

# Esercizi d'esa

17/12/2018

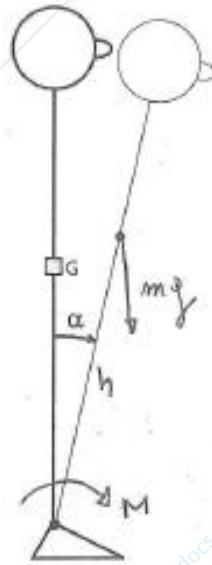
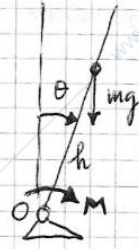


Fig. 1 - Rappresentazione nel piano sagittale

Si vuole progettare un sistema di visual biofeedback per la riabilitazione di soggetti con deficit a carico del sistema vestibolare e somatosensoriale. Per tale scopo un modello a pendolo invertito sul piano sagittale è considerato. La massa  $m = 75 \text{ kg}$  e la distanza tra centro di massa e asse di caviglia è  $h = 1 \text{ m}$ .

- 1) Stimare il momento d'inerzia del corpo (a meno del momento di inerzia della caviglia,  $J$ , e indicatene l'unità di misura).
- 2) Indicato con  $M$  il momento netto alla caviglia, scrivere l'equazione differenziale che lo lega all'angolo  $\alpha$ .
- 3) L'angolo  $\alpha$  è misurato attraverso il giroscopio (Fig. 1) all'altezza degli occhi del soggetto, ad una distanza  $r$  dal collo. Un punto che si dirige verso l'alto quando il corpo si inclina in avanti e verso il basso quando il corpo si inclina all'indietro. La uscita del giroscopio è assunta del tipo  $y = k_1 \alpha + k_2 \dot{\alpha}$ , ottenuto quindi dalla somma dell'uscita del giroscopio e quella angolare.
- 4) Il segnale visivo è trasmesso al SNC con un ritardo  $\tau$ .
- 5) Nel SNC avviene il confronto col set point  $y_0 = 0$ .
- 6) Il segnale errore,  $e$ , è elaborato da un controllore a PD fornisce il momento correttivo,  $M$ , alla caviglia.
- 7) Disegnare lo schema a blocchi del sistema in retroazione unitaria. Disegnare i blocchi dopo aver linearizzato le equazioni del sistema.
- 8) Il contributo anticipativo,  $k_2 \dot{\alpha}$ , ha la funzione di compensare il ritardo di trasmissione. Determinare il rapporto  $k_2 / k_1$  perchè lo sfasamento dei due blocchi sia pari a  $1.5 \text{ Hz}$ .
- 9) Determinare il valore minimo di  $k_1$  compatibile con la stabilità del sistema. Lo sviluppo di Padé  $e^{-\tau s} = (1 - \tau/2 s) / (1 + \tau/2 s)$  è da usare. Condizione necessaria per la stabilità: coefficienti del polinomio caratteristico.
- 10) Scrivere le equazioni di stato linearizzate del sistema e discretizzarle con integrazione  $T = 0.01 \text{ s}$ . Utilizzare a tale scopo lo schema di Euler.
- 11) Una volta scelto un valore di  $k_1$  compatibile con la condizione necessaria per la stabilità assumendo il ritardo puro non approssimato, verificare che in assenza del contributo anticipativo, cioè per  $k_2 = 0$ , il sistema sia stabile.
- 11) Scelto un valore di  $k_2$  che soddisfi le condizioni necessarie si verificano le condizioni sufficienti per la stabilità assumendo il ritardo puro non approssimato. Si utilizza il metodo dei poli e dei zeri.

# Traccia di soluzione



$m = 75 \text{ Kg}$

$h = 1 \text{ m}$

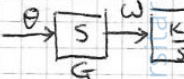
↳ Solo feedback

1)  $J \approx mh^2 = 75 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$

2)  $J\ddot{\theta} = mgh \sin \theta + M \approx mgh\theta + M$

3)  $\omega = \dot{\theta}$  - misurata dal giroscopo

$y = k_1\theta + k_2\dot{\theta} = k_1\theta + k_2\omega$



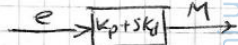
4) Retardo  $\tau = 1/12 \text{ s}$

5) Set-point  $y_0 = 0$

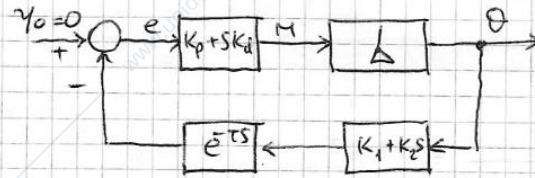
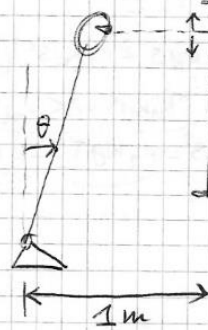
6) Controllore PD

con  $K_p = 300 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{rad}$

$K_d = 10 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$



7) Linearizzare le equazioni nell' intorno



$e^{-s\tau} \rightarrow P_{[1,1]} = \dots$   
 $\frac{\theta(s)}{M(s)} = \frac{1}{Js^2 - mgh}$

