

Applicazione pratica

- Il test delle coordinate polari in pratica applica come segue: per prima cosa s applica il test delle rette. Se il test fall allora $\lim_{t \to 0^+} F(x_0 + t\cos\theta, y_0 + t\sin\theta) = L$ con l indipendente da θ. A questo punto si una funzione f(t) tale che

$$|F(x_0 + t\cos\theta, y_0 + t\sin\theta) - L| \leq f(t)$$

e tale che $\lim_{t \to 0^+} f(t) = 0$. Se si riesce a trov f(t) allora $\lim_{(x,y)\to(0,0)} F(x,y) = L$.

24/09/19

Esercizio

- Verificare che

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 y}{x^2+y^2} = 0$$

24/09/19

Definizione delle derivate parziali

- Sia $F : D \to \mathbb{R}$ una funzione di due variabili e (x_0,y_0) un punto interno di
  - La derivata parziale di F rispetto a (x_0,y_0) è

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x_0, y_0) = \lim_{h \to 0} \frac{F(x_0+h, y_0) - F(x_0, y_0)}{h}$$

  - La derivata parziale di F rispetto a (x_0,y_0) è

$$\frac{\partial F}{\partial y}(x_0, y_0) = \lim_{h \to 0} \frac{F(x_0, y_0+h) - F(x_0, y_0)}{h}$$

Le derivate parziali in prati

- La derivata parziale di F rispetto a x in (x_0,y_0) non è altro che la derivata della funzione $f(x)=F(x,y_0)$ nel punto x_0.
- La derivata parziale di F rispetto a y in (x_0,y_0) non è altro che la derivata della funzione $g(y)=F(x_0,y)$ nel punto y_0.

Esempi

- In pratica, nel calcolare la derivata parziale rispetto a x, si applicano le consuete regole di derivazione, considerando x la variabile e y una costante. Analogamente per la deriv rispetto a y, scambiando i ruoli di x e
- Ad esempio, se $F: R^2 \rightarrow R$ è defi ponendo $F(x, y) = e^{x^2+y^2} + \sin(xy)$

allora $\frac{\partial F}{\partial x}(x_0, y_0) = 2x_0 e^{x_0^2+y_0^2} + y_0 \cos(x_0 y_0)$

Notazioni

- La funzione F si dice derivabile in (x_0,y_0) s esistono le derivate parziali in (x_0,y_0).
- Le derivate parziali si indicano in diversi m

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x_0, y_0) = F_x(x_0, y_0) = F_1(x_0, y_0) \qquad \frac{\partial F}{\partial y}(x_0, y_0) = F_y(x_0, y_0) = F$$

- Se il dominio D di F è un aperto e F è derivabile in ogni punto di D allora si indic con

$$\frac{\partial F}{\partial x} \qquad \frac{\partial F}{\partial y}$$

le derivate parziali viste come funzioni su

Approssimazione lineare in u variabile

- Nel caso di una variabile sappiamo che se funzione è derivabile allora l'equazione del retta tangente è $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$
- Sia $L(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ la funzione ch per grafico la retta tangente. L(x) è chiama approssimazione lineare di f in x_0.
- Si noti che $\lim_{x \to x_0} \frac{|f(x) - L(x)|}{|x - x_0|} = 0$ cioè l'approssimazione lineare approssima la funzione meglio della distanza tra x e x_0.

Approssimazione lineare in due variabili

- Sia $F : D \to \mathbb{R}$ una funzione di du variabili e (x_0,y_0) un punto interno di D. Se F è derivabile in (x_0,y_0), l'approssimazione lineare di F in (x_0,y_0) è

$$L(x,y)=F(x_0,y_0)+\frac{\partial F}{\partial x}(x_0,y_0)(x-x_0)+\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,y_0)(y-y$$

Funzioni differenziabili

- Sia $F : D \to \mathbb{R}$ una funzione di due variabili e (x_0,y_0) un punto interno di Se F è derivabile in (x_0,y_0), diremo c F è **differenziabile in (x_0,y_0)** se l'approssimazione lineare L(x,y) approssima la funzione meglio della distanza tra (x,y) e (x_0,y_0), cioè se

$$\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} \frac{|F(x,y)-L(x,y)|}{\|(x,y)-(x_0,y_0)\|}=0$$

Differenziabilità e continuit

- Teorema: Se F è differenziabile in (x_0,y_0) allora è continua in (x_0,y_0)
- Dimostrazione: Se $\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} \frac{|F(x,y)-L(x,y)|}{\|(x,y)-(x_0,y_0)\|}$ allora $\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} |F(x,y)-L(x,y)|=0$ quindi

$$\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} \left|F(x,y)-F(x_0,y_0)-\frac{\partial F}{\partial x}(x_0,y_0)(x-x_0)-\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,y_0)(y-y_0)\right|=0$$

$$\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} \left(F(x,y)-F(x_0,y_0)-\frac{\partial F}{\partial x}(x_0,y_0)(x-x_0)-\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,y_0)(y-y_0)\right)=$$

$$\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} \left(F(x,y)-F(x_0,y_0)\right)=0 \Leftrightarrow \lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} F(x,y)=F(x_0,y_0)$$

