LIMITI → UNICITÀ DEL LIMITE → Se $\exists$ è unico $f: A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $x_0 \in A' \cap \mathbb{R}$

→ CARATT. DELLA CONTINUITÀ → $f: I(x_0) \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ f CONTINUA in $x_0 \Leftrightarrow f$ CONT. sia DX SX

→ CARATT. DEL LIMITE → $f: A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x_0 \in A'$ SIA DA DX CHE DA SX, $l \in \overline{\mathbb{R}}$

$$l = \lim_{x \to x_0} f(x) \Leftrightarrow \lim_{x \to x_0^+} f(x) = \lim_{x \to x_0^-} f(x) = l$$

→ PERM. DEL SEGNO → $f: A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x_0 \in A' \cap \mathbb{R}$

$\exists I(x_0): \forall x \in I(x_0) \cap A \setminus \{x_0\}$

- I → $\lim_{x \to x_0} f(x) > 0$ (opp. $l = +\infty$) $\Rightarrow f(x) > 0$
- II → $f(x) > 0 \Rightarrow \lim_{x \to x_0} f(x) > 0$

→ DEL CONFRONTO → $f, g: A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x_0 \in A' \cap \mathbb{R}$

- i) → $\lim_{x \to x_0} f(x) = l$ e $\lim_{x \to x_0} g(x) = m$
- ii) → $f \leq g \xRightarrow{\text{ALLORA}} l \leq m$

→ DEI CARABINIERI → $f, g, h: A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x_0 \in A' \cap \overline{\mathbb{R}}$

- i) → $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$
- ii) → $\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} h(x) =: l \in \mathbb{R}$
  → $\lim_{x \to x_0} g(x) = l$

DERIVATE → TEOREMA → $f: I \to \mathbb{R}$, I INTERV., $x_0 \in I^\circ$ → f deriv. in $x_0 \Rightarrow f$ CONTINUA SU I°

→ DER. DELLA FUNZ. INVERSA → $f: I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, I intervallo, $x_0 \in I^\circ$ → f CONTINUA E INVERT. SU $I(x_0)$

f DERIV. IN x_0 E $f'(x_0) \neq 0 \Rightarrow f^{-1}$ DERIV. IN $y_0 = f(x_0)$ E INOLTRE

$$[f^{-1}]'(y_0) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y_0))} \longrightarrow D f^{-1}(x_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

→ DER. DELLA FUNZ. COMPOSTA → $g \circ f: \text{DOM} f \to \mathbb{R}$ è DERIVABILE IN x_0 → $D(g \circ f(x)) = g'(f(x))$

→ FERMAT → $f: I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, I interv.,
- i) → $x_0 \in I^\circ =]a,b[$
- ii) → f DERIVABILE IN x_0
- iii) → x_0 p. estr. per f

$\Rightarrow f'(x_0) = 0$

→ ROLLE → f CONTINUA → f DERIV. → $f(a) = f(b)$ → $\exists\, c \in]a,b[$: → $f'(c) = 0$

$f: [a,b] \to \mathbb{R}$

→ LAGRANGE → SU $[a,b]$ → SU $]a,b[$ → → $f'(c) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

→ CARATT. DELLE FUNZ. COST. → $f: I \subseteq \mathbb{R}$, I INTERV. f DERIV. SU I → f COST. $\Leftrightarrow f'(x) = 0$

→ DE L'HOPITAL → $f, g: I \to \mathbb{R}$, I INTERV., $x_0 \in I^\circ$
- i) → $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0 = \lim_{x \to x_0} g(x)$ OPPURE $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty = \lim_{x \to x_0} g(x)$
- ii) → f, g DERIVAB. SU I°, $g(x) \neq 0$ SU I°
- iii) → $\lim_{x \to x_0} \dfrac{f'(x)}{g'(x)} = l \in \overline{\mathbb{R}} \Rightarrow \lim_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = l$

$f(x)$ CONTINUE

→ **ZERI** → $f:[a,b] \to \mathbb{R}$
- → f continua su $[a,b]$
- → $f(a)f(b) < 0$

$\Rightarrow \exists\, c \in\,]a,b[\, : f(c) = 0$

→ **VALORI INTERMEDI** → $f:[a,b] \to \mathbb{R} \xrightarrow{i)} f$ cont. su $[a,b] \Rightarrow f$ assume tutti i valori tra $f(a)$ e $f(b)$

→ **WEIERSTRASS** → $f:[a,b] \to \mathbb{R} \xrightarrow{i)} f$ cont. su $[a,b] \Rightarrow f$ ammette MAX e MIN ASSOLUTI

$\Leftrightarrow \exists\, M, m \in \mathbb{R} : M = \max f(a,b)$ e $m = \min f(a,b)$

$\Leftrightarrow \exists\, x_m, x_M \in [a,b] : m = f(x_m) \leq f(x) \leq f(x_M) = M \quad \forall x \in [a,b]$

→ **MONOTONIA** → $f: I \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, I interv.
- $\xrightarrow{i)}$ f continua su I
- $\xrightarrow{ii)}$ f biettiva

$\Rightarrow f$ strettamente monotona

INTEGRALI → MEDIA INTEGRALE → $\mathbb{R}$ CONTINUA

$$\Rightarrow \exists\, c \in [a,b] : f(c) = m(f;a,b) := \frac{\int_a^b f(x)\,dx}{b-a}$$

AREA ALG. RETTANGOLO: $(b-a)f(c) = \int_a^b f(x)\,dx$ → AREA ALG. REGIONE SOTTO f

→ TORRICELLI → $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ continua $\Rightarrow \overline{F}$ è DERIV. su $[a,b]$ e $\overline{F}'(x) = f(x)$ $\forall x \in [a,b]$

→ CALCOLO INTEGRALE → $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ CONTINUA $\Rightarrow \int_a^b f(x)\,dx = G(b) - G(a)$, ove $G \in \int f(x)\,dx = D^{-1}(f)$

→ INTEGRAB. DELLE $f(x)$ CONTINUE → $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ CONTINUA $\Rightarrow f$ INTEGRABILE

→ INTEGRAB. DELLE $f(x)$ MONOTONE → $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ MONOTONA $\Rightarrow f$ INTEGRABILE