

**Simulazione Esame - PARTE A****1. Domanda**

Se una successione  $a_n$  è infinitesima, allora

- (a)  $a_n$  è definitivamente positiva
- (b)  $a_n$  è definitivamente negativa
- (c)  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$  è convergente
- (d)  $|a_n|$  è infinitesima

**2. Domanda**

Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{2 + \sin x}$ ?

- (a) 1
- (b) 0
- (c)  $+\infty$
- (d) Non esiste

**3. Domanda**

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua tale che  $f(x) \leq x$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$ . Indicare l'affermazione vera.

- (a)  $\int_0^x f(t) dt \leq xf(0)$
- (b)  $\int_0^x f(t) dt \leq \frac{x^2}{2}$
- (c)  $\int_0^x f(t) dt \geq xf(0)$
- (d)  $\int_0^x f(t) dt \leq x + f(0)$

**4. Domanda**

Sia  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile tale che  $f(0) = f(1) = 0$  e  $f$  non costante. Indicare l'affermazione vera.

- (a)  $f'(x) = 0$  in  $[0, 1]$ .
- (b)  $f'$  cambia segno in  $(0, 1)$ .
- (c)  $f$  ha massimo e minimo in  $(0, 1)$ .
- (d) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

**5. Domanda**

La funzione  $f(x) = \cos 3x + \sin 4x$

- (a) non è derivabile in  $x = 0$
- (b) è dispari
- (c) è pari
- (d) è periodica

**6. Domanda**

L'equazione

$$x^2 + \log x = 0$$

- (a) ha 2 soluzioni in  $(0, +\infty)$
- (b) ha un'unica soluzione in  $(0, +\infty)$
- (c) non ha nessuna soluzione in  $\mathbb{R}$
- (d) ha un'unica soluzione in  $(-\infty, 0)$

**7. Domanda**Data la funzione  $f(x) = x \cos(\sqrt{|x|})$ , stabilire quale delle seguenti proprietà è verificata:

- (a)  $f$  è pari
- (b)  $f$  è limitata in  $\mathbb{R}$
- (c)  $f$  non è nè pari nè dispari
- (d)  $f$  è derivabile in  $\mathbb{R}$

**8. Domanda**Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione dispari. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a)  $f$  non è invertibile
- (b)  $f$  è limitata
- (c)  $f(0) = 0$
- (d)  $f$  è derivabile in 0

**9. Domanda**Determinare per quali valori del parametro reale  $\alpha \in \mathbb{R}$  la successione

$$a_n = \frac{(3n + \sqrt{n})^\alpha}{5n^3 + 2 \cos n}$$

è infinitesima.

- (a)  $\alpha < 5$
- (b)  $\alpha > 5$
- (c)  $\alpha = 3$
- (d)  $\alpha < 3$

**10. Domanda**Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con  $f''(x) = c \neq 0$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$ . Allora

- (a)  $f$  è convessa
- (b)  $f$  è concava
- (c)  $f$  è un polinomio di secondo grado
- (d)  $f$  è crescente

**PARTE B**

1. Studiare la seguente funzione

$$f(x) = x^2 e^{-|2x+1|} + 1$$

determinando l'insieme di definizione, l'insieme di continuità e quello di derivabilità, eventuali asintoti, punti di massimo, di minimo, di flesso, intervalli di monotonia. Tracciare il grafico approssimativo di  $f$ .

2. Calcolare l'integrale definito

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} \log\left(\frac{1}{x^3}\right) dx.$$

3. Calcolare il seguente limite utilizzando gli sviluppi di Taylor

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x^3} - \frac{\log(1 + 3x)}{6(1 - \cos x)}$$

4. Studiare il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 2n + 3} - 2n}{\sqrt{n}}.$$