Trasformazione delle tensioni
I Cerchi di Mohr

Riferimenti Bibliografici

1. Beer 4 Ed. pp. 354 e ss.
2. Shigley 2 Ed. pp. 72 e ss.

Sintesi della lezione

Obiettivi: Definire completamente lo stato tensionale in un punto di un corpo, per mezzo delle sue componenti normali e tangenziali, qualunque sia l'inclinazione della superficie che contiene il punto stesso.

Saper analizzare, in particolare, gli **stati piani di tensione** (condizione semplificativa ma che si riscontra molto spesso nella pratica)

Comprendere il concetto di «tensioni principali»

Strumenti: equazioni di trasformazione delle tensioni

Output: equazioni delle circonferenze di Mohr, valori delle tensioni principali, valore della tensione tangenziale massima, orientamento dei piani principali

Cosa bisogna saper fare alla fine:

Dato uno stato tensionale noto, ricavare le tensioni principali e l'orientamento dei piani principali di tensione. Conoscere le circonferenze di Mohr per gli stati di sollecitazione semplice. Ricavare le circonferenze di Mohr per un determinato punto di una «struttura reale».

Introduzione

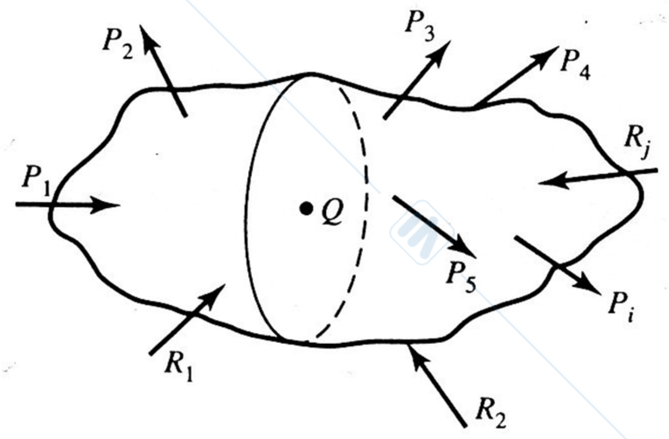
Consideriamo un corpo rigido qualunque sottoposto all'azione delle forze P_i e per il quale le R_i sono le possibili reazioni vincolari

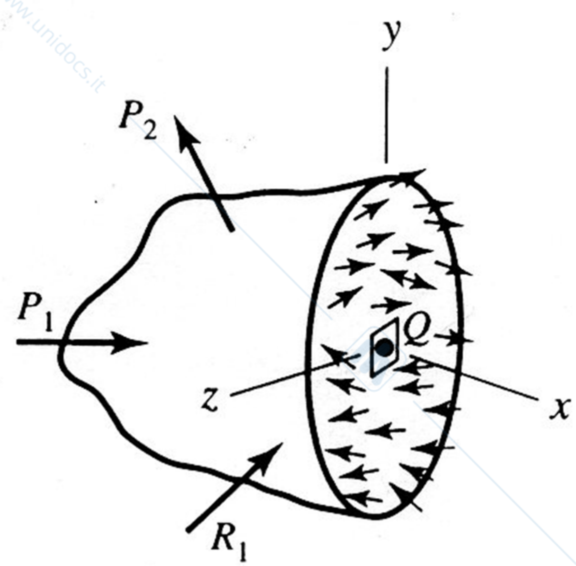
Se si vuole determinare lo **stato tensionale in un punto Q generico**, occorre eseguire un taglio (o una sezione) del corpo con una superficie che contenga Q

L'orientamento del piano può essere arbitrario, ma di solito la scelta viene fatta in modo tale da poter determinare facilmente le tensioni o utilizzare comode relazioni geometriche

Nel caso in esame, la sezione **ha normale diretta come l'asse x**

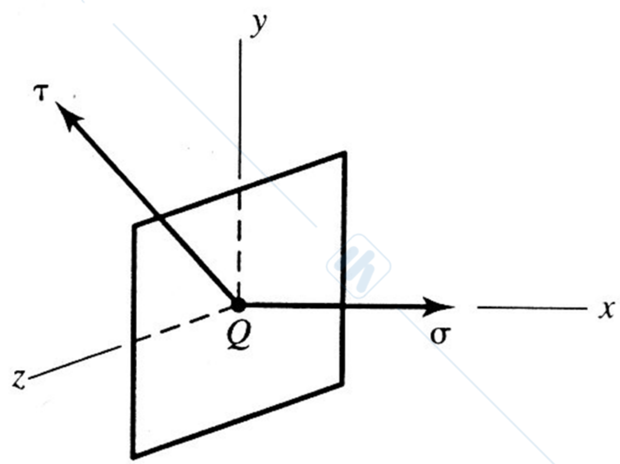
In generale la sezione sarà interessata da una certa distribuzione di sforzi (non necessariamente uniforme) e, in un dato punto di essa, la distribuzione non è né normale né tangente alla superficie stessa.





Tensioni normali e tangenziali

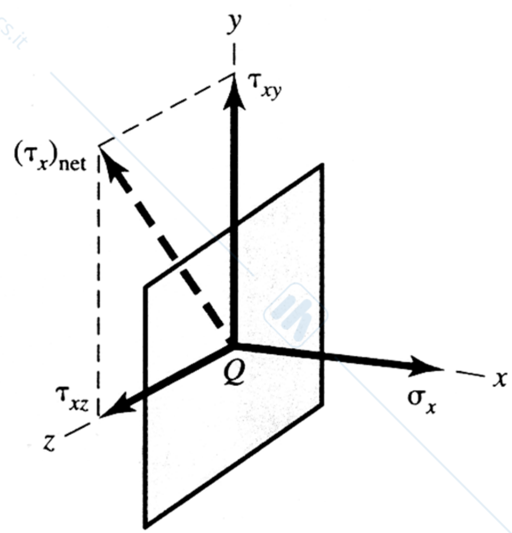
In ogni caso è possibile definire (nel punto Q considerato) una componente diretta come la normale alla superficie (**tensione normale, σ** di trazione se la direzione è uscente dalla superficie e di compressione se entrante) ed una componente tangenziale (**tensione tangenziale τ**)



In generale la notazione che si impiega prevede di aggiungere alla lettera che indica la sollecitazione (sia essa σ o τ) un pedice che contraddistingue la direzione della normale alla superficie. Quindi, ad esempio, la dicitura σ_x denota una tensione normale avente direzione x.

A partire dalla direzione x, scelta arbitrariamente in precedenza, è possibile definire una terna ortogonale cartesiana destrorsa che comprende gli assi y e z.

In tal modo la tensione tangenziale τ può essere scomposta nelle due componenti secondo le direzioni y e z, ossia τ_{xy} e τ_{xz}.



Tensioni su un elementino

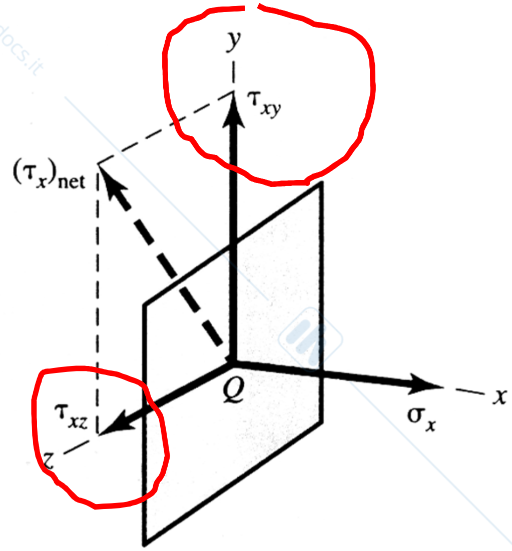
Nel caso delle tensioni tangenziali è necessario introdurre due pedici, il primo dei quali definisce la direzione della normale alla superficie, mentre il secondo indica la direzione della tensione

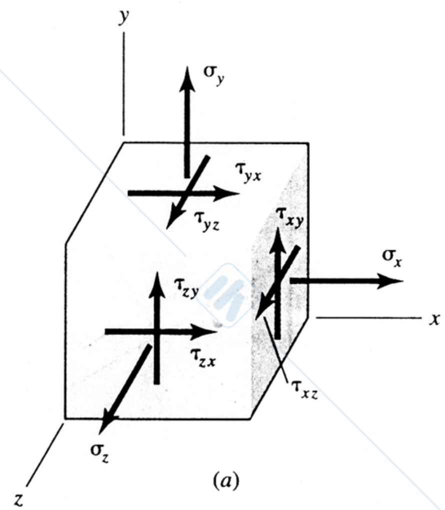
Per descrivere completamente lo stato tensionale in un punto sarebbe necessario considerare tutte le infinte superfici passanti per quel punto

Un modo agevole per ottenere rapidamente lo stesso risultato è quello di fare ricorso al metodo che fa impiego della trasformazione delle coordinate, o dei Cerchi di Mohr

Prima di descrivere il procedimento che consente di tracciare i cerchi di Mohr, si considerino due sezioni condotte per il punto Q ma stavolta perpendicolarmente alle direzioni y e z

Lo stato di tensione è ora rappresentato considerando tre superfici mutuamente perpendicolari che individuano un cubetto.





Componenti cartesiane di tensione

Le tensioni agenti sulle varie facce sono rispettivamente:

Sulla faccia avente come normale la direzione x

σ_x (tensione normale diretta come l'asse x)

τ_{xy} (tensione tangenziale appartenente al piano avente normale diretta come l'asse x e diretta secondo l'asse y)

τ_{xz} (tensione tangenziale appartenente al piano avente normale diretta come l'asse x e diretta secondo l'asse z)

Sulla faccia avente come normale la direzione y

σ_y (tensione normale diretta come l'asse y)

τ_{yx} (tensione tangenziale appartenente al piano avente normale diretta come l'asse y e diretta secondo l'asse x)

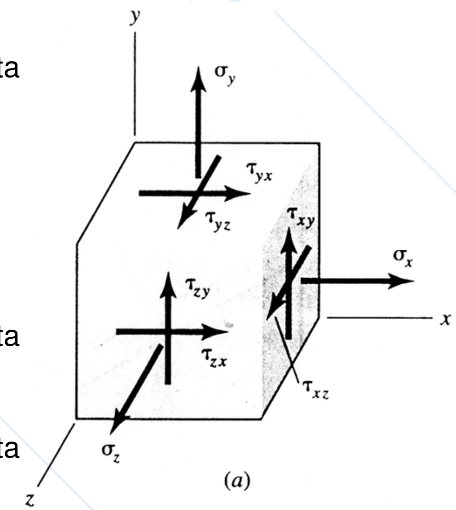
τ_{yz} (tensione tangenziale appartenente al piano avente normale diretta come l'asse y e diretta secondo l'asse z)

Sulla faccia avente come normale la direzione z

σ_z (tensione normale diretta come l'asse z)

τ_{zy} (tensione tangenziale appartenente al piano avente normale diretta come l'asse z e diretta secondo l'asse y)

τ_{zx} (tensione tangenziale appartenente al piano avente normale diretta come l'asse z e diretta secondo l'asse x)



(a)

Tensioni su un elementino

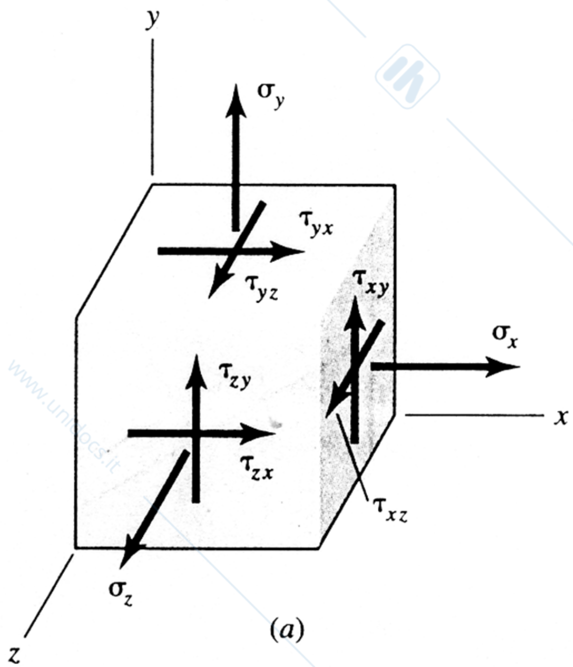
Si dimostra che la conoscenza delle tensioni agenti su tre piani mutuamente perpendicolari è sufficiente per conoscere lo stato tensionale su qualunque superficie passante per il punto considerato.

In generale, dunque, uno stato di tensione tridimensionale è definito da nove componenti.

Tuttavia, per l'equilibrio, le tensioni "incrociate", ossia quelle che, agenti su facce adiacenti, puntano verso lo stesso spigolo o da esso si allontanano, sono uguali e quindi si ha:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \; , \; \tau_{xz} = \tau_{zx} \; , \; \tau_{zy} = \tau_{yz}$$

Ciò riduce da nove a sei il numero delle componenti di tensione necessarie a definire uno stato tensionale tridimensionale.



(a)

Stati piani di tensione

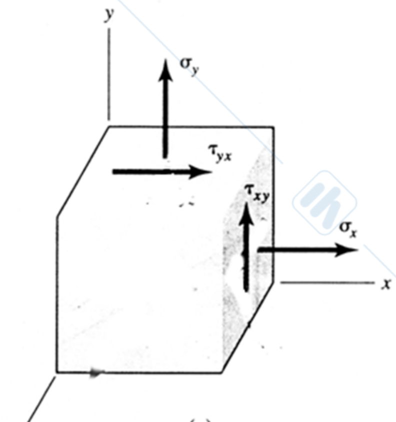
Uno stato tensionale particolare che si verifica frequentemente nella pratica è quello in cui le tensioni agenti su una delle tre superfici sono nulle. **<u>In questo caso si parla di stato piano di tensione</u>**

Nella figura è riportato un esempio in cui la superficie scarica è quella avente normale diretta come l'asse z

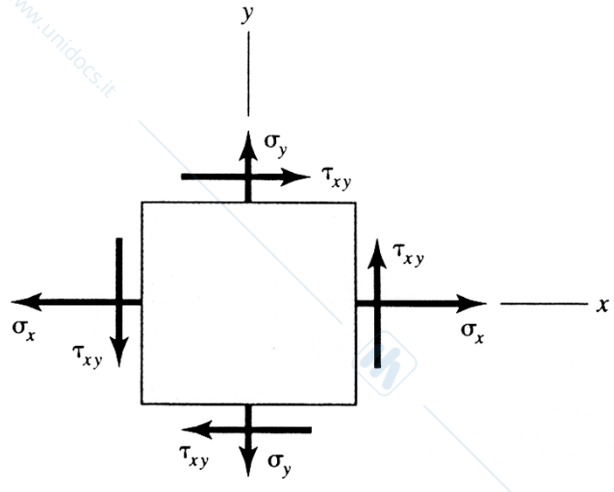
In questo caso risulta:

$$\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$$

Analizziamo ora il modo in cui si possono ricavare i cerchi di Mohr per uno stato tensionale piano



(a)



(b)

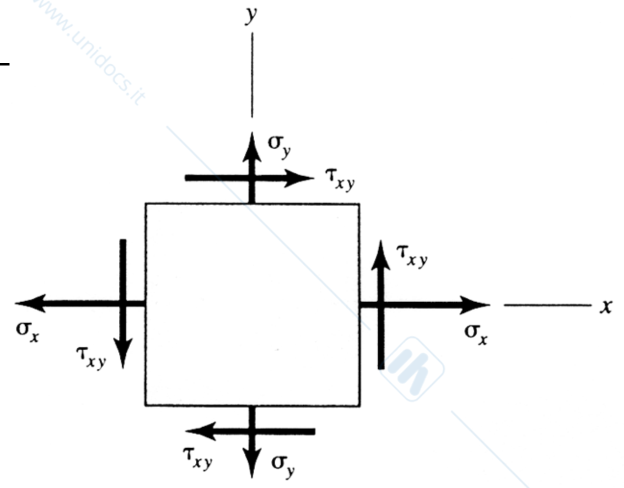
Stati piani di tensione

Supponiamo di tagliare l'elementino in figura con un piano obliquo avente normale n, inclinato di un angolo arbitrario ϕ misurato in senso antiorario a partire dalla direzione positiva dell'asse x

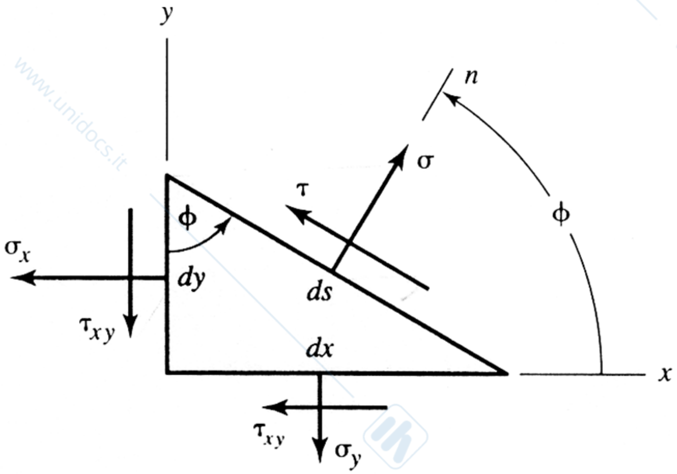
La sezione appena creata è interessata dalla presenza di tensioni normali e tangenziali che agiscono su tale piano obliquo

Per l'equilibrio, ponendo uguale a zero la somma di tutte le forze associate alle componenti di tensione si trova che le tensioni σ e τ valgono:

$$\begin{cases} \sigma = \left(\dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right) + \left(\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)\cos 2\phi + \tau_{xy} \sin 2\phi \\ \tau = -\left(\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)\sin 2\phi + \tau_{xy} \cos 2\phi \end{cases}$$



(b)



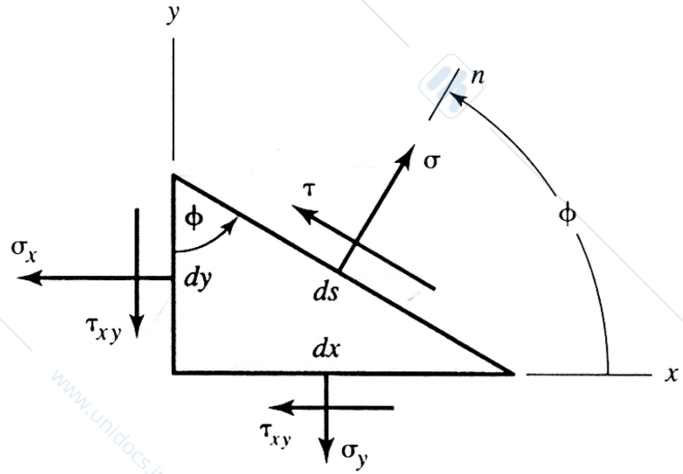
Queste relazioni vengono chiamate **<u>equazioni di trasformazione per uno stato piano di tensione</u>**

Stati piani di tensione (max σ)

$$\frac{d}{d\varphi}\sin 2\varphi = 2\cos 2\varphi$$
$$\frac{d}{d\varphi}\cos 2\varphi = -2\sin 2\varphi$$

Derivando l'equazione che esprime la tensione normale rispetto a ϕ

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\phi + \tau_{xy}\sin 2\phi$$



ed uguagliando a zero si ottiene

$$\boxed{\tan 2\phi_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}}$$

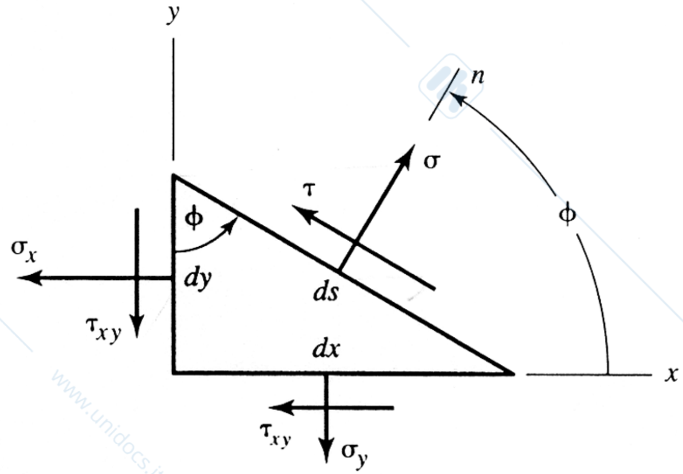
Questa equazione è soddisfatta per due valori dell'angolo ϕ_p uno dei quali definisce la massima tensione normale σ_1 e l'altro la minima tensione normale σ_2

Queste due tensioni sono dette **tensioni principali** e le loro corrispondenti direzioni chiamate **direzioni principali.** L'angolo tra le direzioni principali è di 90°

Stati piani di tensione (max σ)

Si osservi che l'equazione

$$\tan 2\phi_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$



può anche essere espressa nella forma:

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\phi_p - \tau_{xy}\cos 2\phi_p = 0$$

Confrontando questa espressione con quella vista in precedenza per la τ:

$$\tau = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\phi + \tau_{xy}\cos 2\phi$$

Si vede che τ = 0 **<u>dunque i piani che contengono le tensioni principali hanno tensioni tangenziali nulle.</u>**

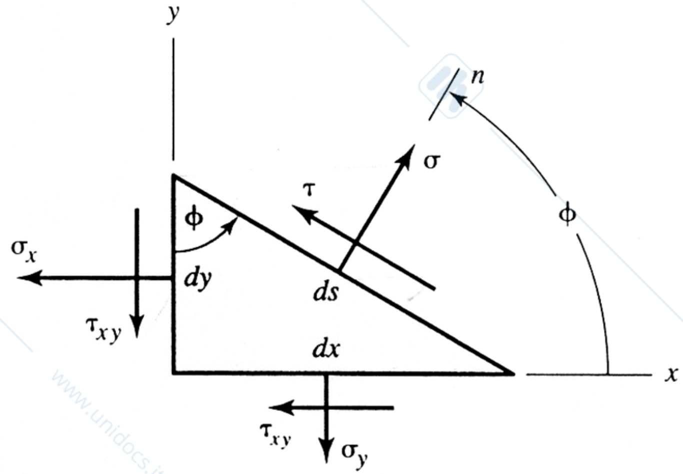
Stati piani di tensione (max τ)

In modo del tutto analogo, se si deriva l'equazione che esprime la tensione tangenziale rispetto a ϕ

$$\tau = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\phi + \tau_{xy}\cos 2\phi$$

ed uguagliando a zero si ottiene

$$\boxed{\tan 2\phi_s = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}}$$



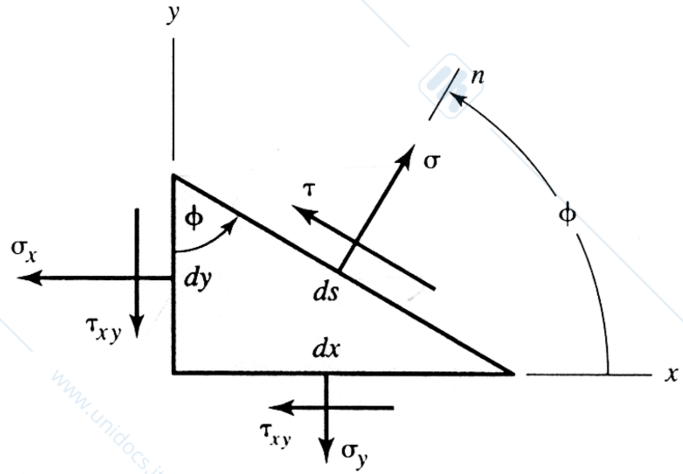
Questa equazione è soddisfatta per due valori dell'angolo ϕ_s in corrispondenza dei quali la tensione tangenziale τ raggiunge i valori massimi

<u>L'angolo tra i piani sui quali giacciono le massime tensioni tangenziali è di 90°</u>

Stati piani di tensione (max τ)

Si osservi ancora che l'equazione

$$\tan 2\phi_s = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$



può anche essere espressa nella forma:

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\phi_s + \tau_{xy}\sin 2\phi_s = 0$$

Confrontando questa espressione con quella vista in precedenza per la σ:

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\phi + \tau_{xy}\sin 2\phi$$

Si ricava che

$$\boxed{\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}}$$

Espressioni delle tensioni principali

Confrontando le equazioni

$$\tan 2\phi_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \qquad \tan 2\phi_s = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

si può osservare che i due angoli sono l'uno il reciproco dell'altro cambiato di segno. Ciò significa che i piani che contengono le massime tensioni tangenziali e i piani che contengono le tensioni principali formano un angolo di $\pm 45°$

Sostituendo i valori dell'angolo $2\phi_p$ ottenuto dall'equazione $\tan 2\phi_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$

nell'equazione $\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\phi + \tau_{xy}\sin 2\phi$

si ottiene

$$\boxed{\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}}$$

In modo del tutto analogo si trova che i due valori estremi delle tensioni tangenziali sono espressi dalla relazione:

$$\boxed{\tau_1, \tau_2 = \pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}}$$

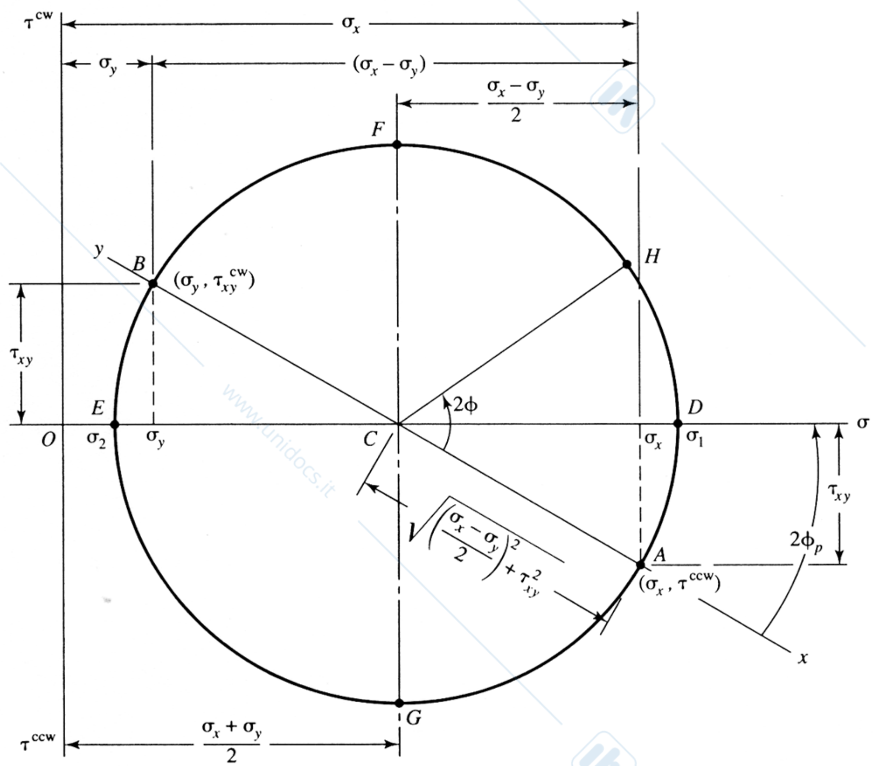
Espressioni delle tensioni principali

Le due equazioni

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tau_1, \tau_2 = \pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Sono di fatto equazioni parametriche di una circonferenza in σ e τ dove il parametro è 2ϕ



La circonferenza possiede:

CENTRO C = (σ ,τ) = [$(\sigma_x + \sigma_y/2), 0$] e

RAGGIO R = [$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$]

Il piano cartesiano σ ,τ nel quale si rappresentano le circonferenze prende anche il nome di **Piano di Mohr**

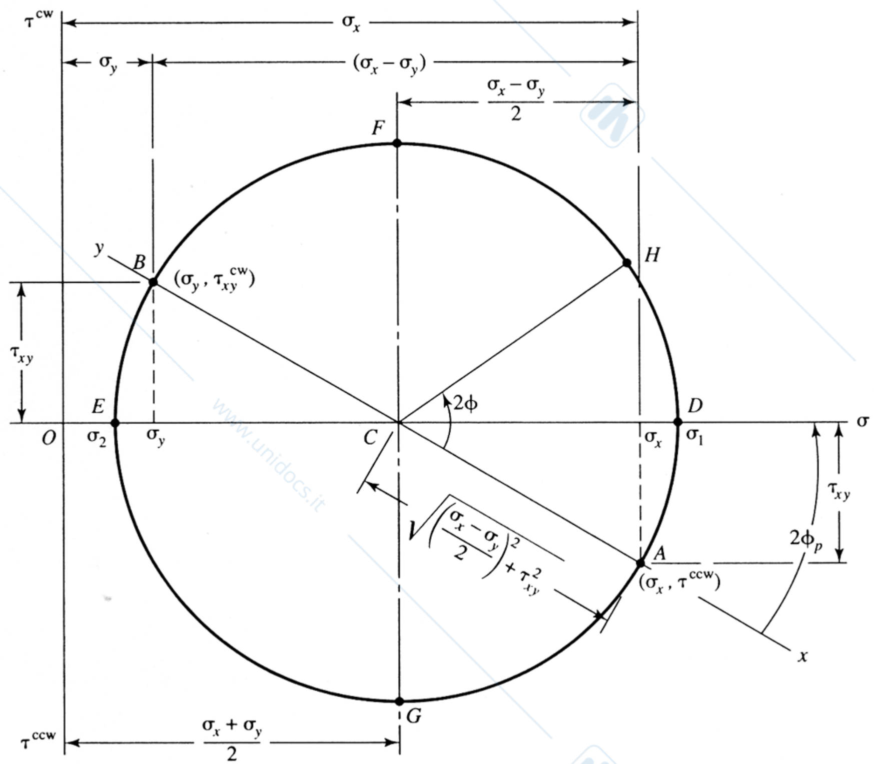
Convenzioni nei cerchi di Mohr

Nelle rappresentazioni dei cerchi di Mohr occorre rispettare alcune convenzioni che riguardano il segno delle tensioni tangenziali ed in particolare:

Le tensioni tangenziali che tendono a far ruotare l'elementino in **senso orario** sono rappresentate **sopra** l'asse delle σ (quindi sono **positive**)

Le tensioni tangenziali che tendono a far ruotare l'elementino in **senso antiorario** sono rappresentate **sotto** l'asse delle σ (quindi sono **negative**)

Analogamente, la convenzione fissa per le **tensioni normali di trazione il verso positivo dell'asse** σ, mentre quelle di **compressione (negative)** sono rappresentate alla sinistra dell'origine degli assi.



Un esempio

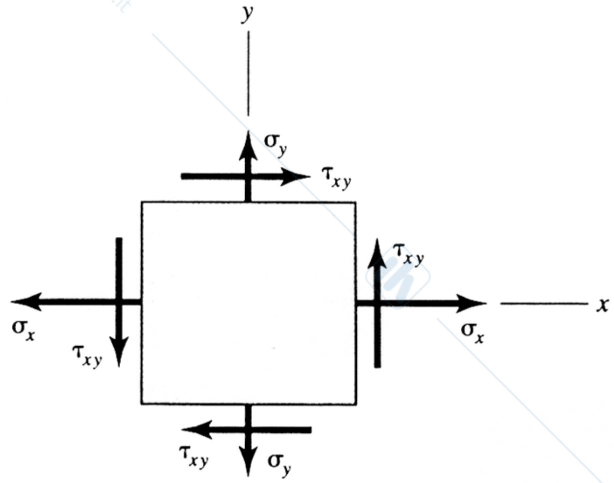
Consideriamo il generico stato tensionale piano illustrato in figura e rappresentiamo i cerchi di Mohr

- La faccia destra dell'elementino è caratterizzata dalla presenza di una sollecitazione σ_x di trazione e da una tensione tangenziale τ_{xy} che tende a far ruotare l'elementino in senso antiorario.

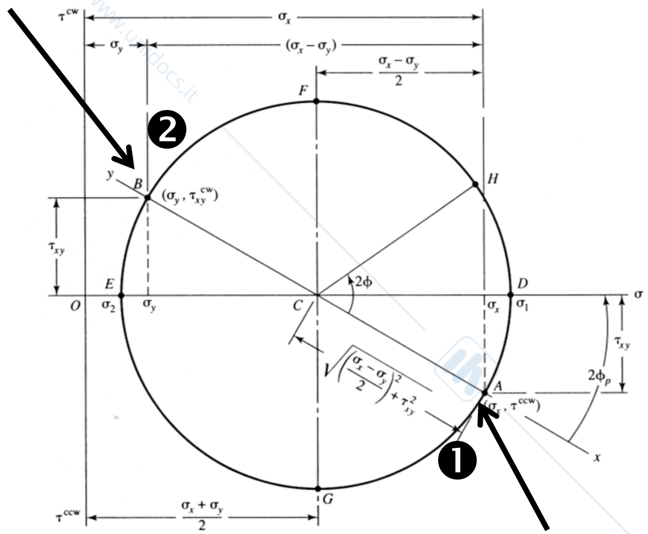
- Il primo punto da fissare sul piano di Mohr avrà dunque ascissa positiva ed ordinata negativa. ❶

- La faccia superiore è caratterizzata dalla presenza di una sollecitazione σ_y di trazione e da una tensione tangenziale τ_{xy} che tende a far ruotare l'elementino in senso orario.

- Il secondo punto da fissare sul piano di Mohr avrà dunque ascissa ed ordinata entrambe positive. ❷



(b)

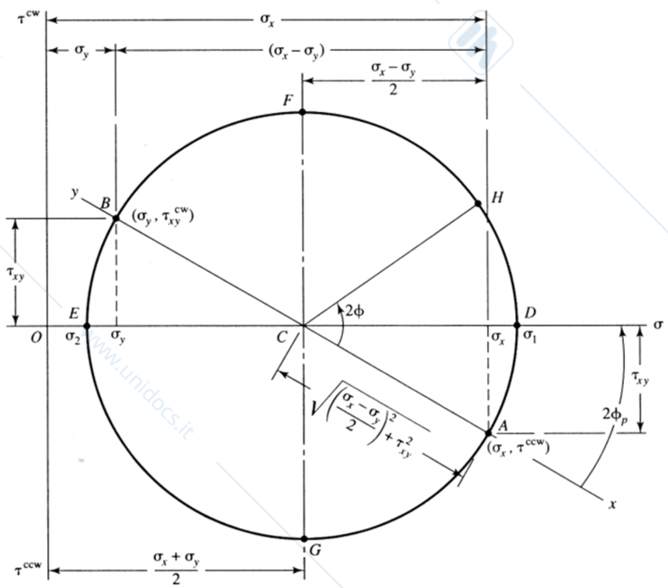


I due stati tensionali sono ruotati di 90° nell'elementino e quindi di 180° nel cerchio di Mohr

Un esempio

I punti così fissati individuano il diametro del cerchio di Mohr. Il centro è a sua volta localizzato dall'intersezione del diametro con l'asse delle σ

È importante sottolineare che il cerchio di Mohr rappresenta lo stato tensionale **in un singolo punto della struttura**, ed ogni suo punto rappresenta lo stato tensionale relativo ad un piano che interseca la struttura nel punto considerato



- **I punti disposti a 180° l'uno rispetto all'altro sul cerchio di Mohr rappresentano lo stato tensionale su due facce a 90° dell'elementino**

- Le intersezioni del cerchio di Mohr con l'asse delle σ individuano le tensioni principali σ_1 e σ_2 e, naturalmente, i loro valori coincidono con quelli determinati con l'equazione

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

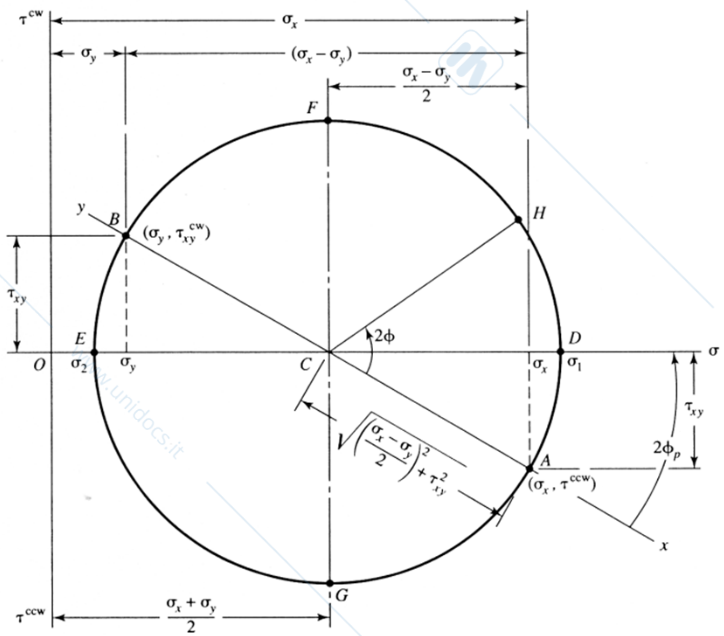
Alcune considerazioni

- Le tensioni tangenziali sono **nulle sui piani contenenti le tensioni principali σ_1 e σ_2** e i loro valori assoluti massimi sono pari al raggio del cerchio di Mohr

- Lo stato tensionale su un piano generico inclinato di un angolo ϕ misurato in senso antiorario, è rappresentato dal punto H

- Inizialmente impiegati soprattutto graficamente, attualmente i cerchi di Mohr hanno il fine di fornire un supporto soprattutto "visivo" per un immediata analisi dello stato tensionale

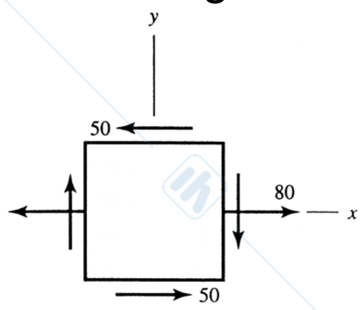
- I cerchi di Mohr, inoltre, **consentono una più facile comprensione dei criteri di resistenza**, strumento indispensabile nella progettazione per valutare la possibilità di cedimento di un componente realizzato con un certo materiale e sottoposto ad un determinato stato tensionale



Altro esempio

Utilizzare i cerchi di Mohr per determinare le tensioni principali nell'elementino sottoposto allo stato di sollecitazione raffigurato:

$$\begin{cases} \sigma_x = 80\,MPa \\ \tau_{xy} = 50\,MPa \end{cases}$$



(a)

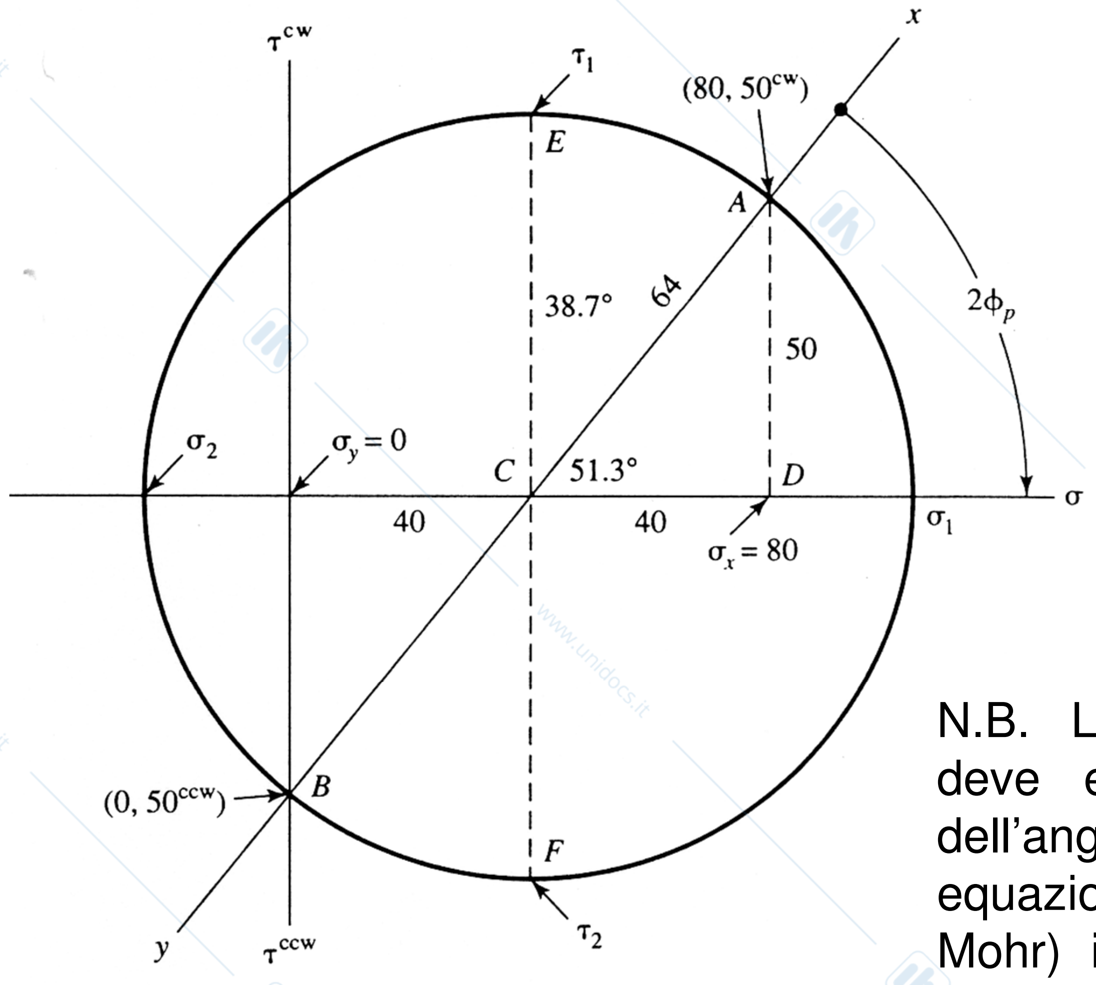
Analiticamente si ha:

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

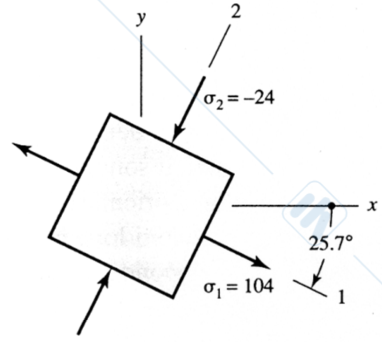
$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{80+0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{80-0}{2}\right)^2 + (50)^2} \qquad \begin{cases} \sigma_1 = 104.03 MPa \\ \sigma_2 = -24.03 MPa \end{cases}$$

$$\tan 2\phi_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \qquad 2\phi_p = arctg\,\frac{2\cdot(50)}{80-0} = \frac{100}{80} = 51.34° \qquad \phi_p = 25.67°$$

Graficamente…



(b)



(c)

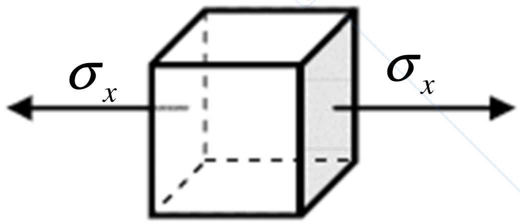
N.B. La rotazione dell'elementino deve essere fatta (per la metà dell'angolo determinato con le equazioni e riportato sul piano di Mohr) in senso concorde a quello che porta il punto considerato sull'asse delle sigma.

Sollecitazioni semplici

Esaminiamo i cerchi di Mohr nel caso di alcune sollecitazioni semplici

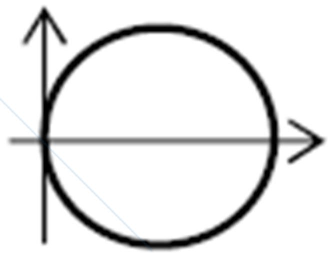
<u>TRAZIONE</u>

La trazione semplice è una sollecitazione monoassiale nella quale un generico elementino si trova ad essere sollecitato con una tensione normale agente su uno solo dei suoi piani



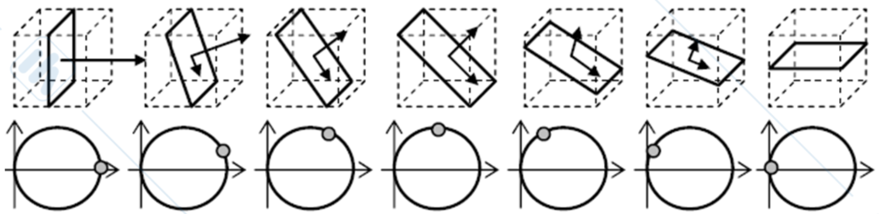
Dunque, essendo:

$$\sigma_x \neq 0 \qquad \sigma_y = \tau_{xy} = 0$$



Banalmente risulta:

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \begin{cases} \sigma_x \\ 0 \end{cases}$$

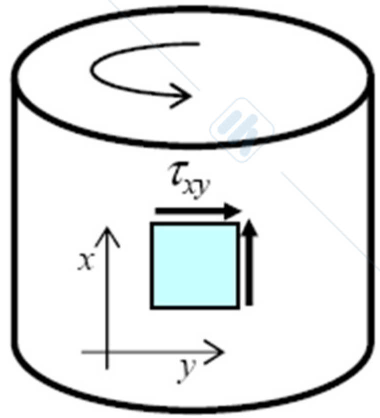


Sollecitazioni semplici

Esaminiamo i cerchi di Mohr nel caso di alcune sollecitazioni semplici

TORSIONE

Nella torsione semplice, un elementino si trova ad essere sottoposto unicamente a tensioni tangenziali

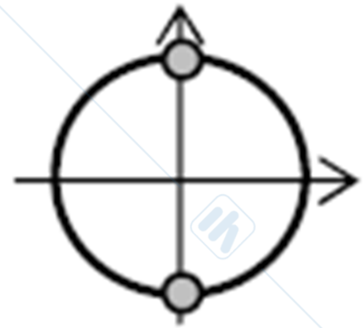


Dunque, essendo:

$$\sigma_x = \sigma_y = 0 \qquad \tau_{xy} \neq 0$$

Banalmente risulta:

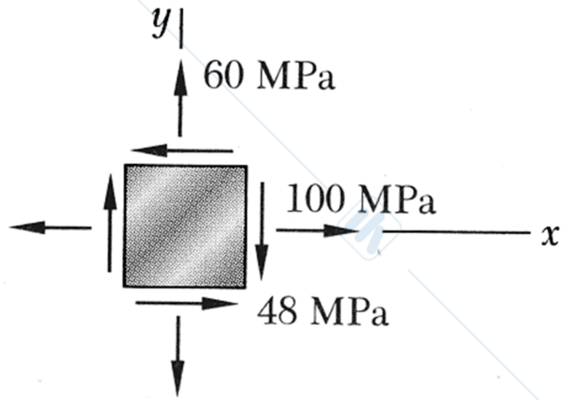
$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \begin{cases} +\tau_{xy} \\ -\tau_{xy} \end{cases}$$



Il cerchio di Mohr è centrato sull'origine degli assi. Le tensioni principali sono uguali (in modulo) alle tensioni massime tangenziali

Esercizio

Per lo stato piano di tensione mostrato in figura determinare i piani e le tensioni principali

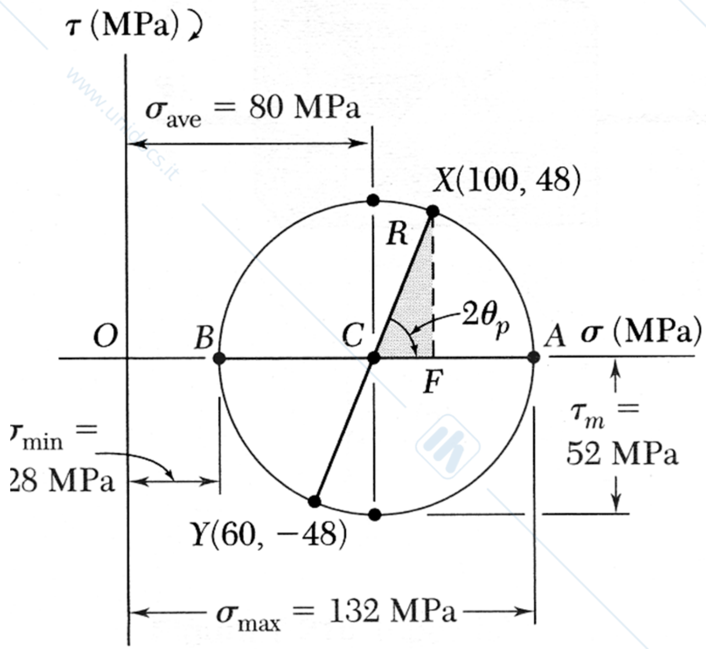


Analiticamente:

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \qquad \tan 2\phi_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{100+60}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{100-60}{2}\right)^2 + (48)^2} \qquad \begin{cases} \sigma_1 = 132\,MPa \\ \sigma_2 = 28\,MPa \end{cases}$$

$$2\phi_p = arctg\,\frac{2 \cdot (48)}{100-60} = \frac{96}{40} = 67.38° \qquad \phi_p = 33.69°$$

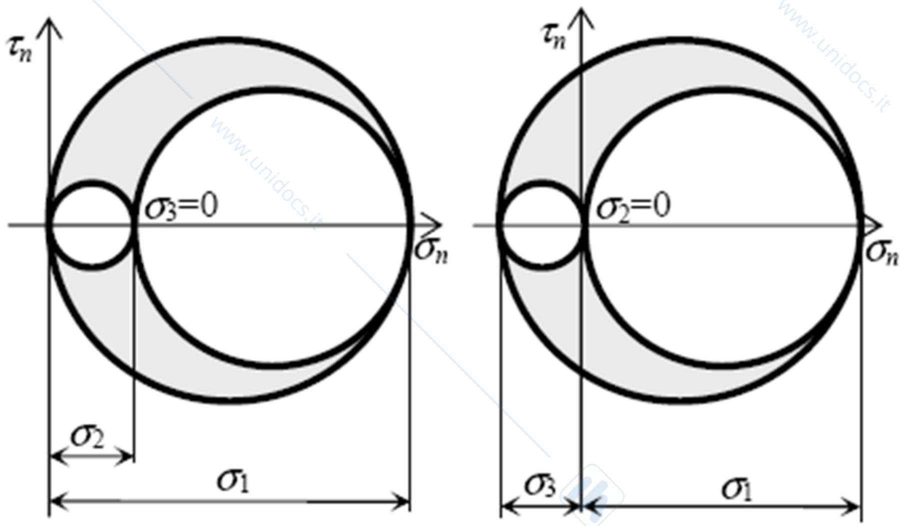


Osservazione

Finora si è fatto riferimento ad un'unica coppia di piani per descrivere il procedimento che porta a tracciare i cerchi di Mohr.

Tuttavia, una rappresentazione completa dovrebbe tenere conto di tutte le possibili coppie di piani (cioè 3) dell'elementino e dunque i cerchi di Mohr sono in realtà anch'essi 3.

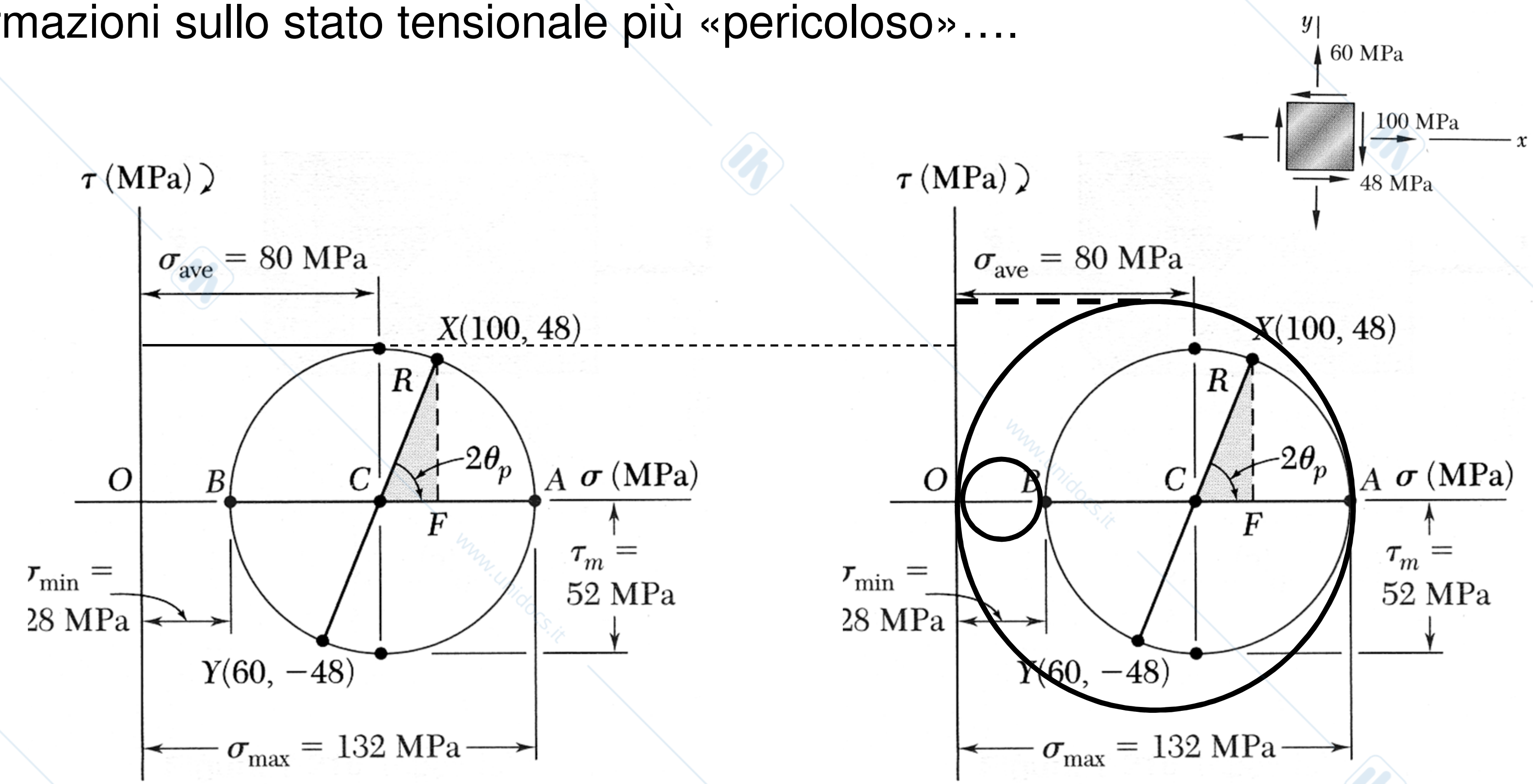
Negli stati di tensione piani, una delle facce è scarica, e qundi la relativa tensione principale è nulla; ciò conduce a rappresentare i cerchi di Mohr come mostrato in figura (naturalmente valgono anche le situazioni simmetriche).



Cerchi di Mohr nel caso stato di tensione piano per $\sigma_1>0$ e $\sigma_2=0$ e $\sigma_3=0$ rispettivamente.

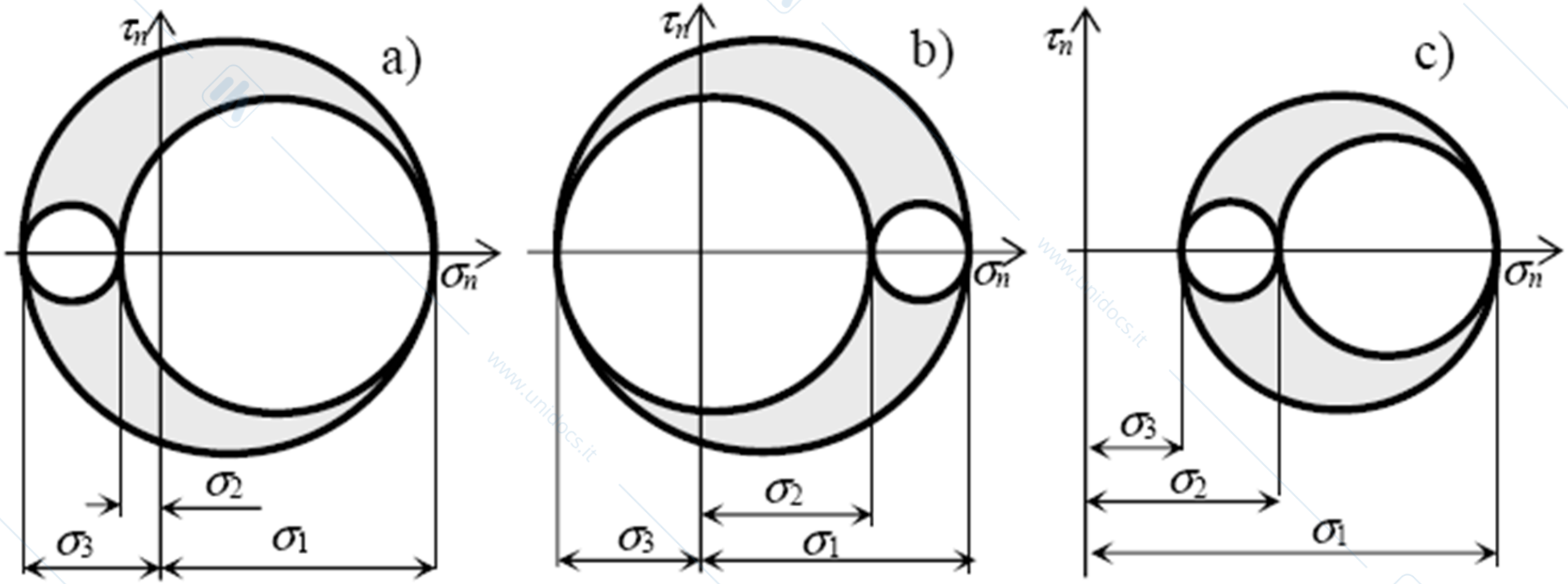
Attenzione

E' importante tracciare tutti e tre i cerchi di Mohr, perché è dal cerchio "fondamentale" (quello che inviluppa gli altri due) che si possono trarre informazioni sullo stato tensionale più «pericoloso»….



Osservazione

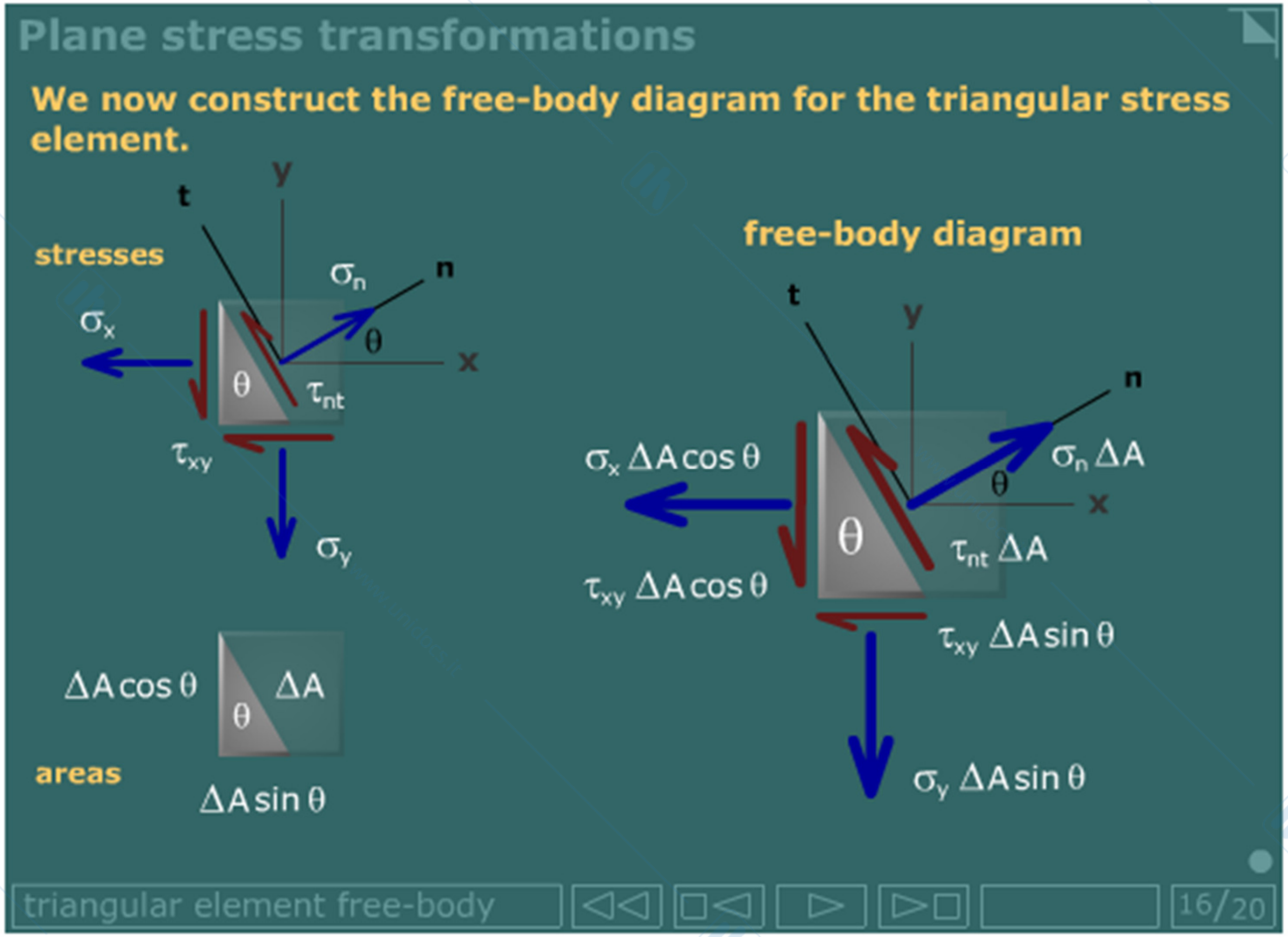
Quando la terna di riferimento è scelta in modo tale che la σ_z non è principale, non esistono tensioni principali nulle, e i cerchi di Mohr avranno una collocazione simile a quella mostrata in figura



Cerchi di Mohr. a) $\sigma_1>0$ $\sigma_3<\sigma_2<0$; b) $\sigma_1>\sigma_2>0$ e $\sigma_3<0$; c) $\sigma_1>\sigma_2>\sigma_3>0$.

Sul web: trasformazione delle tensioni

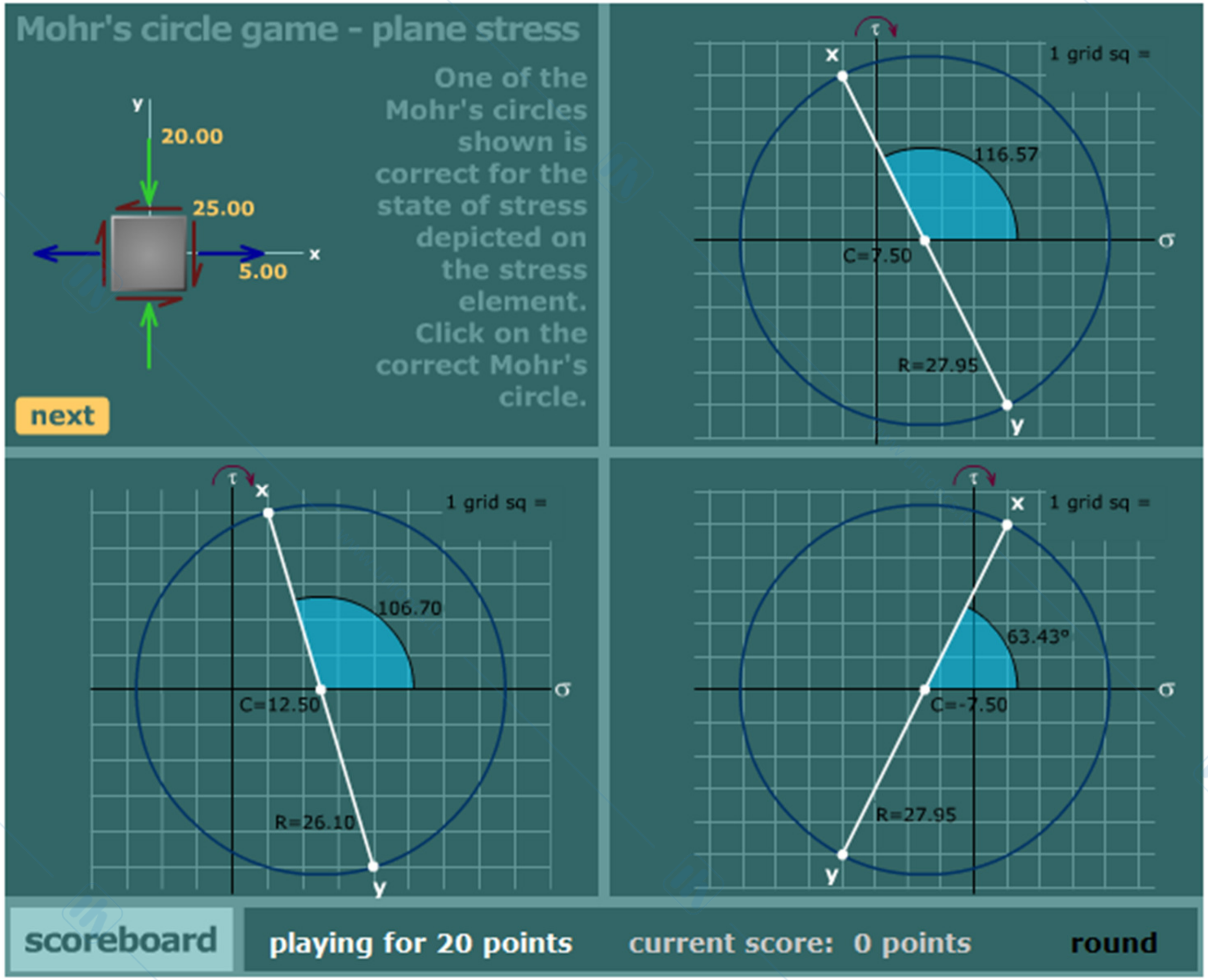
http://www.tuesta.es/stress/stressTrans_terms_07.swf



http://www.science-animations.com/support-files/mohrcircle.swf

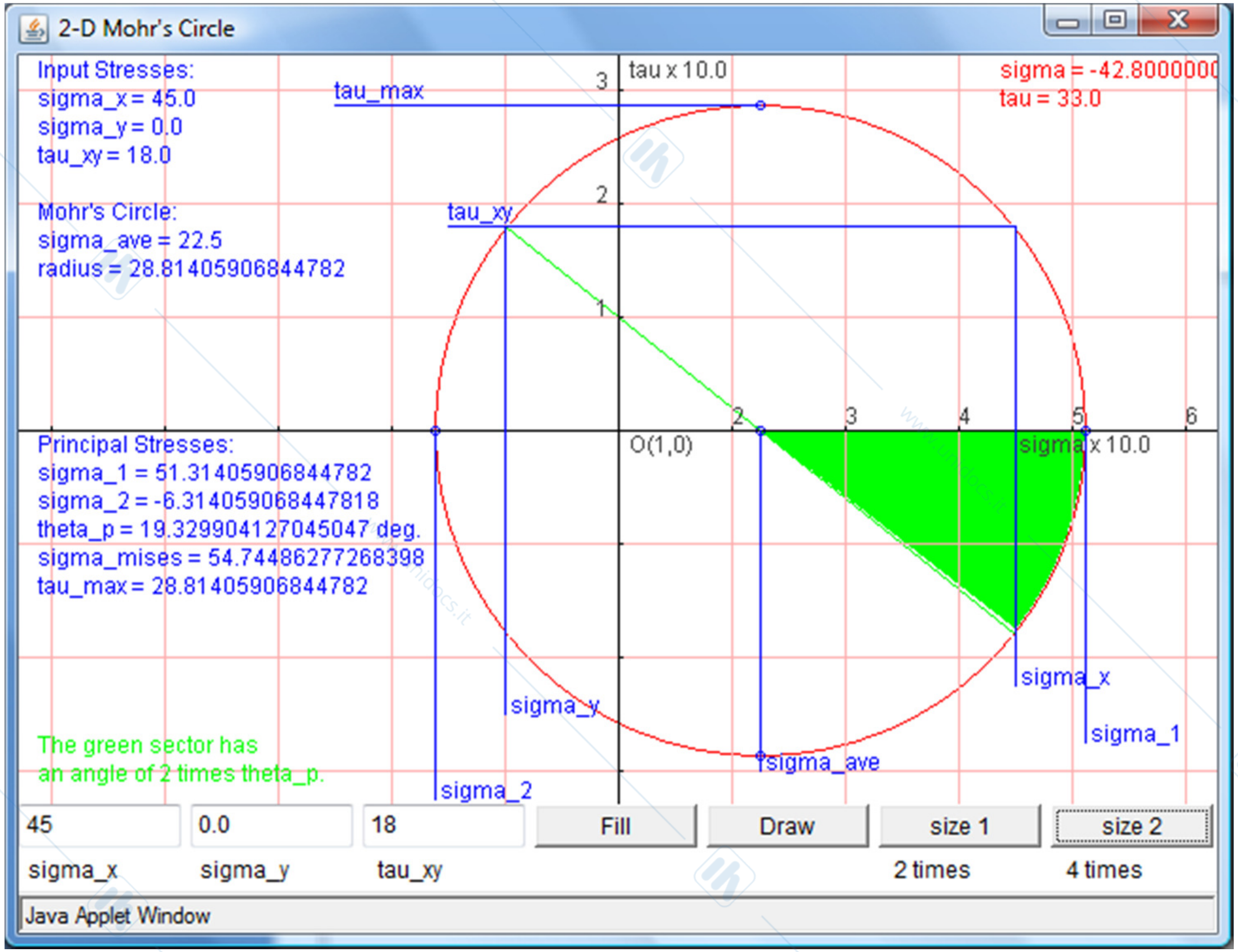
Sul web

http://www.tuesta.com/stress/mohr_game_12.swf

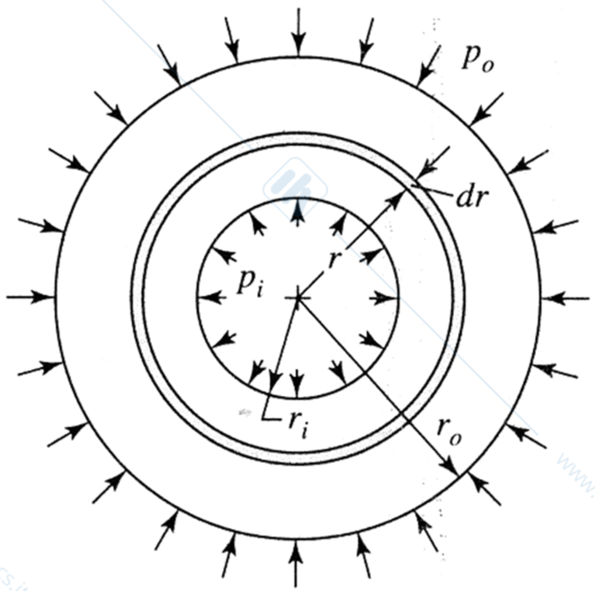


Sul web

http://www.engapplets.vt.edu/Mohr/java/nsfapplets/MohrCircles2-3D/Applets/applet.htm



Applicazione: serbatoi in pressione



Nei recipienti cilindrici in pressione (es. vasi, protesi vascolari) la pressione interna del fluido provoca l'insorgere di tensioni radiali e circonferenziali i cui valori dipendono dalla geometria dell'elemento.

Se si indica con r_i il raggio interno del cilindro, con r_o il raggio esterno ed essendo p_i la pressione interna e p_o quella esterna, si può dimostrare che le tensioni circonferenziali e radiali valgono:

$$\sigma_t = \frac{p_i r_i^2 - p_o r_o^2 - r_i^2 r_o^2 (p_o - p_i)/r^2}{r_o^2 - r_i^2}$$

$$\sigma_r = \frac{p_i r_i^2 - p_o r_o^2 + r_i^2 r_o^2 (p_o - p_i)/r^2}{r_o^2 - r_i^2}$$

Nel caso particolare in cui p_o sia nulla si ha:

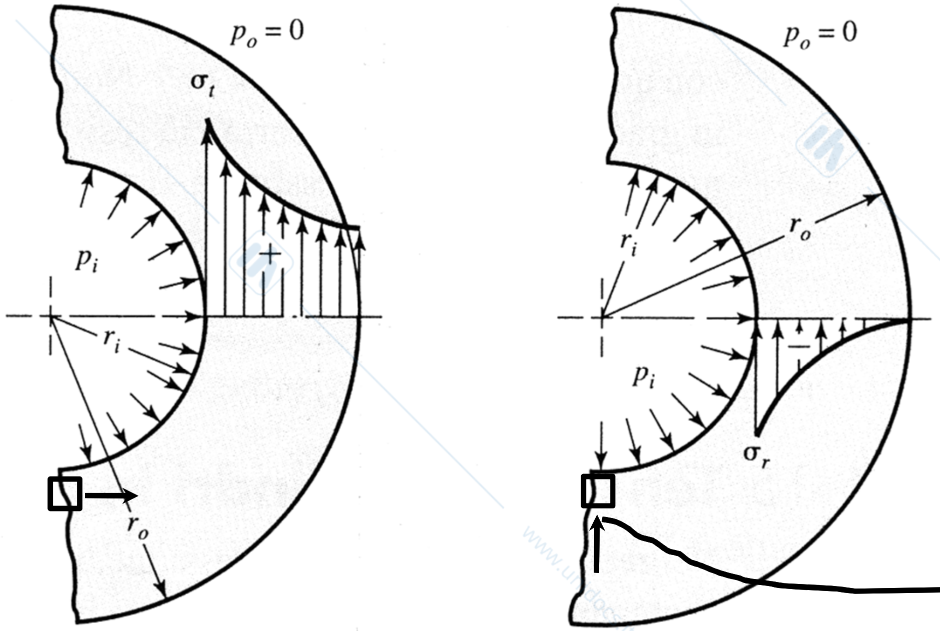
$$\sigma_t = \frac{r_i^2 p_i}{r_o^2 - r_i^2}\left(1 + \frac{r_o^2}{r^2}\right)$$

$$\sigma_r = \frac{r_i^2 p_i}{r_o^2 - r_i^2}\left(1 - \frac{r_o^2}{r^2}\right)$$

Applicazione: serbatoi in pressione

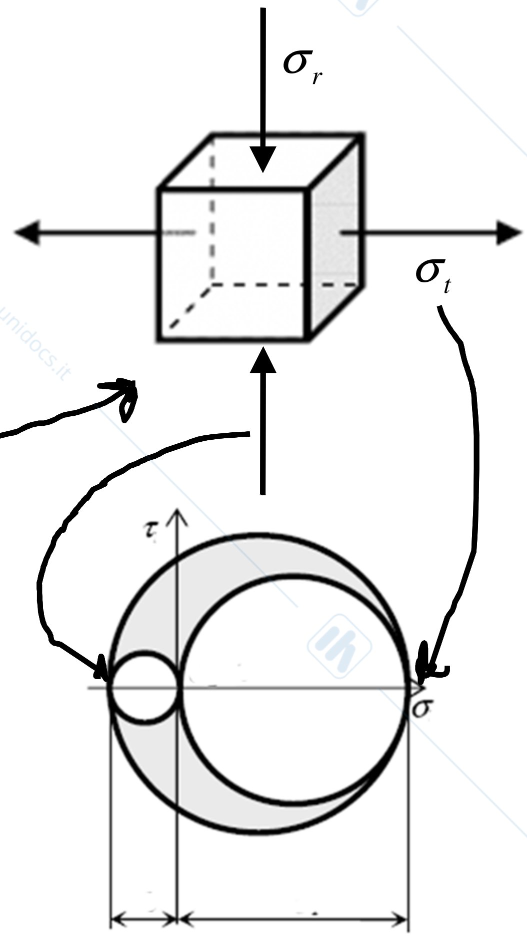
$$\sigma_t = \frac{r_i^2 p_i}{r_o^2 - r_i^2}\left(1 + \frac{r_o^2}{r^2}\right)$$

$$\sigma_r = \frac{r_i^2 p_i}{r_o^2 - r_i^2}\left(1 - \frac{r_o^2}{r^2}\right)$$



(*a*) Distribuzione delle tensioni circonferenziali

(*b*) Distribuzione delle tensioni radiali



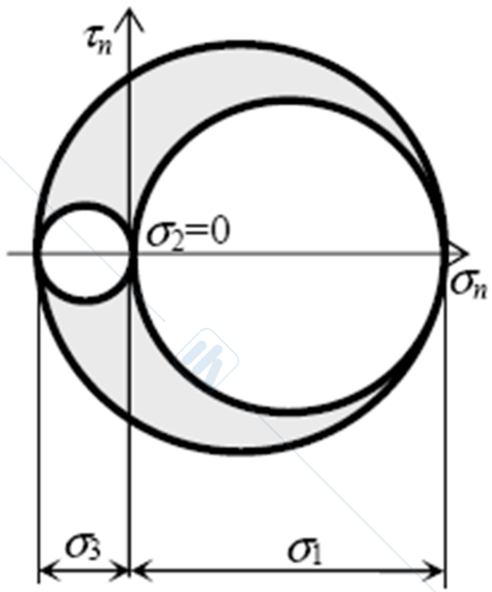
Applicazione: serbatoi in pressione

Esempio:

Un recipiente in lega di Alluminio, contenente un fluido avente pressione pari a 5.3 MPa è costuito da un tubo avente diametro esterno 200 mm e spessore 6 mm.

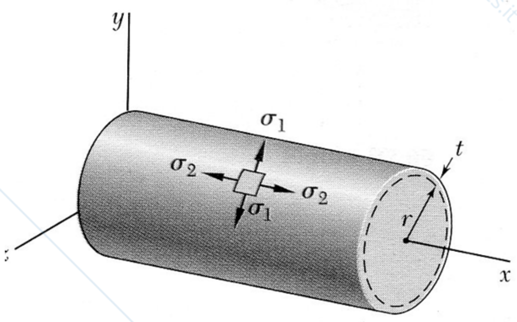
Calcolare le componenti di tensione e tracciare i cerchi di Mohr

$$\sigma_{t(\max)} = \frac{r_i^2 p_i}{r_o^2 - r_i^2}\left(1 + \frac{r_o^2}{r_i^2}\right) = p_i \frac{r_o^2 + r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} = 5.3\frac{(100)^2 + (94)^2}{(100)^2 - (94)^2} = 86 N/mm^2 [MPa]$$

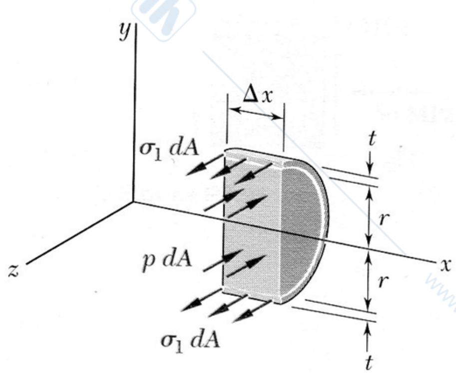


$$\sigma_{r(\max)} = -p_i = -5.3 N/mm^2 [MPa]$$

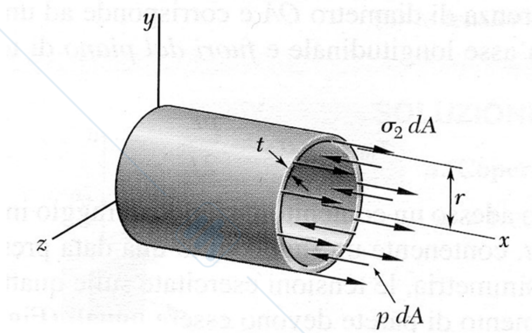
Recipienti in parete sottile



Quando lo **<u>spessore è minore o uguale ad 1/20 del raggio</u>**, la tensione radiale diventa trascurabile rispetto a quella circonferenziale. Inoltre, in presenza di chiusure laterali, occorre considerare anche la tensione longitudinale



La tensione tangenziale si può determinare imponendo l'equilibrio tra le forze originate rispettivamente dalla σ_t (tensione tangenziale agente sulla sezione del recipiente) e dalla pressione interna del fluido



Si ha rispettivamente:

$$\sigma_{t(av)} = \frac{pd_i}{2t} \qquad \sigma_l = \frac{pd_i}{4t}$$