

## Analisi Matematica 2

### X esercitazione

#### 1. CAMBIO DI VARIABILI

**1. PROBLEMA** Calcolare i seguenti integrali tripli;

- (1)  $\iiint_D x dx dy dz$ ,  $D$  il dominio delimitato dalle sfere di equazione  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  e  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ .
- (2)  $\iiint_D xy e^z dx dy dz$ ,  $D = \{(x, y, z) \mid x > 0, x^2 + y^2 \leq 1, x^2 + y^2 \leq 2y, 0 \leq z \leq 1\}$ .
- (3)  $\iiint_D \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$ ,  $D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq \frac{1}{2}\}$ .

**2. PROBLEMA** Determinare il volume del dominio  $D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 - z \leq 0, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}$ .

#### 2. APPLICAZIONI FISICHE

**3. PROBLEMA** Calcolare il momento di inerzia di una sfera piena omogenea intorno ad un suo asse di simmetria.

**4. PROBLEMA** Calcolare massa totale e baricentro di un cilindro retto con base di raggio 1 e altezza 1 con densità  $\rho(P) = (d(P, r))^2$ , dove  $r$  è l'asse di simmetria del cilindro.

#### 3. CALCOLO DEI COEFFICIENTI DI FOURIER

**5. PROBLEMA** Calcolare la serie di Fourier delle seguenti funzioni periodiche

- (1)  $f(x) = 4 - 2 \sin x + 3 \cos x$ . Periodo  $2\pi$ .
- (2)  $f(x) = \cos^3(x) - \sin^3(x)$ . Periodo  $2\pi$ .
- (3)  $f(x) = 4 - 2 \sin(2x) + \cos(4x)$ . Periodo  $\pi$ .

**6. PROBLEMA** Sia  $f : [-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita ponendo  $f(x) = x^2$ . Calcolare la serie di Fourier del suo prolungamento periodico.

2

**7. PROBLEMA** Sia  $f : [0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita ponendo  $f(x) = x^2$ . Calcolare la serie di Fourier del suo prolungamento periodico.

**8. PROBLEMA** Calcolare la serie di Fourier delle seguenti funzioni

- (1) Il prolungamento periodico di  $f : [-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \operatorname{sgn}(x)$ .
- (2) Il prolungamento periodico di  $f : [-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} 2 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}.$$

- (3) Il prolungamento periodico di  $f : [-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \operatorname{sgn}(x)$ .
- (4) Il prolungamento periodico della funzione  $f(x)$  pari definita su  $[-1, 1)$  tale che su  $[0, 1)$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x > 1/2 \\ -1 & x < 1/2 \end{cases}.$$

**9. PROBLEMA** Sia  $f$  la funzione su  $[0, \pi)$  definita ponendo  $f(x) = x$ . Calcolare la serie di Fourier del suo prolungamento periodico.

**10. PROBLEMA**

- (1) Sia  $f$  la funzione su  $[-1, 1)$  definita ponendo  $f(x) = |x|$ . Calcolare la serie di Fourier del suo prolungamento periodico.
- (2) Sia  $f$  la funzione pari su  $[-1, 1)$  tale che  $f(x) = 2 - x$  su  $[0, 1)$ . Calcolare la serie di Fourier del suo prolungamento periodico.