COME RISOLVERE ESERCIZI SU DERIVABILITÀ

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x), & x<0 \\ A, & x=0 \\ f_2(x), & x>0 \end{cases}$$

DERIVABILE ?

(i) CONTINUITÀ (in $x=0$) ✓

$\lim_{x\to 0^-} f_1(x) \overset{!}{=} \lim_{x\to 0^+} f_2(x)$ e finiti

(ii) DERIVABILITÀ (in $x=0$) ✓

RAPPORTO INCREMENTALE

se $\exists \lim_{x\to 0^-} \frac{f_1(x)-f_1(0)}{x-0} \in \mathbb{R} \Rightarrow \exists f'_-(0)$

se $\exists \lim_{x\to 0^+} \frac{f_2(x)-f(0)}{x-0} \in \mathbb{R} \Rightarrow \exists f'_+(0)$

se $=$ $\Rightarrow$ f derivabile

(iii) C^1: (come se è ~~continua~~ e derivabile e se la derivata prima è continua)

$$f'(x) = \begin{cases} f'_1(x), & x<0 \quad \exists \lim_{x\to 0^-} f'(x) \in \mathbb{R} \\ f'_-(0) = f'_+(0), & x=0 \quad \text{se } = f'(0) \\ f'_2(x), & x>0 \quad \exists \lim_{x\to 0^+} f'_2(x) \in \mathbb{R} \end{cases}$$

STUDIO di funzione

$$f(x) = \frac{|x|}{3} + \ln\left(2\left(\frac{|x|-1}{|x|-2}\right)\right)$$

il dom (R) è simm. risp. a $x=0$ vuol dire PARITÀ $f(-x) = f(x)$

Quante soluzioni ha l'eq. ne (posso fare il grafico solo di una parte)

$$f(x) = \alpha \text{ al variare di } \alpha \in \mathbb{R}?$$

① DOMINIO NATURALE $\Leftrightarrow x < -2 \vee -1 < x < 1 \vee x > 2$

$$\begin{cases} \dfrac{|x|-1}{|x|-2} > 0 & (\leftarrow \text{per esistenza del ln}) \\ |x| \neq 2 & (\leftarrow \text{per esistenza della frazione}) \end{cases}$$

$x \neq \pm 2$

$|x| > 1 \Leftrightarrow x < -1 \vee x > 1$ N

$|x| > 2 \Leftrightarrow x < -2 \vee x > 2$ D

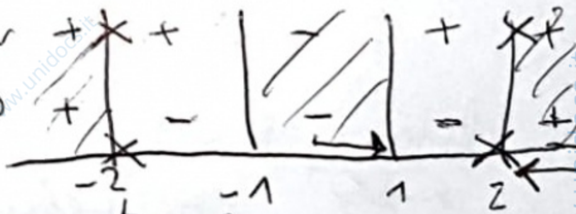
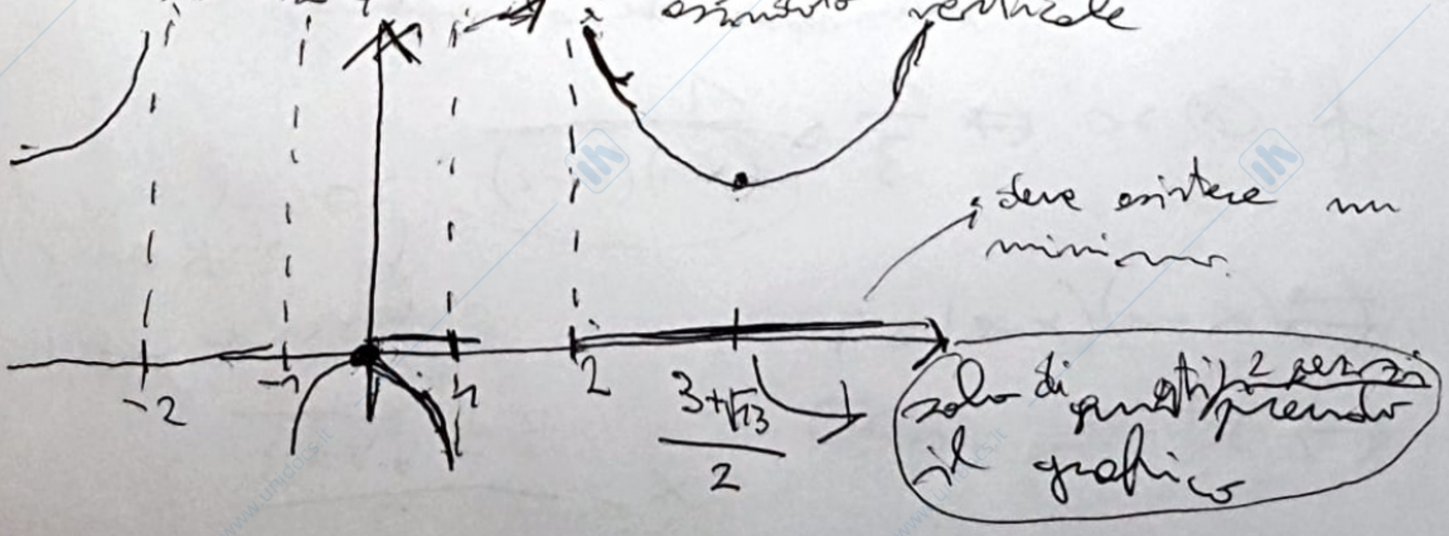
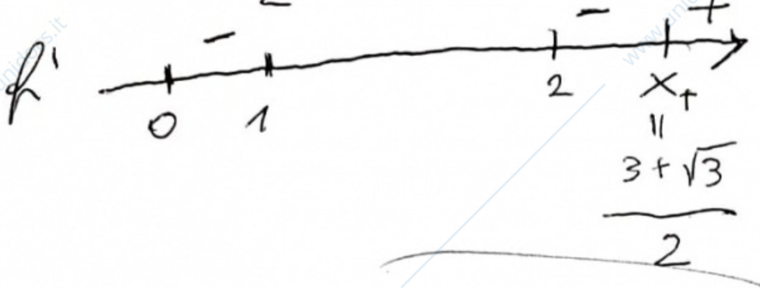


