

# Parte B di Analisi Matematica 1

*C. Grammatico*

C.d.S. Ing. Civile, Ambiente e Territorio

Cognome: ..... Nome: .....

<i>Totale A</i>	<i>Quesito 1</i>	<i>Quesito 2</i>	<i>Quesito 3</i>	<i>Voto</i>

Si risponda ai seguenti quesiti scrivendo a penna in MODO LEGGIBILE e motivando adeguatamente le risposte. Ove presente, la traccia serve di riferimento per una esposizione sequenzialmente logica e possibilmente esauriente della risposta. Per una valutazione positiva della risposta non sono indispensabili le dimostrazioni.

Al termine della prova si consegnino tutti i fogli protocollo utilizzati (barrando le parti di brutta copia che non si desidera vengano corrette) e i testi delle parti A e B.

## 1. LA RETTA REALE $\mathbf{R}$ .

Traccia: relazione d'ordine e di equivalenza, insiemi separati e contigui, max e min di un sottoinsieme  $A \subseteq \mathbf{R}$ , estremo sup. e inf. di  $A \subseteq \mathbf{R}$  e sua caratterizzazione; modulo di un numero reale e sue proprietà.

La retta reale estesa  $\bar{\mathbf{R}}$ : relazione d'ordine, insiemi limitati e non limitati di  $\mathbf{R}$ ., estremo sup. e inf. per insiemi non limitati di  $\mathbf{R}$ . Definizione di

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty, x \in A} = L \in \bar{\mathbf{R}},$$

## 2. NUMERI COMPLESSI

Traccia: definizione, forma algebrica, trigonometrica ed esponenziale, modulo e argomento di un numero complesso, radici n-esime di un numero complesso.

## 3. FUNZIONI REALI DI VARIABILE REALE $f : A \rightarrow \mathbf{R}$ , $A \subseteq \mathbf{R}$

Traccia: limitatezza,  $\sup_A f$ ,  $\inf_A f$ ,  $\max_A f$ ,  $\min_A f$ : definizioni e proprietà - funzioni monotone: definizione e limiti di funzioni monotone.

#### 4. SUCCESSIONI REALI

Traccia: definizione, limite di una successione, proprietà del limite: unicità, teorema dei due carabinieri, limite di successioni monotone.

#### 5. IL NUMERO $e$

Traccia: verifica che la successione  $(n + \frac{1}{n})^n$  è crescente e limitata.

#### 6. LIMITI di $f : A \rightarrow \mathbf{R}$ , $A \subseteq \mathbf{R}$

Traccia: punti di accumulazione, interni, frontiera di  $A \subseteq \mathbf{R}$ , interno e chiusura di  $A \subseteq \mathbf{R}$ ; caratterizzazione del limite mediante successioni, limite di una restrizione, limite destro e sinistro - teoremi sui limiti: località, limitatezza, permanenza del segno, limite della composizione. Confronto di infinitesimi e infiniti, verifica che  $\frac{\sin x}{x} \rightarrow 1$  per  $x \rightarrow 0$ .

#### 7. CONTINUITA' di $f : A \rightarrow \mathbf{R}$ , $A \subseteq \mathbf{R}$ , CONNESSIONE E COMPATTEZZA

Traccia: definizione e proprietà, continuità della composizione - definizione di insieme connesso e compatto in  $\mathbf{R}$ , teoremi su  $f : A \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $A \subseteq \mathbf{R}$  con  $f \in C^0(A, \mathbf{R})$  nei casi  $A$  connesso e  $A$  compatto.

#### 8. CONTINUITA' di $f^{-1} : f(A) \rightarrow A$ , $A \subseteq \mathbf{R}$

Traccia: monotonia della funzione inversa, continuità della funzione inversa nei casi  $A$  connesso e  $A$  compatto.

#### 9. FUNZIONI ESPONENZIALE E LOGARITMO

Traccia: funzioni uniformemente continue e teorema di prolungamento - costruzione della funzione esponenziale e della sua inversa e relative proprietà.

#### 10. DERIVAZIONE

Traccia: definizione e teoremi sulla derivazione: continuità, derivabilità del prodotto, del quoziente, derivabilità della composizione e dell'inversa.

#### 11. TEOREMI DI DERIVAZIONE

Traccia: retta tangente a un grafico e derivate di ordine superiore - punti critici, max e min relativo e assoluto e loro relazione - teoremi di Rolle, Cauchy e valor medio - funzioni monotone e segno della derivata.

#### 12. TEOREMI DI DE L'HOSPITAL

Traccia: forme indeterminate, enunciare i teoremi di De l'Hospital in tutti i casi.

### 13. FORMULA/LA DI TAYLOR

Traccia: Formula di Taylor con resto di Peano.

### 14. FUNZIONI CONVESSE

Traccia: definizione, segno della derivata seconda, punti di flesso.

### 15. INTEGRAZIONE

Traccia: Integrale secondo Riemann: definizione e proprietà (linearità, monotonia, additività, ...) - integrale definito: definizione e teorema della media integrale.

### 16. INTEGRALE DEFINITO E PRIMITIVE

Traccia: primitive, integrale definito e indefinito - teorema fondamentale del calcolo integrale - integrazione per parti e per sostituzione: caso definito e caso indefinito.

### 17. INTEGRALE GENERALIZZATO

Traccia: definizione: caso integrando non limitato, caso integrazione su semiretta - condizioni sufficienti di integrabilità.