

Rossella Cerato - MAT.

## Homework - APPROSSIMATI

### ESERCIZIO 3

Calcolare  $T_{11}(0)$ .

$$T_n(x) = \cos(n\theta), \text{ con } \theta = \arccos(x)$$

$$\Rightarrow T_{11}(0) = \cos(11 \arccos 0)$$

### ESERCIZIO 4

Calcolare tutti gli zeri di

$$\text{Gli zeri di } U_5(x) = T_6'(x)$$

## ESERCIZIO 5

Trovare la parabola dei m

$$\left( \begin{array}{c} -1 \\ x_0 \end{array}, \begin{array}{c} 2 \\ y_0 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 1 \\ x_1 \end{array}, \begin{array}{c} 5 \\ y_1 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 2 \\ x_2 \end{array}, \begin{array}{c} 5 \\ y_2 \end{array} \right).$$

Considero la generica parabola

Funzione obiettivo da minimizzare

$$S(a, b, c) = [y_0 - p_2(x_0)]^2$$

$$= [2 - (a - b + c)]^2$$

$$+ c)]^2 =$$

$$= (-a + b - c + 2)^2 + (-$$

Risolvero il sistema lineo

$$D = \begin{vmatrix} 91 & 38 & 28 \\ 19 & 14 & 4 \\ 7 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 91$$

$$= 91(56 - 8) - 38(76)$$

$$= 4368 - 1824 - 1680 = 864$$

$$D_a = \begin{vmatrix} 119 & 38 & 28 \\ 23 & 14 & 4 \\ 11 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 119$$

$$D_b = \begin{vmatrix} 91 & 119 & 28 \\ 19 & 23 & 4 \\ 7 & 11 & 4 \end{vmatrix} = 91(48)$$

## ESERCIZIO 6

Con il processo di Gram-Schmidt rispetto a

- $\psi_0 = 1$ , normalizzato:

$$\|\psi_0\|^2 = \langle \psi_0, \psi_0 \rangle_w$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{\psi_0}{\|\psi_0\|_w} = \frac{1}{\sqrt{1-e^{-1}}}$$

- $\varphi_1 = x - c_0 \varphi_0 = x - \frac{c_0}{\sqrt{1-e^{-1}}}$

Impongo l'ortogonalità

$$\begin{aligned} \bullet \psi_2 &= x^2 - \text{do } \varphi_0 - \text{d. } \varphi_1 \\ &= x^2 - 1.2578 \text{ do} - \end{aligned}$$

Impongo le orto-normalità

$$\langle \psi_2, \varphi_0 \rangle_w = 1.2578 \int_{-1}^0 e^x dx$$

$$- 4.4658 \text{ d. } \int_{-1}^0 x e^x dx$$

$$= .2020 - .9999 \text{ do} - .$$

$$\langle \psi_2, \varphi_1 \rangle_w = 3.5505 \int_{-1}^0 e^x dx$$

$$+ (-4.4658 \text{ do} - 13.2562 \text{ d.}$$

$$\int_{-1}^0 e^x dx =$$

## ESERCIZIO 4

Trovare i primi tre termini

Chebyshev di I specie

Oss. che  $f(x) = 3T_0(x) - T_3(x)$

1° termine espansione:

$$\frac{1}{2} C_0 T_0(x), \quad \text{con } C_0 =$$

- $\langle T_0, T_0 \rangle = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$
- $\langle T_1, T_0 \rangle = \int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
- $\langle T_3, T_0 \rangle = \int_{-1}^1 \frac{4x^3 - 3x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3\pi}{2} T_0(x) - \frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2}x - \frac{15\pi}{2}$$

$$= \frac{3\pi}{2} - 8\pi x + 10\pi$$

## ESERCIZIO 9

Costwize e risolvere il si

nomio lineare di miglior

$$f(x) = \sin x \quad \text{su } [0, \pi]$$

Sia  $p$  il valore assoluto

$$p_1(0) - \sin 0 = p$$

$$p_2(\xi) - \sin \xi = -p$$

## ESERCIZIO 10

Costwize e risolvere  
polinomio quadratico  
ne per  $f(x) = \sin x$  su

$$p_2(x) = ax^2 + bx + c$$

ERRORE:  $p_2(x) - \sin x$

- $p_2(0) - \sin(0) = p_2(\pi) - \sin(\pi)$

$$c = a\pi^2 + b\pi + c = e$$

- $p_2'(0) - \cos 0 = p_2'(\pi) - \cos \pi$

$$b - 1 = 2a\pi + b + 1 = 0$$

# ESERCIZIO 11

Trovare il massimo del polinomio di grado 2  
 migliore approssimazione  
 in  $(1, 0)$ .

$$p_2(x) = ax^2 + bx + c$$

$$F(a, b, c) = (k - a + b - c)$$

$$\nabla F \equiv 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} -2(k - a + b - c) \\ 2(k - a + b - c) \\ -2(k - a + b - c) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} 4a + 4c = 2k \\ 4b = -2k \end{cases}$$