

# Esercizi d'esame

17/12/2018

## Sistema visual bio-feedback

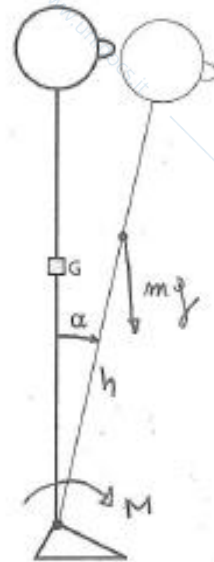
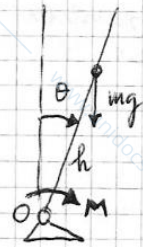


Fig. 1 - Rappresentazione nel piano sagittale

Si vuole progettare un sistema di visual biofeedback per la stabilizzazione posturale di soggetti con deficit a carico del sistema vestibolare e somatosensoriale. Assumete a tale scopo un modello a pendolo invertito sul piano sagittale. La massa del soggetto è  $m = 75 \text{ kg}$  e la distanza tra centro di massa e asse di caviglia  $h = 1 \text{ m}$ .

- 1) Stimare il momento d'inerzia del corpo (a meno dei piedi) attorno all'asse di caviglia,  $J$ , e indicatene l'unità di misura.
- 2) Indicato con  $M$  il momento netto alla caviglia (positivo in senso orario) scrivete l'equazione differenziale che lo lega all'angolo  $\alpha$ .
- 3) L'angolo  $\alpha$  è misurato attraverso il giroscopio (Fig.1). Su uno schermo posto all'altezza degli occhi del soggetto, ad una distanza di  $1 \text{ m}$ , viene visualizzato un punto che si dirige verso l'alto quando il corpo si inclina in avanti e verso il basso quando il corpo si inclina all'indietro. Lo spostamento del punto è assunto del tipo  $y = k_1 \alpha + k_2 \dot{\alpha}$ , ottenuto quindi combinando linearmente l'uscita del giroscopio e quella angolare.
- 4) Il segnale visivo è trasmesso al SNC con un ritardo  $\tau = 1/12 \text{ s}$ .
- 5) Nel SNC avviene il confronto col set point  $y_0 = 0$ .
- 6) Il segnale errore,  $e$ , è elaborato da un controllore PD con costanti proporzionale,  $k_p = 300 \text{ Nm/rad}$ , e derivativa,  $k_d = 10 \text{ Nms/rad}$ . L'uscita del PD fornisce il momento correttivo,  $M$ , alla caviglia.
- 7) Disegnate lo schema a blocchi del sistema in retroazione e scrivete le funzioni di trasferimento dei singoli blocchi dopo aver linearizzato le equazioni nell'intorno di  $\alpha = 0$ .
- 8) Il contributo anticipativo,  $k_2 \dot{\alpha}$ , ha la funzione di compensare il ritardo di fase introdotto dal ritardo puro. Determinate il rapporto  $k_2 / k_1$  perchè lo sfasamento dei due blocchi in cascata sia nullo per una frequenza pari a  $1.5 \text{ Hz}$ . *i valori di  $k_2$*
- 9) Determinate il valore minimo di  $k_1$  compatibile con la stabilità del sistema. Approssimate a tale scopo il ritardo puro con lo sviluppo di Padè e  $\wedge (-\tau s) = (1-\tau/2 s) / (1+\tau/2 s)$ . Utilizzate la condizione necessaria per la stabilità: coefficienti del polinomio caratteristico tutti dello stesso segno.
- 10) Scrivete le equazioni di stato linearizzate del sistema e discretizzatele assumendo un passo di integrazione  $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ . Utilizzate a tale scopo lo schema di Eulero.
- 11) Una volta scelto un valore di  $k_1$  compatibile con la condizione necessaria effettuate la verifica della condizione sufficiente per la stabilità assumendo il ritardo puro non approssimato.
- 10) 12) Verificate che in assenza del contributo anticipativo, cioè per  $k_2 = 0$ , il sistema è instabile.
- 11) Scelta un valore di  $k_2$  che soddisfi la condizione necessaria si verifica la condizione sufficiente. A tale scopo si utilizza il metodo dei determinanti di...