Esempio di funzione derivabile ma non differenziabile

- Consideriamo la funzione definita ponendo $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$F(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4+y^2} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

- Le derivate parziali di F in (0,0) sono

$$F_x(0,0)=0 \text{ e } F_y(0,0)=0$$

ma la funzione non è continua in (0,0) e quindi non può essere differenziabile in (0,0).

Come si verifica se una funzione è differenziabile

- Teorema del differenziale totale:Sia una funzione di due variabili e sia (x_0 punto interno di D. Se le derivate pa F esistono in un intorno di (x_0,y_0) e s continue in (x_0,y_0) allora F è differenz in (x_0,y_0).
- Dimostrazione:

$$F(x,y)-F(x_0,y_0)=F(x,y)-F(x_0,y)+F(x_0,y)-F(x_0$$

- Per il teorema del valor medio

$$F(x,y)-F(x_0,y)=\frac{\partial F}{\partial x}(\xi_x,y)(x-x_0)$$

$$F(x_0,y)-F(x_0,y_0)=\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,\eta_y)(y-y_0)$$

Quindi

$$|F(x,y)-L(x,y)|=\left|F(x,y)-F(x_0,y_0)-\frac{\partial F}{\partial x}(x_0,y_0)(x-x_0)-\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,y_0)(y-y_0)\right|$$

$$=\left|\left(\frac{\partial F}{\partial x}(\xi_x,y)-\frac{\partial F}{\partial x}(x_0,y_0)\right)(x-x_0)+\left(\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,\eta_y)-\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,y_0)\right)(y-y_0)\right|$$

Per la disuguaglianza di Cauchy-Schwarz,

$$\left|\left(\frac{\partial F}{\partial x}F(\xi_x, y)-\frac{\partial F}{\partial x}F(x_0, y_0)\right)(x-x_0)+\left(\frac{\partial F}{\partial y}F(x_0,\eta_y)-\frac{\partial F}{\partial y}F(x_0, y_0)\right)(y\right.$$

$$\leq\left(\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}F(\xi_x, y)-\frac{\partial F}{\partial x}F(x_0, y_0)\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial y}F(x_0,\eta_y)-\frac{\partial F}{\partial y}F(x_0, y_0)\right)^2}\right)\|(x-x_0, y-y$$

quindi

$$\frac{|F(x,y)-L(x,y)|}{\|(x,y)-(x_0,y_0)\|}\leq\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}(\xi_x, y)-\frac{\partial F}{\partial x}(x_0, y_0)\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,\eta_y)-\frac{\partial F}{\partial y}(x_0, y_0)\right)^2}$$

- Siccome $\frac{\partial F}{\partial x}$ $\frac{\partial F}{\partial y}$ sono continue in (x_0,y_0)

abbiamo che

$$\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}(\xi_x,y)-\frac{\partial F}{\partial x}(x_0,y_0)\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,\eta_y)-\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,y_0)\right)^2}=0$$

e quindi

$$\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} \frac{|F(x,y)-L(x,y)|}{\|(x,y)-(x_0,y_0)\|}=0$$

Esercizio

- Sia $D=\{(x,y)|x^2+y^2\leq 6\}$ e sia $F:D\rightarrow R$ la funzione definita ponendo

$$F(x,y)=\sqrt{6-x^2-y^2}$$

- Verificare che F è differenziabi nel punto (1,1).

Esercizio

- Sia $F: D \to R$ la funzione definita ponendo

$$F(x,y) = e^{x^2 - y^2}$$

- Calcolare un valore approssimato di F(0.9,1.1).

Derivate di funzioni compos

- Se $f: I \rightarrow J$ e $g: J \rightarrow K$ sono funzio una variabile allora sappiamo che

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x)$$

- Ci sono regole analoghe per calcola derivate parziali di funzioni compost Siccome ci sono vari modi per comp le funzioni, dobbiamo distinguere va casi.

24/09/19

I caso: G(x,y)=f(F(x,y))

- Sia $F: D \to I$ una funzione di due var
  e sia (x_0,y_0) un punto interno di D. Si

  $f: I \to J$ una funzione di una variabi

Se F è **derivabile** in (x_0,y_0) e f è deriva
in $t_0=F(x_0,y_0)$ allora $G = f \circ F$ è deriv
in (x_0,y_0) e

$$\frac{\partial G}{\partial x}(x_0,y_0)=f'(t_0)\frac{\partial F}{\partial x}(x_0,y_0),\ \frac{\partial G}{\partial y}(x_0,y_0)=f'(t_0)\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,$$

24/09/19

Il Caso: g(t)=F(x(t),y(t))

- Sia $F: D \to J$ una funzione di due va
  e sia (x_0,y_0) un punto interno di D. Sia

$$r: I \to D, \quad r(t)=(x(t),y(t))$$

una curva tale che $r(t_0)=(x_0,y_0)$.

