Rossella Cerrato - MAT. 83

Homework - INTERPOLAZIONE

ESERCIZIO 2, p. 387

Trovare il passo h per cui

tratti su $[0,1]$ per $f(x)$

inferiore a 10^{-4}.

L'errore per l'interpola

dato da:

$$\left| \frac{1}{4!} \omega_4(x) f^{(4)}(x) \right| = \left| \frac{1}{4} \right.$$

$$\leq \frac{1}{4!} h \cdot h \cdot 2h \cdot 3h$$

ESERCIZIO 4, p. 387

Calcolare il massimo erro
zione di Newton su nodi
$f(x) = 13 - 2x^3$ con $N = 4$. Ve
zione in $x^* = .67$ e comme

Errore dell'interpolazione di N

$$E_4(x) = \frac{\omega_5(x) f^{(5)}(\xi)}{5!}, \text{con}$$

$f^{(5)}(x) = 0 \quad \forall x \quad \Rightarrow \quad E_4($
significa che il polinomio di
la funzione. Verifico in un

ESERCIZIO 6, p. 387

Per quale valore minim
$\sum_{i=0}^{N} x_i^3 \, l_i(x) = x^3$, dov
base di Lagrange?

$\sum_{i=0}^{N} x_i^3 \, l_i(x)$ è la formul
funzione $f(x) \equiv x^3$.
Voglio che coincida con
che l'errore si annulli:

$$\frac{1}{(N+1)!} \omega_{N+1}(x) f^{(N+1)}(\xi)$$

$f'(x) = 3x^2$

$f''(x) = 6x$

Per l'interpolazione di Her

5 nodi => $E_H = \frac{1}{10!} [\omega_5(x$

Cerco una maggiorazione

- $f^{(10)}(\eta) \leq \| f^{(10)} \|_\infty$

- $\omega_5(x) \leq \frac{h^5}{5}$ in general

$$\Rightarrow \quad |E_L| \leq \frac{1}{9!} \left(1/9 \right)^9 \| f^{(9)} \|_\infty$$

$$|E_H| \leq \frac{1}{25} \left(1/9 \right)^{10} \cdot \frac{1}{10!} \quad \| f^{(10)} \|$$

La risposta dipende dalle d

f : Hermite è migliore d

$|E_H| \leq |E_L| \iff \frac{1}{\ }$

all'ordine 3-1 = 2), ma l

cubica a tratti dà anch'

di classe C^2 (ho regola

perciò non si può dire qu

in questo senso.

(3) Infine gli ordini di gra

dai due metodi sono po

Dunque, se la (1) ci dice

esame è falsa, la (2)

conferma.

ESERCIZIO 9, p. 387

Costruire la tabella delle d

$x_i = x_0 + ih$	$f(x_i)$	$f[x_i, x_{i+}$
0	5	
		-1
$1/3$	$14/3$	
		-7
$2/3$	$7/3$	
		-19
1	-4	

So che $f[x_0, x_1, x_2, x_3] = \frac{1}{3!} f'$

sono in accordo.

ESERCIZIO 11, p. 388

È sufficiente un passo $H = \frac{\pi}{20}$
ne cubica a tratti per a
all'errore dell'interpolazione

(valgono infatti considerat

Impongo : $|E_C| \leq |E_L|$

$$\frac{H^4}{4}\pi^4 \leq \frac{h^6}{6}\pi^6 =$$

$$\Updownarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$h = \frac{1}{5}$$

$$H^4 \leq \frac{1.28 \times 10^{-4}}{3}\pi^2$$

$$\Updownarrow$$

$$H \leq \sqrt[4]{\frac{1.28 \times 10^{-4}}{3}} \sqrt{\pi}$$

$$\Rightarrow H = \frac{\pi}{20} \simeq .157 \quad \underline{\text{NON}}$$

ESERCIZIO 12, p. 388

I nodi sono: $x_0 = 0$,

x_i	$f(x_i)$	$f[x_i, x_{i+1}]$
0	8	
		-2
1	6	

$p(x) =$ ~~[illegible]~~ $f(x_0) + f\,x-$

infatti l'errore di p_N d

$\frac{\omega_4(x)}{4!} f^{(4)}(\xi)$, ma $f^{(}$

funzione coincidono in

ESERCIZIO 15, p. 388

Costruire la tabella delle

funzione $f(x) = \exp(-x)$ c

x_i	$f(x_i)$		
-1	k		
		$-k$	
0	0		$k/2$
		0	
1	0		

$\Rightarrow$ Polinomio interp. di Newt

$$p_2(x) = k + (x+1)(-k)$$

$$= \cancel{k} - kx - \cancel{k} + \frac{k}{2}x$$

$$= \frac{k}{2}x^2 - \frac{k}{2}x = \frac{k}{}$$

$$p_2'(x) = kx - \frac{k}{2} = 0 \Leftrightarrow$$

$\Rightarrow$ $x^* = .5$ punto di mas

e $p_2(x^*) = -.125k$