# Traccia di soluzione



$m = 75 \text{ Kg}$   
 $h = 1 \text{ m}$

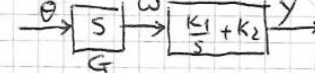
↳ Solo feedback visivo

1)  $J \approx mh^2 = 75 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$

2)  $J\ddot{\theta} = mgh \sin \theta + M \approx mgh\theta + M$

3)  $\omega = \dot{\theta}$  - misurata dal giroscopio

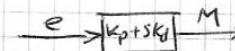
$y = k_1\theta + k_2\dot{\theta} = k_1\theta + k_2\omega$



4) Retardo  $\tau = 1/12 \text{ s}$

5) Set-point  $y_0 = 0$

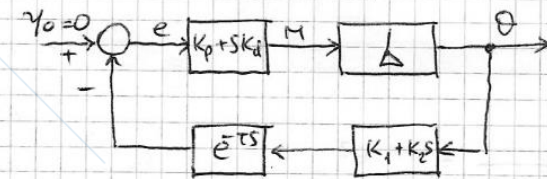
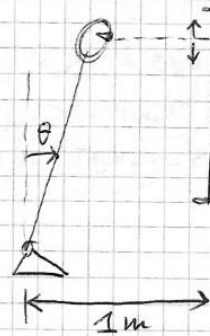
6) Controllore PD



con  $k_p = 300 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{rad}$

$k_d = 10 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$

7) Linearizzare le equazioni nell'intorno di  $\theta = 0$



$e^{-ts} \rightarrow P_{[1,1]} = \frac{1 - \frac{t}{2}s}{1 + \frac{t}{2}s} =$

$= \frac{2-ts}{2+ts}$

$\frac{\Theta(s)}{M(s)} = \frac{1}{Js^2 - mgh}$

8) Sfasamento blocchi in cascata nel loop di retroazione

$\angle (k_1 + k_2 \cdot j\omega) e^{-j\omega\tau} = 0$

per  $f = 1.5 \text{ Hz}$

$\rightarrow \omega = 2\pi f = 3\pi$

$\arctan \left( \frac{Im}{Re} \right) =$

$= \arctan (k_1 e^{j\omega\tau} + j\omega k_2 e^{-j\omega\tau}) =$

$= \arctan \frac{k_2\omega}{k_1} + (-\omega\tau)$

$\rightarrow \arctan \frac{3k_2\pi}{k_1} - 3\pi\tau = 0$

$\arctan \frac{3k_2\pi}{k_1} = \frac{\pi}{4}$

$$\rightarrow 3 \frac{k_2}{k_1} \cdot \pi = 1 \rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{1}{3\pi} = 0.1061$$

g) Determinare i valori di  $k_2$  compatibili con la stabilità (Cond. nec.)

$$1+GH=0$$

$$1 + \frac{k_p + s k_d}{J s^2 - m g h} \cdot (k_1 + k_2 s) \cdot \frac{(2 - TS)}{(2 + TS)} = 0$$

$$(J s^2 - m g h)(2 + TS) + (k_p + s k_d)(k_1 + k_2 s)(2 - TS) = 0$$

$$2 J s^2 + \tau J s^3 - 2 m g h - m g h T s + (k_1 k_p + k_2 k_p s + k_1 k_d s + k_2 k_d s^2)(2 - TS) = 0$$

$$\begin{aligned} &+ 2 k_1 k_p + 2 k_2 k_p s + 2 k_1 k_d s + 2 k_2 k_d s^2 \\ &- k_1 k_p T s - k_2 k_p T s^2 - k_1 k_d T s^2 - k_2 k_d T s^3 \end{aligned}$$

$$s^3 \quad \tau J - k_2 k_d T > 0$$

$$s^2 \quad 2 J + 2 k_2 k_d - k_2 k_p T - k_1 k_d T > 0$$

$$s \quad -m g h T + 2 k_2 k_p + 2 k_1 k_d - k_1 k_p T > 0$$

$$s^0 \quad -2 m g h + 2 k_1 k_p > 0$$

$$k_2 < \frac{\tau J}{k_d T} = 7.5$$

$$k_2 > \frac{2 k_d - k_p T - 3 \pi k_d \tau}{2 k_d - k_p T - 3 \pi k_d \tau} = 11.67$$

$$k_2 > \frac{m g h T}{2 k_p + 6 \pi k_d - 3 \pi k_p \tau} = 0.11$$

$$k_2 > \frac{2 m g h}{6 \pi k_p} = 0.26$$



$$0.26 < k_2 < 7.5$$

10) In assenza del contributo anticipativo ( $k_2=0$ ) il sistema risulta instabile