Supponiamo inoltre che **r** sia differenz
in t_0. Se F è **differenziabile** in (x_0,y_0)
la funzione $g=F\circ r$ è derivabile

$$g'(t_0)=\frac{\partial F}{\partial x}(x_0,y_0)x'(t_0)+\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,y_0)y'(t_0)$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Esempio

- Sia $F: R^2 \to R$ definita ponendo $F(x, y) = x$
- Sia $r: R \to R^2$ la curva definita ponendo $r(t) = (e^t, e^{-t})$
- Allora la funzione $g = F \circ r$ è $g(t) = e^{2t} +$
- Si verifica facilmente che, calcolando la derivata di g(t) usando questa espressione e usando la formula per la derivata di una funzione composta si ottiene lo stesso risultato.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Controesempio

- Diamo ora un esempio in cui la rego differenziazione di funzione compos vale perché F non è differenziabile. Consideriamo $F: R^2 \to R$ definita por

$$F(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

e sia $r: R \to R^2$ la curva $r(t)=(t,t)$

Risulta che $\dfrac{\partial F}{\partial x}(0,0)=\dfrac{\partial F}{\partial y}(0,0)=0$ ma $(F \circ r)$

III Caso: G(u,v)=F(x(u,v),y(u,v))

- Sia $F: D \to \mathbb{R}$ una funzione di due variab differenziabile in (x_0,y_0).
- Sia $M: U \to D$ una funzione di due varial valori vettoriali, quindi $M(u,v)=(x(u,v),y(u,$
- Supponiamo che $(x(u_0,v_0),y(u_0,v_0))=(x_0,y_0)$ che sia x che y siano differenziabili in $(u_0$ Allora, se $G=F\circ M$

$$\frac{\partial G}{\partial u}(u_0,v_0)=\frac{\partial F}{\partial x}(x_0 y_0)\frac{\partial x}{\partial u}(u_0,v_0)+\frac{\partial F}{\partial y}(x_0 y_0)\frac{\partial y}{\partial u}(u_0,v_0)$$

$$\frac{\partial G}{\partial v}(u_0,v_0)=\frac{\partial F}{\partial x}(x_0 y_0)\frac{\partial x}{\partial v}(u_0,v_0)+\frac{\partial F}{\partial y}(x_0 y_0)\frac{\partial y}{\partial v}(u_0,v_0)$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

III Caso: G(u,v)=F(x(u,v),y(u,v))

- In modo meno preciso ma più espres
in questo caso la regola di derivazion
funzione composta si scrive

$$\frac{\partial G}{\partial u}=\frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial u}+\frac{\partial F}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial u}$$

$$\frac{\partial G}{\partial v}=\frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial v}+\frac{\partial F}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial v}$$

Esercizio

- Sia $F : R^2 \rightarrow R$ la funzione definita ponendo $F(x, y) = e^{x^2+y^2}$. Sia $D = \{(\rho , \theta) | \rho$ sia $M : D \rightarrow R^2$ definita ponendo

$$M(\rho , \theta) = (\rho \cos\theta , \rho \sin\theta)$$

- Calcolare $\dfrac{\partial (F \circ M)}{\partial \rho}$ e $\dfrac{\partial (F \circ M)}{\partial \theta}$

24/09/19

Derivate seconde

- Come per una funzione di una variab anche una funzione di due variabili p essere derivata più volte. Data una funzione di due variabili F definita su insieme aperto D e derivabile in ogn punto di D possiamo considerare le derivate parziali $\frac{\partial F}{\partial x}$ $\frac{\partial F}{\partial y}$ come funz su D e calcolarne le loro derivate parziali.

24/09/19

Derivate seconde

- Si ottengono quattro derivate secono
  F:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right), \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right), \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right), \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)$$

La notazione $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right), \ldots.$ è piuttosto pesante e si preferisce scrivere

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)=\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \qquad \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)=\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x},$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)=\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \qquad \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)=\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$$

24/09/19

Esercizio

- Sia $F: R^2 \to R$ la funzione definita ponendo

$$F(x, y) = \cos(xy) + 3x^2 y^2$$

Calcolare $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x}, \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$

Teorema di Schwartz

- Teorema: Se le derivate $\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x}$ esistono

in un intorno di (x_0,y_0) e $\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x}$ è contin
in (x_0,y_0) allora la derivata