8) Sfasamento blocchi in cascata nel loop di retroazione

$\angle (k_1 + k_2 \cdot j\omega) e^{-j\omega\tau} = 0$

per  $f = 1.5 \text{ Hz}$

$\omega = 2\pi f = 3\pi$

$\arctan \left( \frac{Im}{Re} \right) =$

$= \arctan \left( k_1 e^{j\omega\tau} + j\omega k_2 e^{j\omega\tau} \right) =$

$= \arctan \frac{k_2\omega}{k_1} + (-\omega\tau)$

$\rightarrow \arctan \frac{3k_2\pi}{k_1} - 3\pi\tau = 0$

$\arctan \frac{3k_2\pi}{k_1} =$

$$\rightarrow 3 \frac{k_2}{k_1} \cdot \pi = 1 \rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{1}{3\pi} = 0.1061$$

g) Determinare i valori di  $k_2$  compatibili con la stabilità (Cond. nec.)

$$1 + GH = 0$$

$$1 + \frac{k_p + s k_d}{J s^2 - m g h} \cdot (k_1 + k_2 s) \cdot \frac{(2 - \tau s)}{(2 + \tau s)} = 0$$

$$(J s^2 - m g h)(2 + \tau s) + (k_p + s k_d)(k_1 + k_2 s)(2 - \tau s) = 0$$

$$\begin{aligned} 2J s^2 + \tau J s^3 - 2m g h - m g h \tau s + (k_1 k_p + k_2 k_p s + k_1 k_d s + k_2 k_d s^2)(2 - \tau s) = 0 \\ \begin{cases} + 2k_1 k_p + 2k_2 k_p s + 2k_1 k_d s + 2k_2 k_d s^2 \\ - k_1 k_p \tau s - k_2 k_p \tau s^2 - k_1 k_d \tau s^2 - k_2 k_d \tau s^3 \end{cases} \end{aligned}$$

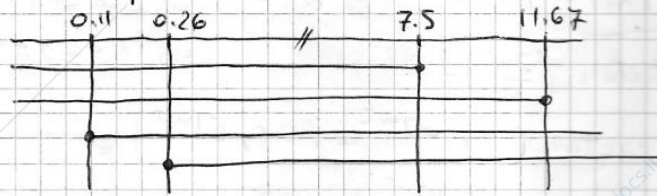
$$s^3 \quad \tau J - k_2 k_d \tau > 0$$

$$s^2 \quad 2J + 2k_2 k_d - k_2 k_p \tau - k_1 k_d \tau > 0$$

$$s \quad -m g h \tau + 2k_2 k_p + 2k_1 k_d - k_1 k_p \tau > 0$$

$$s^0 \quad -2m g h + 2k_1 k_p > 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} k_2 &< \frac{J}{k_d \tau} = 7.5 \\ k_2 &< \frac{\tau k_d \tau - 2J}{2k_d - k_p \tau - 3\pi k_d \tau} = 11.67 \\ k_2 &> \frac{m g h \tau}{2k_p + 6\pi k_d - 3\pi k_p \tau} = 0.11 \\ k_2 &> \frac{2m g h}{6\pi k_p} = 0.26 \end{aligned} \right.$$



$$0.26 < k_2 < 7.5$$

10) In an...  
Result...

11) Scelto...  
(es  $k_2$ )

$s^3$  (5.41)

$s^2$  (137.1)

$s^1$  326.5

$s^0$  4183

**Bioingegneria della Riabilitazione**  
**Prova scritta del 17 febbraio 2012**

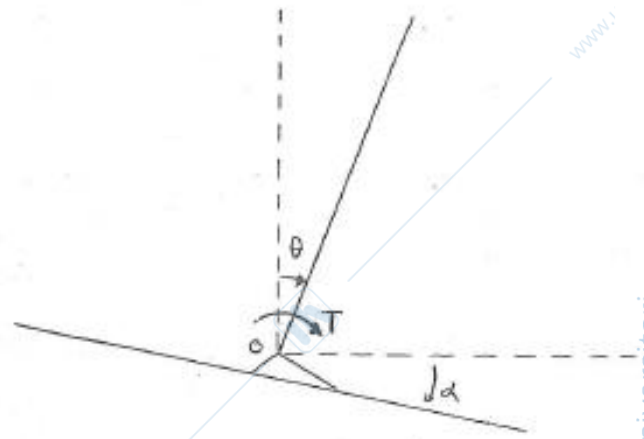


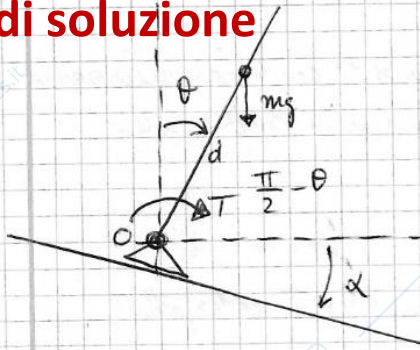
Fig.1

**Obiettivo:** studiare la postura non perturbata e perturbata con particolare riferimento al feedback propriocettivo.

Un soggetto, descritto attraverso un modello bisegmentale pendolo inverso su una tilting platform (Fig.1) pilotata da un motore con asse di rotazione medio-articolare dell'articolazione di caviglia. Se ne vuole studiare la postura sul piano sagittale in condizioni non perturbate (*quiet stance*) sia in risposta a rotazioni della pedana. Il pendolo ha una distanza tra centro di massa (COM) e asse di caviglia  $d = 1\text{m}$ , e momento d'inerzia  $J_{COM} = 15\text{Kg}\cdot\text{m}^2$ .

- 1) Rappresentate lo schema a blocchi del sistema (ingresso  $\alpha$ , uscita  $\theta$ ) e il feedback propriocettivo. Il sistema vestibolare fornisce un feedback proporzionale ( $k_d = 100\text{ Nms/rad}$ ) alla velocità di rotazione del pendolo e il sistema propriocettivo un feedback proporzionale ( $k_p$ ) alla riduzione dell'angolo alla caviglia rispetto a  $\pi/2$ .
- 2) Studiate la stabilità del sistema per  $\alpha = 0$  (tilting platform orizzontale).
- 3) Calcolate l'andamento di  $\theta(t)$ , a partire da  $\alpha = 0$  e condizioni iniziali di un gradino di ampiezza  $\alpha_0 = 3^\circ$ .
- 4) Ad altezza L5 è applicata una IMU in grado di misurare, istante per istante, l'angolo della pedana. Come è possibile calcolare, a partire dalla risposta, il guadagno propriocettivo?
- 5) Come è possibile aumentare o ridurre l'influenza del feedback propriocettivo? Dipenderebbe  $\alpha$  da  $\theta$ ?

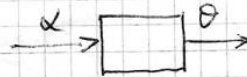
# Traccia di soluzione



$$m = 75 \text{ Kg}$$

$$d = 1 \text{ m}$$

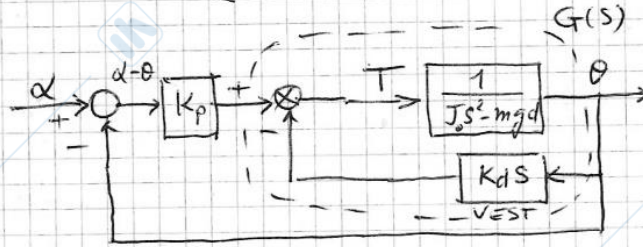
$$J_{\text{COM}} = 15 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$



$$J_0 = J_{\text{COM}} + md^2 = 90 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\frac{\theta(s)}{\alpha(s)} = \frac{K_p}{1 + K_p}$$

1)



2) Analisi di stabilità per  $\alpha = 0$

$$G(s) = \frac{1/J_0 s^2 - mgd}{1 + \frac{K_d s}{J_0 s^2 - mgd}} \quad \left[ \frac{G}{1+GH} \right]$$

Eq. caratteristica:

$$1 + K_p \cdot G(s) = 0$$

$$1 + \frac{K_p}{J_0 s^2 - mgd} \cdot \frac{J_0 s^2 - mgd}{J_0 s^2 - mgd + K_d s} = 0$$

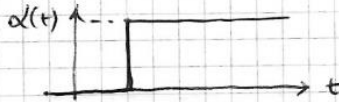
$$J_0 s^2 + K_d s + (K_p - mgd) = 0$$

$$\rightarrow K_p > mgd = 735.75 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

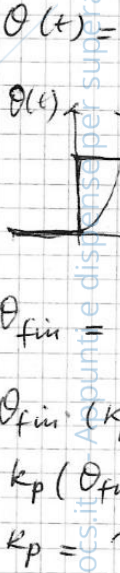
3)

$$\alpha_0 = 0$$

$$\alpha = 3^\circ$$



4)



$$\theta_{\text{fin}} =$$

$$\theta_{\text{fin}} \cdot K_p$$

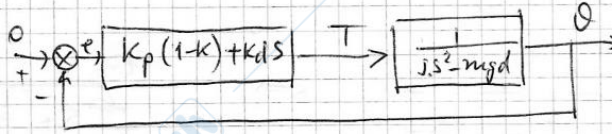
$$K_p (\theta_{\text{fin}})$$

$$K_p =$$

$$5) T = k_p(\alpha - \theta) - k_d\dot{\theta}$$

$$\text{se } \alpha = k\theta$$

$$T = k_p(k-1)\theta - k_d\dot{\theta}$$



Eq. caratt.  $J_0 s^2 - m g d + k_p(1-k) + k_d s = 0$

$$J_0 s^2 + k_d s + k_p(1-k) - m g d = 0$$

Se  $k=1 \rightarrow$  no feedback proporzionale  $\rightarrow c < 0$   
 $\downarrow$   
 INSTABILE

Se  $k=0 \rightarrow$  max " "  $\rightarrow c > 0$  per  $k_p > m g d$

Condizione di stabilità:

$$k_p(1-k) > m g d$$

$$1-k > \frac{m g d}{k_p}$$

$$k < 1 - \frac{m g d}{k_p} =$$

**Esercizio N.2 (12 punti)**

Si vuole progettare un sistema a biofeedback per il potenziamento della funzione locomotoria con le seguenti specifiche:

- Variabile di feedback: *variabilità della durata del passo*;
- Caratteristiche del segnale di feedback: *terminale, posticipato, non-verbale, cumulativo (ogni passo)*; *Knowledge of Performance*;
- Input device: IMU 3D indossata sul piede destro;
- Output device: occhiale per realtà aumentata con unità di elaborazione.

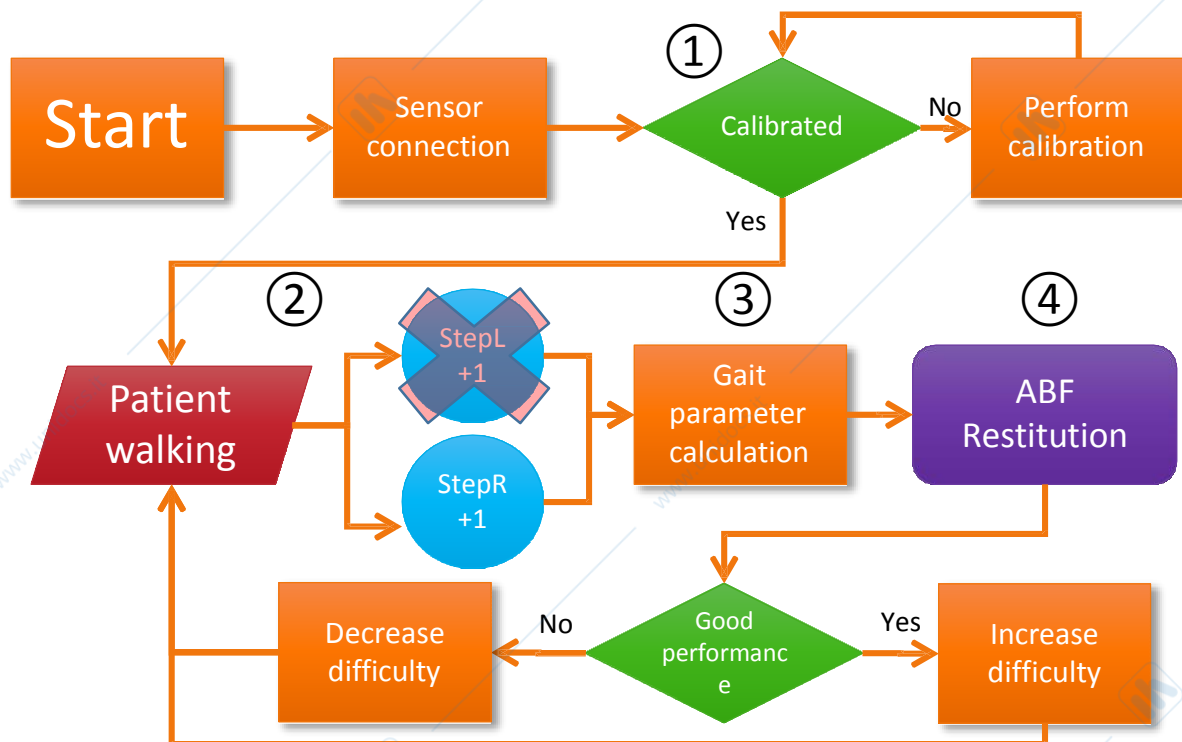
**2.1** Verificate preliminarmente se le *misure di variabilità* ottenute con il sensore indossabile sono standard rappresentato da una pedana di pressione. In tabella sono riportati (espressi in secondi) i tempi di contatto iniziale del piede destro (heel strike, HS) forniti dai due sistemi di misura per i primi 10 passi. Quantificate l'accordo quantificando i *limits of agreement* (LOA) tra le due misure.

**2.2** Disegnate lo schema a blocchi del sistema di biofeedback che soddisfi le specifiche precedenti. Indicate i componenti funzionali del sistema e indicando esplicitamente i principali passi algoritmici relativi al calcolo del segnale, al calcolo della funzione di variabilità secondo una delle metriche viste a lezione, e alla generazione del feedback.

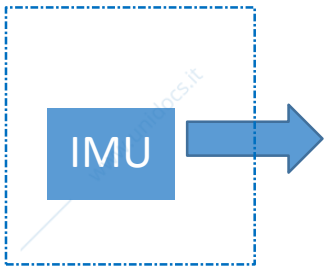
**2.3** Illustrate la variabile di output che otterreste, adottando le scelte di codifica che avete fatto al caso dei 10 passi presentati in tabella. Con un simile sistema sarebbe anche possibile utilizzare il feedback la variabilità della lunghezza del passo?

## Soluzione della domanda 2.2 dell'esercizio d'esame de

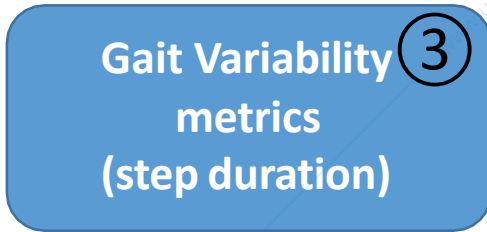
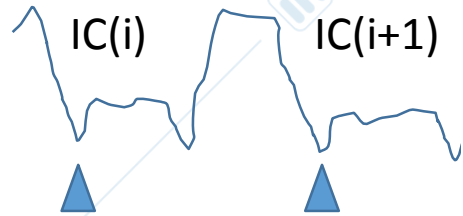
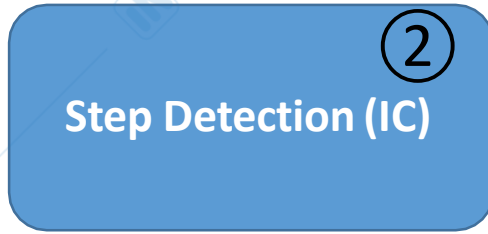
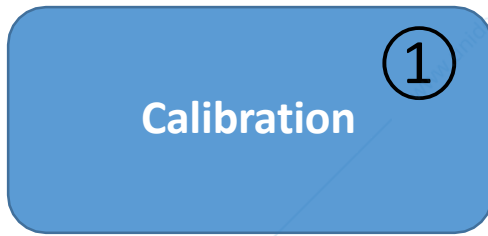
La logica generale del sistema, come nel caso del sistema di Gait Biofeedb



Rispetto a questo schema l'unico blocco mancante sarà quello relativo all' perché il sistema è basato su una sola IMU indossata sul piede Destro. Ne indicazioni progettuali che possono rendere più completa e dettagliata la



Sensore



Best perf

Inizializza

Loop on c

Findpeak

DUR(i) =

Ogni 5 po

STEPVAR

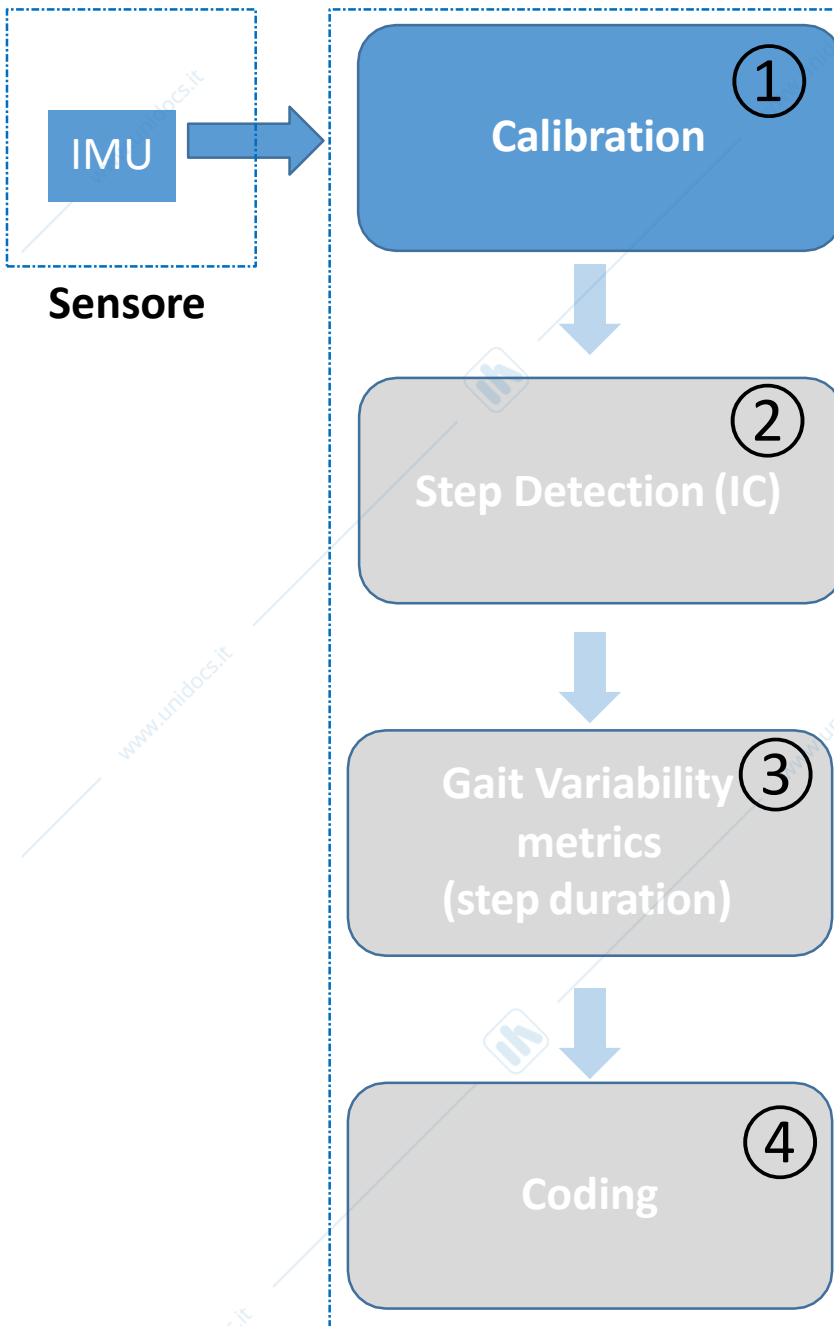
con VAR

scelto tra

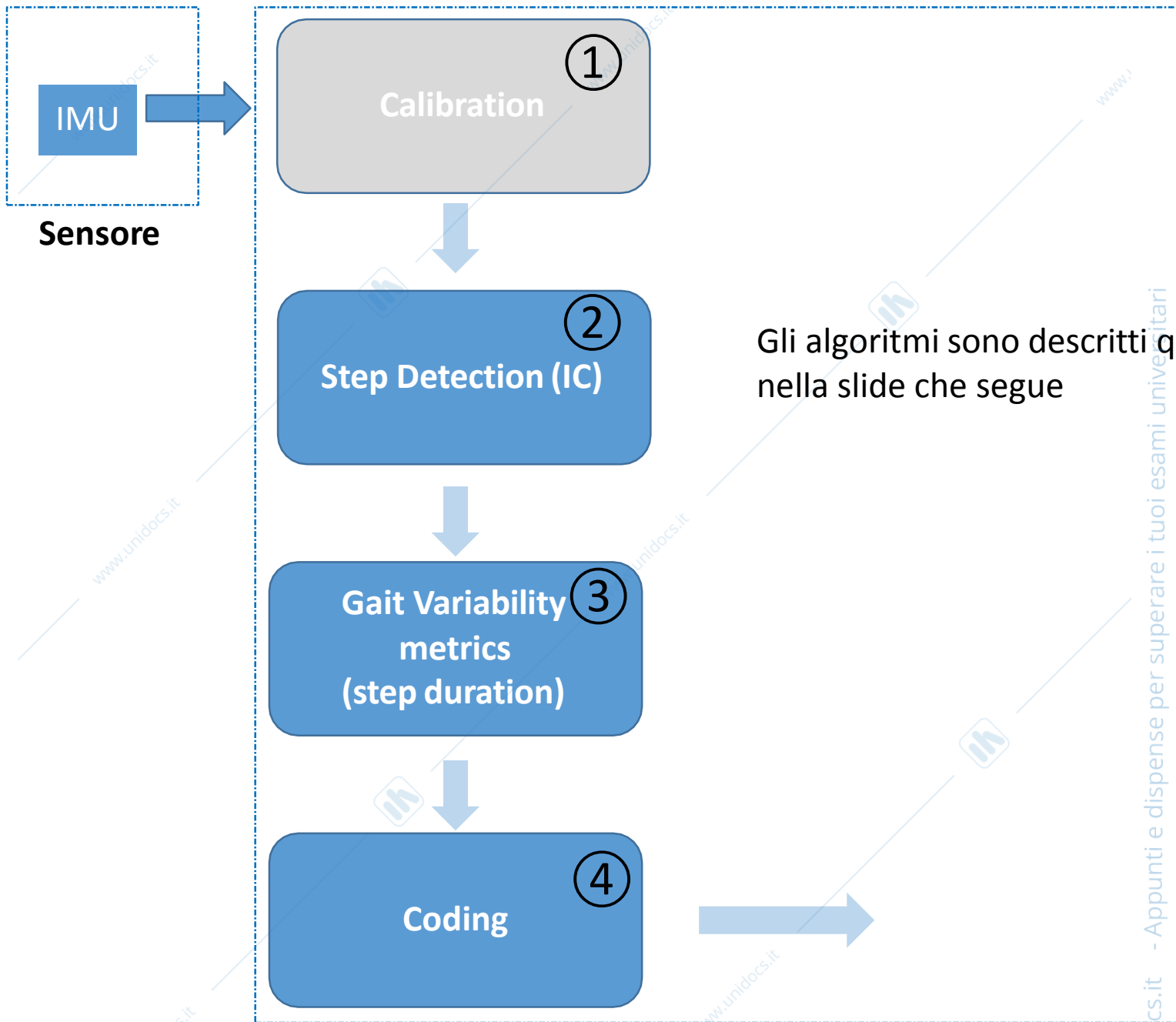
if STEPVA

PUNISH

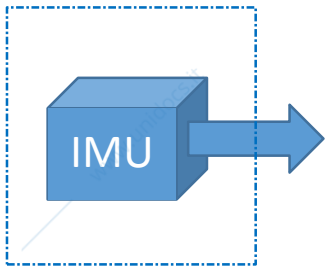
else REV



Trial iniziale di calibrazione funzione  
il task di cammino eseguito nel modo  
possibile, sotto supervisione del  
Da questo sarà possibile ricavare  
terapeutico della variabile di frequen  
variabilità della durata del passo  
soglia (uno solo o due, uno INF e  
Nel caso della variabilità, che fisi  
è **bassa**, ci si aspetta di registrare  
in aumento, che quindi il **BF dov**  
L'elaborazione dei dati di calibra  
i due blocchi di Step Detection e  
Metrics ma non quello di Coding



Gli algoritmi sono descritti q  
nella slide che segue



Sensore

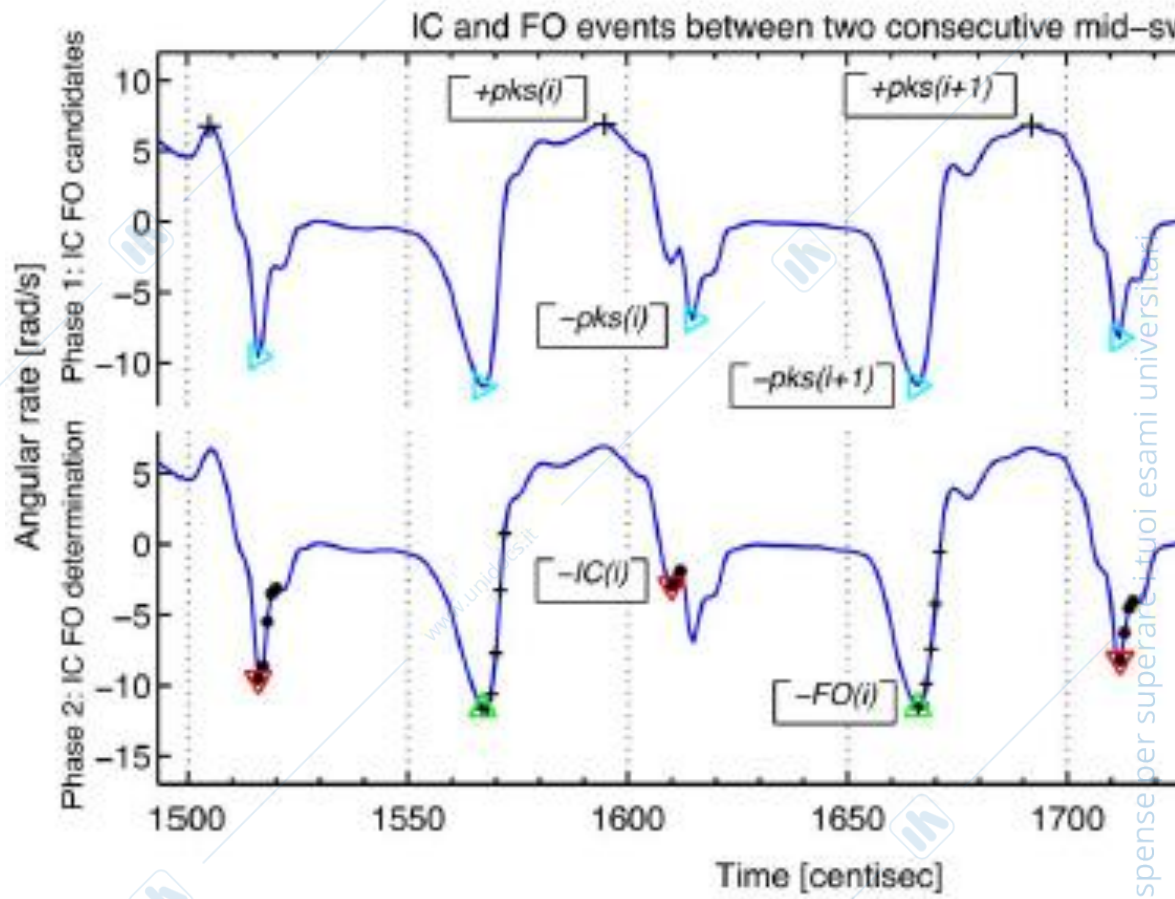
**A. Algoritmo di *step detection*:** riceve in ingresso lo streaming di uno dei segnali disponibili e determina automaticamente il momento del contatto con il terreno (Initial Contact - IC). [Un esempio di soluzione (VEL ANG della rotazione del piede attorno ad un asse medio) e relativi istanti di contatto è mostrato nella slide successiva]