11) Scelto un valore di  $k_2$  che soddisfa la condizione necessaria (es  $k_2=1$ ) si verifica la condizione sufficiente.

$$s^3 \quad \begin{matrix} 5.41 & 491.56 \end{matrix}$$

$$s^2 \quad \begin{matrix} 137.14 & 4183.4 \end{matrix}$$

$$s^1 \quad \begin{matrix} 326.53 & 0 \end{matrix}$$

$$s^0 \quad 4183.4$$

$\Rightarrow$  la CNS è soddisfatta

## Bioingegneria della Riabilitazione

Prova scritta del 17 febbraio 2012

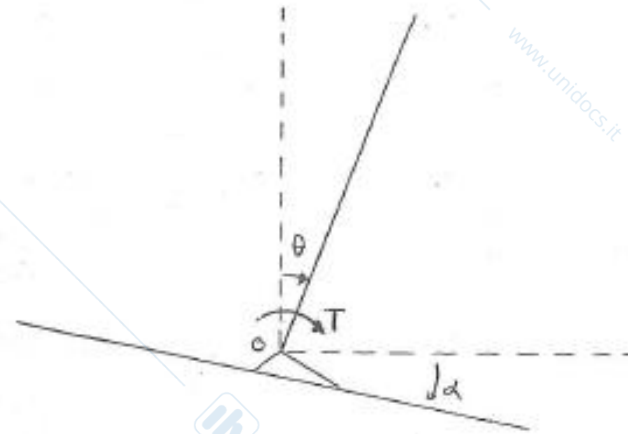


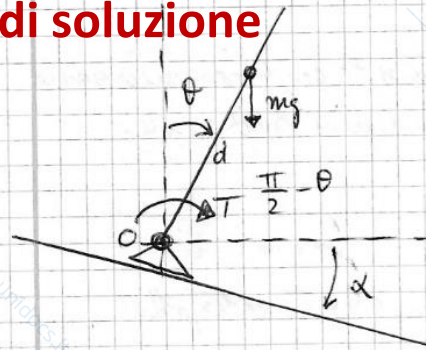
Fig.1

**Obiettivo:** studiare la postura non perturbata e perturbata con particolare riferimento al ruolo del feedback propriocettivo.

Un soggetto, descritto attraverso un modello bisegmentale pendolo inverso + piedi, appoggia su una tilting platform (Fig.1) pilotata da un motore con asse di rotazione medio-laterale passante per l'articolazione di caviglia. Se ne vuole studiare la postura sul piano sagittale sia in condizioni non perturbate (*quiet stance*) sia in risposta a rotazioni della pedana. Il pendolo ha massa  $m = 75\text{Kg}$ , distanza tra centro di massa (COM) e asse di caviglia  $d = 1\text{m}$ , e momento d'inerzia rispetto al COM  $J_{COM} = 15\text{Kg}\cdot\text{m}^2$ .

- 1) Rappresentate lo schema a blocchi del sistema (ingresso  $\alpha$ , uscita  $\theta$ ) sapendo che il sistema vestibolare fornisce un feedback proporzionale ( $k_d = 100\text{ Nms/rad}$ ) alla velocità angolare del pendolo e il sistema propriocettivo un feedback proporzionale ( $k_p = 1500\text{ Nm/rad}$ ) alla riduzione dell'angolo alla caviglia rispetto a  $\pi/2$ .
- 2) Studiate la stabilità del sistema per  $\alpha = 0$  (tilting platform orizzontale).
- 3) Calcolate l'andamento di  $\theta(t)$ , a partire da  $\alpha = 0$  e condizioni iniziali nulle, in risposta ad un gradino di ampiezza  $\alpha_0 = 3^\circ$ .
- 4) Ad altezza L5 è applicata una IMU in grado di misurare, istante per istante, l'angolo  $\theta$ . Come è possibile calcolare, a partire dalla risposta, il guadagno propriocettivo  $k_p$ ?
- 5) Come è possibile aumentare o ridurre l'influenza del feedback propriocettivo facendo dipendere  $\alpha$  da  $\theta$ ?