grafico simmetrico ad asse y

queste rette è asintoto verticale



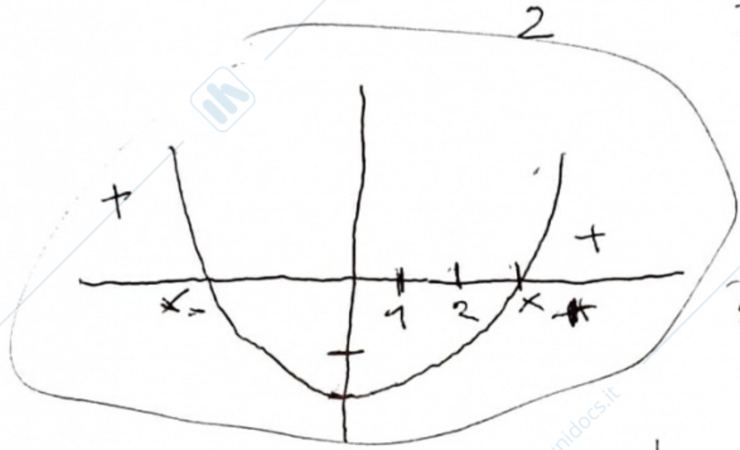
cc $x = \cancel{\frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2}}$



f crescente in $\left[\frac{3+\sqrt{3}}{2}, +\infty\right)$;

f decrescente separatamente in $[0,1)$ e $\left(2, \frac{3+\sqrt{13}}{2}\right]$

$\Rightarrow \frac{3+\sqrt{3}}{2}$ è di min locale (perché f tende a $-\infty$)



? INUTILE

$Im(f) = (-\infty, 0] \cup \left[f\left(\frac{3+\sqrt{3}}{2}\right), +\infty\right)$

(4) STUDIO CONVESSITÀ CON f''

② **LIMITI AGLI ESTREMI** $\quad x=0$ lo conto già per le positività

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}\left(\frac{x}{3} + \ln\left(\frac{2(x-1)}{x-2}\right)\right) = -\infty$$

$x=1$ è asintoto verticale

$$\lim_{x\to 2^+}\left(\frac{x}{3} + \ln\left(\frac{2(x-1)}{x-2}\right)\right) = +\infty$$

$$\frac{2(x-1)}{x-2} \xrightarrow{x\to 2^+} +\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{x}{3} + \ln\left(\frac{2(x-1)}{x-2}\right)\right) = +\infty$$

$$\frac{2(x-1)}{x-2} \xrightarrow{x\to +\infty} 2$$

③ f' e TEST di MONOTONIA $\left(f|_{[0,1)\cup(2,+\infty)}\right)$

$$f'(x) = \frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{2x-2}{x-2}}\cdot\frac{x-2-(x-1)}{(x-2)^2} = \frac{1}{3} + \frac{\cancel{2}(x-2)}{\cancel{2}(x-1)}\cdot\frac{-1}{(x-2)^{\cancel{2}}}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{(x-1)(x-2)} \quad \forall x \in (0,1)\cup(2,+\infty)$$

PER TEOREMA VISTO

$$\lim_{x\to 0^+} f'(x) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} = f'_+(0)$$

per vedere inclinazione a destra di 0, l'unica inclinazione che non sappiamo,

$$f'(x) \geq 0 \iff \frac{1}{3} \geq \frac{1}{(x-1)(x-2)}$$

>0 nel dominio di f (e di f')

lo prendo che ln

$$\iff (x-1)(x-2) \geq 3$$

$$\iff x^2 - 3x - 1 \geq 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2}$$