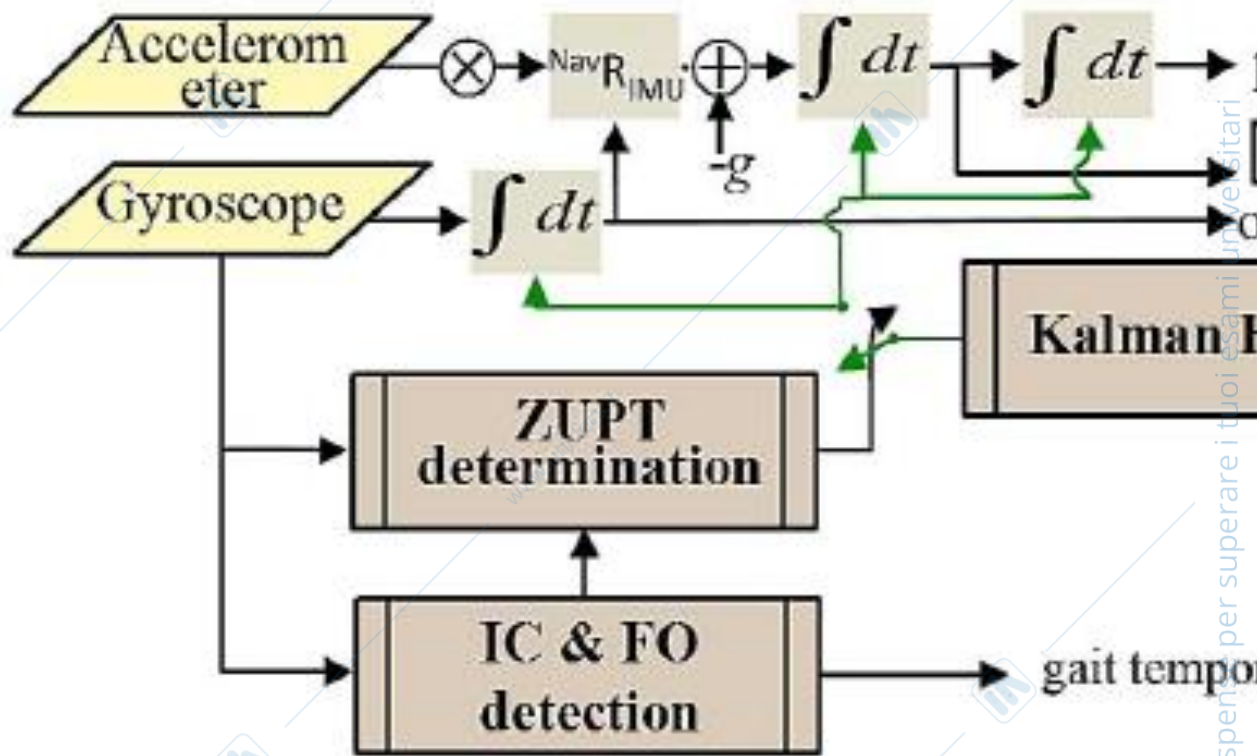
OPPURE

**B. Algoritmo di *step detection con sensor fusion*:** riceve in ingresso lo streaming online dei 3 segnali di ACC e dei 3 di VEL ANG (e eventualmente dei 3 del MAG) e fornisce in uscita  $\forall t$ , a partire da un'istante iniziale, la posizione ed orientamento della IMU, e quindi la posizione sul terreno sul quale è montata. Da questa è possibile ricavare la traiettoria del piede e dedurre gli istanti di contatto con il terreno (Initial Contact - IC). [Un esempio di possibile soluzione è mostrata nelle slide successive]

**2. Algoritmo per il calcolo della variabilità della durata dei passi:** riceve in ingresso il vettore degli IC; calcola le durate dei passi (cioè l'intervallo temporale tra due IC consecutivi del medesimo piede,  $v_{normale} \approx 1.1$  s – valori misurati mostrati in tabella); determina la variabilità e calcola una metrica di variabilità (da scegliere tra le 4 viste in tabella: SD, CV, IQR, MAD) su un buffer di 5 passi consecutivi.

**3. Algoritmo di codifica:** riceve in ingresso il valore della variabilità al passo precedente e lo trasforma in un segnale acustico (o visuale non verbale) relativo alla performance.





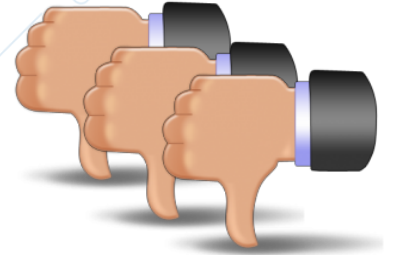
## Soluzione della domanda 2.3 dell'esercizio d'esame de

La variabilità della durata del passo è , in condizioni fisiologiche, molto bassa, con coefficienti di variazione dell'ordine dell'1-1,5 % (Hausdorff, 2005).

Durate dei primi 5 passi misurate con la IMU:

$$DUR = [0.9 \ 1.2 \ 0.9 \ 1.3 \ 0.7] \text{ s}$$

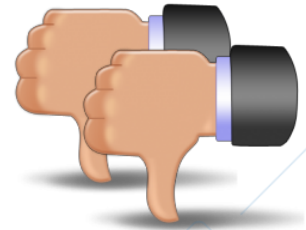
$$STEPVAR(1) = CV(DUR) = 0.245 \ (24,5 \ %)$$



Durate dei secondi 5 passi misurate con la IMU:

$$DUR = [1.5 \ 0.9 \ 0.9 \ 1.4 \ 1.3] \text{ s}$$

$$STEPVAR(2) = CV(DUR) = 0.236 \ (23,6 \ %)$$



In entrambi i casi dunque i valori osservati sono abnormemente elevati, e vanno ridurli. Esempi di possibili feedback visivi (non verbale, terminale, cumulativo) sono stati valutato se il miglioramento osservato nel secondo batch di passi è sufficiente a giustificare il segnale di feedback (come nel primo esempio) oppure no (come nel secondo).

- **Domande a scelta multipla (1 punto ognuna)**

Ogni affermazione può essere vera o falsa. Indicare a fianco V o F. Indicazione errata o non data: 0 p

**Meccanismi Neurali dell'apprendimento:**

- la punizione positiva è un contesto del condizionamento operante in cui si punisce un comportamento spiacevole e/o dolorosa; [V]
- Il segnale di ricompensa si origina nei neuroni dopaminergici situati nella sostanza nera pars compacta; [V]
- per la teoria cognitivista l'apprendimento è l'acquisizione di abitudini e associazioni fra stimoli e risposte esistenti tra stimolo e risposta. [F]

**Biofeedback (BF) ed elaborazione dei segnali:**

- Il razionale che ispira l'approccio a BF è quello del condizionamento operante; I criteri che regolano un sistema di BF devono quindi tenere conto dei principi cardine dell'apprendimento per condizionamento (sazietà). [V]
- L'EMG viene normalmente utilizzato in applicazioni di biofeedback, ma solo per l'arto inferiore; [V]
- Gli schemi variabili di rinforzo parziale producono comportamenti meno resistenti all'estinzione; [V]

**La misura in riabilitazione:**

- Le variabili latenti sottese ad un fenomeno medico-biologico non sono osservabili direttamente, ma solo attraverso loro manifestazioni indirette; [V]
- Tra i principali problemi dei metodi psicometrici classici possiamo annoverare l'ordinalità, l'omogeneità, l'invarianza; [V]
- Le scale cliniche costituiscono un valido strumento per la misura in riabilitazione perché sono invarianza. [F]