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}(x_0, y_0)$$

esiste ed è uguale a $\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x}(x_0, y_0)$

- Naturalmente il teorema continua a valere se si scambiano i ruoli di $\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x}$

Corollario

- Se D è un aperto e $F: D \to \mathbb{R}$ è una funzione di due variabili tale che le s derivate seconde esistono e sono continue in D allora

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x}$$

Derivate successive

- Naturalmente si possono definire le derivate terze, quarte, n-esime: le derivate terze sono le derivate parzia delle derivate seconde e quindi sono

$$\frac{\partial^3 F}{\partial x^3} \quad \frac{\partial^3 F}{\partial x^2 \partial y} \quad \frac{\partial^3 F}{\partial x \partial y^2} \quad \frac{\partial^3 F}{\partial y \partial x \partial y} \cdots$$

Definizione

- Una funzione $F : D \to \mathbb{R}$ con D ape
si dice di classe C^k se tutte le sue
derivate fino all'ordine k sono continu
D.
- Si dice di classe C^∞ se le sue deri
di qualsiasi ordine sono continue in

24/09/19

Teorema

- Se F è di classe C^∞ allora nelle deriv
  l'ordine di derivazione non conta.

Esempio

- Se F è di classe C^∞ allora ci sono quattro derivate terze:

$$\frac{\partial^3 F}{\partial x^3} \quad \frac{\partial^3 F}{\partial x^2 \partial y} \quad \frac{\partial^3 F}{\partial x \partial y^2} \quad \frac{\partial^3 F}{\partial y^3}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Equazione del piano tanger

- Se F è C^1 è possibile calcolare l'equazione cartesiana del piano tangente al grafico della funzione.

Vettori tangenti al grafico

- Sia (x_0,y_0) un punto del dominio D di funzione di due variabili F di classe
- Un vettore tangente al grafico di F n punto (x_0,y_0) è il vettore tangente r'(una curva r(t) derivabile avente sostegno sul grafico di F e tale che r $(x_0,y_0, F(x_0,y_0))$.

Piano tangente al grafico

- Il piano tangente al grafico di F nel punto (x_0,y_0) è il piano passante per $(x_0,y_0,F(x_0,y_0))$ e parallelo a tutti i vetto tangenti al grafico di F in (x_0,y_0).

Calcolo dell'equazione del piano tangente al grafico

- Sia $v=a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}$ un vettore tangent grafico di F nel punto (x_0,y_0). Sia r(t) curva sul grafico di F tale che r(t_0)=(x_0,y_0,F(x_0,y_0)) e r'(t_0)=v. Siccom r(t) è sul grafico di F abbiamo che

$$r(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+F(x(t),y(t))\vec{k}$$

- Allora

$$r'(t)=x'(t)\vec{i}+y'(t)\vec{j}+(\frac{\partial F}{\partial x}x'(t)+\frac{\partial F}{\partial y}y'($$

Calcolo dell'equazione de piano tangente al grafico

- In particolare, siccome F è di classe

$$a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}=r'(t_0)=a\vec{i}+b\vec{j}+(\frac{\partial F}{\partial x}(x_0,y_0)a+\frac{\partial F}{\partial y}(x_0$$

da cui ricaviamo che

$$c=\frac{\partial F}{\partial x}(x_0,y_0)a+\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,y_0)b$$

Quindi i vettori tangenti al grafico soddisfano l'equazione

$$z=\frac{\partial F}{\partial x}(x_0,y_0)x+\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,y_0)y$$

Calcolo dell'equazione de piano tangente al grafico

- Il piano parallelo al piano di equazio

$$z=\frac{\partial F}{\partial x}(x_0,y_0)x+\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,y_0)y$$

e passante per $(x_0,y_0,F(x_0,y_0))$ ha equazione

$$z-F(x_0,y_0)=\frac{\partial F}{\partial x}(x_0,y_0)(x-x_0)+\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,y_0)(y-$$

e quindi il piano tangente al grafico di (x_0,y_0) è il piano di equazione

$$z=F(x_0,y_0)+\frac{\partial F}{\partial x}(x_0,y_0)(x-x_0)+\frac{\partial F}{\partial y}(x_0,y_0)(y-$$

Approssimazione lineare
piano tangente al grafico

- Come abbiamo visto il piano tangent ha equazione

$$z=L(x,y)$$

dove L(x,y) è l'approssimazione linear F in (x_0,y_0).

Quindi l'approssimazione lineare di un funzione di classe C^1 è la funzione i grafico è il piano tangente.

24/09/19

Esercizio

- Sia $D=\{(x,y)|x^2+y^2<6\}$ e sia $F:D\rightarrow R$ la funzione definita ponendo

$$F(x,y)=\sqrt{6-x^2-y^2}$$

Calcolare l'equazione del piano tangente al grafico in (1,1).

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari