

Bioingegneria della Riabilitazione LS

Prova scritta del 3 aprile 2009

Si vuole analizzare il sistema di audio bio-feedback rappresentato in Fig.1. Si supponga che tutte le afferenze sensoriali, tranne quella acustica, siano inefficaci o sotto soglia. Il sensore accelerometrico è fissato ad una distanza h dall'asse di caviglia. La componente gravitazionale dell'accelerazione misurata è dello stesso segno dell'angolo α .

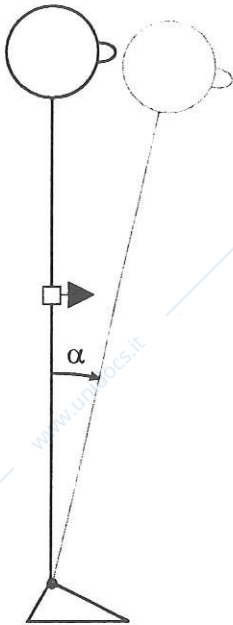


Fig. 1 - Rappresentazione nel piano sagittale

- 1) Indicando con T il momento flessorio alla caviglia, determinate la funzione di trasferimento $\alpha(s)/T(s)$ del pendolo inverso, nell'ipotesi di piccoli angoli, ipotizzando di conoscere tutti i parametri antropometrici del soggetto (massa m , distanza centro di massa-asse di caviglia d , momento di inerzia attorno all'asse di caviglia J)
- 2) Ricavate la funzione di trasferimento $a(s)/\alpha(s)$ dell'accelerometro nell'ipotesi di piccoli angoli.
- 3) Determinate la relazione tra la coordinata antero-posteriore X_{cop} ed il momento alla caviglia. Trascurate l'effetto della forza orizzontale e della massa dei piedi.
- 4) A quale altezza h deve essere fissato l'accelerometro perchè la sua uscita coincida, a meno di una costante moltiplicativa, con X_{cop} ?

L'uscita dell'accelerometro è applicata ad un convertitore tensione-frequenza tale che $\delta f = Ka$.

Il SNC capta la variazione di frequenza con un ritardo τ .

- 5) Rappresentate l'elemento di ritardo puro con una funzione di trasferimento con uno zero ed un polo.

Sempre all'interno del SNC la δf è confrontata con un riferimento nullo.

Il segnale errore è applicato ad un controllore proporzionale-derivativo la cui uscita è il momento T alla caviglia.

- 6) Rappresentate lo schema a blocchi del sistema indicando le funzioni di trasferimento con il valore di h individuato al punto 4).
- 7) Per quali valori del guadagno K il sistema è asintoticamente stabile?
- 8) Come potreste stimare l'angolo α e la posizione del COM a partire dall'uscita dell'accelerometro?

Domande (non più di mezza pagina per ogni risposta):

- 1) Rappresentate lo schema a blocchi di una protesi mioelettrica per arto superiore.
- 2) La stimolazione elettrica funzionale: principi ed applicazioni.
- 3) Il morbo di Parkinson

Bioingegneria della Riabilitazione LS

Modificato dalla prova scritta del 3 aprile 2009

Si vuole analizzare il sistema di audio bio-feedback rappresentato in Fig.1. Si supponga che tutte le afferenze sensoriali, tranne quella acustica, siano inefficaci. Il sensore accelerometrico è fissato ad una distanza h dall'asse di caviglia.

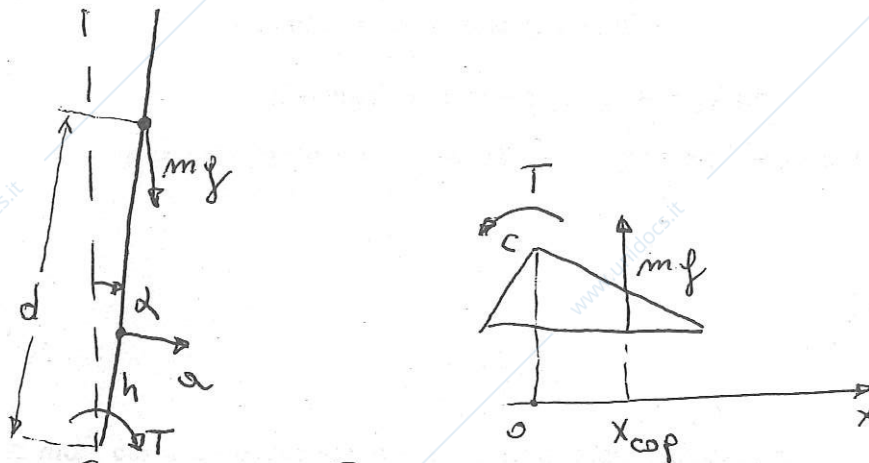


Fig.1

Indicando con T il momento flessorio alla caviglia, determinate la funzione di trasferimento $\alpha(s)/T(s)$ del pendolo inverso, nell'ipotesi di piccoli angoli, ipotizzando di conoscere tutti i parametri antropometrici del soggetto (massa m , distanza centro di massa-asse di caviglia d , momento di inerzia attorno all'asse di caviglia J).

L'equazione di equilibrio alla rotazione attorno all'asse di caviglia è:

$$J\ddot{\alpha} = T + mgd \sin \alpha$$

che può essere linearizzata per piccoli angoli:

$$J\ddot{\alpha} = T + mgd\alpha$$

Trasformando secondo Laplace da condizioni iniziali nulle si ottiene:

$$\frac{\alpha(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js^2 - mgd}$$

Ricavate la funzione di trasferimento $a(s)/\alpha(s)$ dell'accelerometro nell'ipotesi di piccoli angoli.

Si è visto che:

$$a = h\ddot{\alpha} - g \sin \alpha \cong h\ddot{\alpha} - g\alpha$$

Trasformando secondo Laplace da condizioni iniziali nulle si ottiene:

$$\frac{a(s)}{\alpha(s)} = hs^2 - g$$

Determinate la relazione tra la coordinata antero-posteriore X_{cop} ed il momento alla caviglia. Trascurate l'effetto della forza orizzontale e della massa dei piedi.

$$T + mgX_{cop} = 0$$

A quale altezza h deve essere fissato l'accelerometro perchè la sua uscita coincida, a meno di una costante moltiplicativa, con X_{cop} ?

Affrontiamo il calcolo per angoli non necessariamente piccoli:

$$J\ddot{\alpha} = T + mgd \sin \alpha = -mgX_{cop} + mgd \sin \alpha$$

$$a = h\ddot{\alpha} - g \sin \alpha = \frac{h}{J}(-mgX_{cop} + mgd \sin \alpha) - g \sin \alpha$$

da cui:

$$h = \frac{J}{md}$$

$$a = -\frac{g}{d}X_{cop}$$

Essendo $J \cong md^2$ ciò accade quando $h \cong d$, cioè quando l'accelerometro è fissato all'incirca all'altezza del COM.

L'uscita dell'accelerometro è applicata ad un convertitore tensione-frequenza tale che $\delta f = ka$. Il SNC capta la variazione di frequenza con un ritardo τ .

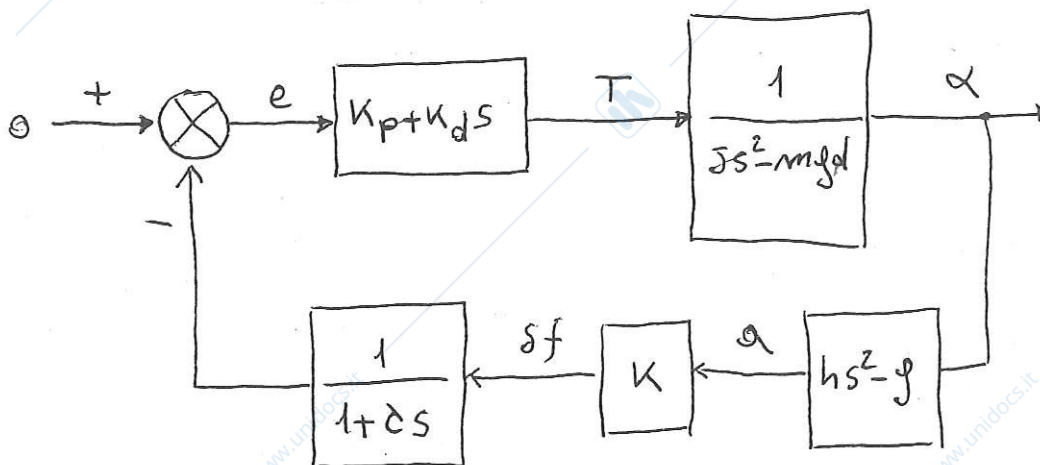
Rappresentate l'elemento di ritardo puro con una funzione di trasferimento con un polo.

$$e^{-\tau s} = \frac{1}{e^{\tau s}} \cong \frac{1}{1 + \tau s}$$

Sempre all'interno del SNC la δf è confrontata con un riferimento nullo.

Il segnale errore è applicato ad un controllore proporzionale-derivativo la cui uscita è il momento T alla caviglia.

Rappresentate lo schema a blocchi del sistema indicando le funzioni di trasferimento.



Per quali valori del guadagno k il sistema è asintoticamente stabile? Assumete i seguenti valori per i parametri:

$$\tau = 0.05 \text{ s}$$

$$d = 1 \text{ m}$$

$$J = 90 \text{ Kg m}^2$$

$$k_p = 1500 \text{ Nm/Hz}$$

$$k_d = 100 \text{ Nms/Hz}$$

$$m = 75 \text{ Kg}$$

$$h = 0.2 \text{ m}$$

Indicando con $G(s)$ la funzione di trasferimento in catena diretta e con $H(s)$ quella in retroazione, la stabilità si studia attraverso l'equazione:

$$1 + GH = 1 + k \frac{(k_p + k_d s)(hs^2 - g)}{(1 + \tau s)(Js^2 - mgd)} = 0$$

Condizione necessaria per la stabilità asintotica è che i coefficienti del polinomio caratteristico, di terzo grado, abbiano tutti lo stesso segno. Dopo alcuni passaggi si trova:

$$-0.225 < k < -0.05$$

Assumendo $k = -0.1$ verificate il soddisfacimento della condizione sufficiente attraverso il criterio di Routh:

$$a_3 = 2.5 \quad a_1 = 62.5$$

$$a_2 = 390 \quad a_0 = 750$$

$$b_1 = 57.7 \quad b_2 = 0$$

$$c_1 = 750$$

Vedi appunti

Non essendoci variazioni di segno nella prima colonna il sistema è asintoticamente stabile.

Come potreste stimare l'angolo α e la posizione del COM a partire dall'uscita dell'accelerometro?
Vedi esercitazione di laboratorio.

$$s^3 \quad cJ + kK_d h = 4,5 + 20K$$

$$s^2 \quad J + kK_p h = 90 + 300K$$

$$s^1 \quad -m_j d c - kK_d y = -36.79 - 981K$$

$$s^0 \quad -m_j d - kK_p y = -735.75 - 1.47 \times 10^4 K$$

- 0.225
- 0.3
- 0.0375
- 0.0501

-	-	+	+	+
-	+	+	+	+
+	+	+	+	-
+	+	+	-	-
-0.3	-0.225	-0.05	-0.0375	

$$-0.225 < K < -0.05$$

$$K = -0.1$$

s^3	2.5	2.5	61,3
s^2	60	60	734,25
s^1	61,3	30,7	0
s^0	734,25	734,25	

3 radici a parte

reale negativa