# Traccia di soluzione



$$m = 75 \text{ Kg}$$

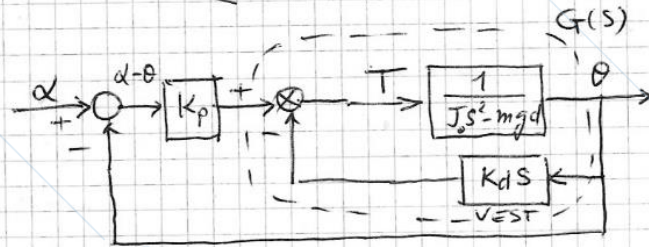
$$d = 1 \text{ m}$$

$$J_{\text{com}} = 15 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$



$$J_o = J_{\text{com}} + m d^2 = 90 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

1)



2) Analisi di stabilità per  $\alpha = 0$

$$G(s) = \frac{1/J_o s^2 - mgd}{1 + \frac{k_d s}{J_o s^2 - mgd}} \quad \left[ \frac{G}{1+GH} \right]$$

Eq. caratteristica:

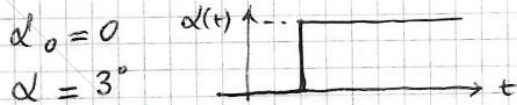
$$1 + k_p \cdot G(s) = 0$$

$$1 + \frac{k_p}{J_o s^2 - mgd} \cdot \frac{J_o s^2 - mgd}{J_o s^2 - mgd + k_d s} = 0$$

$$J_o s^2 + k_d s + (k_p - mgd) = 0$$

$$\rightarrow k_p > mgd = 735.75 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

3)



$$\frac{\Theta(s)}{\alpha(s)} = \frac{k_p G(s)}{1 + k_p G(s)} = \frac{k_p}{J_o s^2 - mgd + k_d s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{k_p}{J_o s^2 - mgd + k_d s}}$$

$$= \frac{k_p}{J_o s^2 + k_d s + (k_p - mgd)}$$

$$= \frac{k_p / (k_p - mgd)}{1 + \frac{k_d}{k_p - mgd} s + \frac{J_o}{k_p - mgd} s^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{C_{TO}}{1 + 2\delta s + \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2}}$$

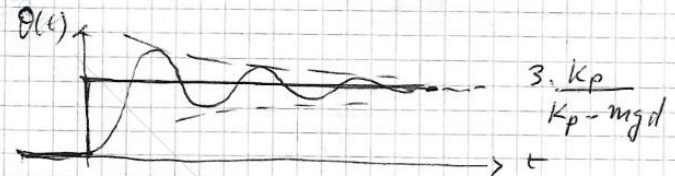
off.

$$s^2 + \frac{k_d k_p}{J_o} s + \frac{k_p - mgd}{J_o} \cdot k_p$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_p \cdot (k_p - mgd)}{J_o}}$$

$$\zeta = \frac{k_p k_d}{J_o} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{J_o}{k_p \cdot (k_p - mgd)}}; \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\rightarrow \Theta(t) = \frac{1}{\omega_d} \cdot e^{-\zeta \omega_n t} \cdot \sin \omega_d t$$



4)

$$\Theta_{\text{fin}} = 3 \cdot \frac{k_p}{k_p - mgd}$$

$$\Theta_{\text{fin}} \cdot (k_p - mgd) = 3 k_p$$

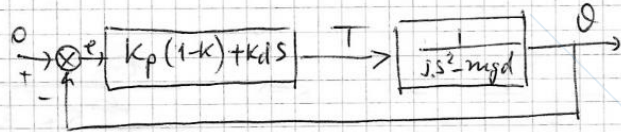
$$k_p (\Theta_{\text{fin}} - 3) = mgd \Theta_{\text{fin}}$$

$$k_p = mgd \frac{\Theta_{\text{fin}}}{\Theta_{\text{fin}} - 3}$$

$$5) \quad T = k_p(\alpha - \theta) - k_d\dot{\theta}$$

$$\text{se } \boxed{\alpha = k\theta}$$

$$T = k_p(k-1)\theta - k_d\dot{\theta}$$



Eq. caratt.  $J_0 s^2 - mgd + k_p(1-k) + k_d s = 0$

$$J_0 s^2 + k_d s + k_p(1-k) - mgd = 0$$

Se  $k=1 \rightarrow$  no feedback propriativo  $\rightarrow c < 0$

$\downarrow$   
INSTABILE

Se  $k=0 \rightarrow$  max " "

