

## Analisi Matematica 2 Prova simulata

Matr:..... Cognome e Nome: .....

**1. PROBLEMA** Verificare se il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(1 + y^2) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

ha un'unica soluzione in un intorno della condizione iniziale e in tal caso calcolare la soluzione specificando l'intervallo massimale di definizione della soluzione.

2

**2. PROBLEMA** Sia  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  il campo vettoriale definito ponendo

$$F(x, y) = \frac{2x}{1 + x^2 + y^2} \vec{i} + \left( \frac{2y}{1 + x^2 + y^2} + 3 \right) \vec{j}.$$

Si calcoli l'integrale di linea del campo sulla curva di equazione  $x^2 + xy + 2y^2 = 1$  percorsa in senso orario, si verifichi se il campo è conservativo e, in tal caso, si calcoli un potenziale.

**3. PROBLEMA** Calcolare la serie di Fourier del prolungamento periodico di periodo 2 di  $f : [-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  definita ponendo

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ x + 1 & \text{se } 0 \leq x < 1 \end{cases} .$$

Calcolare la somma della serie nei punti  $x = \frac{k}{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

4

**4. DOMANDA DI TEORIA** Dimostrare che lo spazio delle soluzioni di un'equazione lineare del secondo ordine omogenea con coefficienti continui ha dimensione due.