$\rightarrow c > 0$  per  
 $k_p > mgd$

Condizione di stabilità:

$$k_p(1-k) > mgd$$

$$1-k > \frac{mgd}{k_p}$$

$$k < 1 - \frac{mgd}{k_p}$$

# Esame di Bioingegneria della Riabilitazione LM

12-01-2016

## Esercizio N.2 (12 punti)

Si vuole progettare un sistema a biofeedback per il potenziamento della funzione locomotoria che soddisfi le seguenti specifiche:

- Variabile di feedback: *variabilità della durata del passo*;
- Caratteristiche del segnale di feedback: *terminale, posticipato, non-verbale, cumulativo (ogni 5 passi), basato sulla Knowledge of Performance*;
- Input device: IMU 3D indossata sul piede destro;
- Output device: occhiale per realtà aumentata con unità di elaborazione.

**2.1** Verificate preliminarmente se le *misure di variabilità* ottenute con il sensore indossabile sono in accordo con il gold standard rappresentato da una pedana di pressione. In tabella sono riportati (espressi in secondi) gli istanti di contatto iniziale del piede destro (heel strike, HS) forniti dai due sistemi di misura per i primi 10 passi. Valutate la bontà dell'accordo quantificando i *limits of agreement* (LOA) tra le due misure.

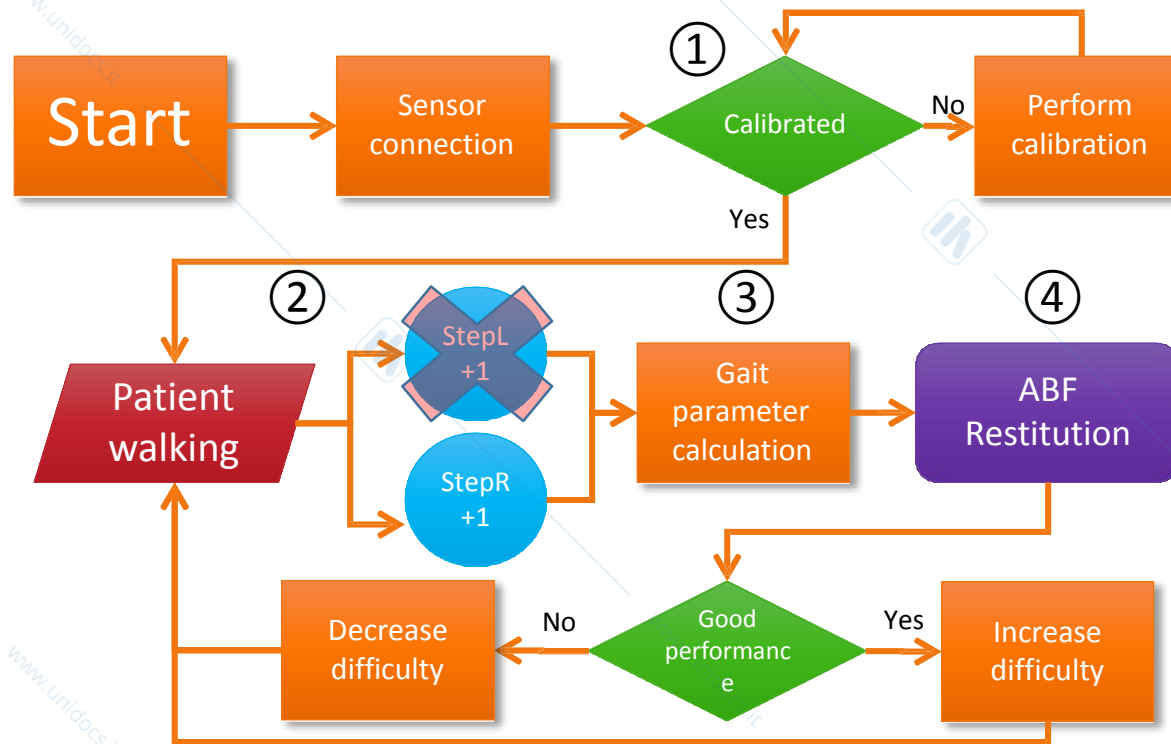
**2.2** Disegnate lo schema a blocchi del sistema di biofeedback che soddisfi le specifiche precedenti, illustrando tutte le componenti funzionali del sistema e indicando esplicitamente i principali passi algoritmici relativi all'elaborazione del segnale, al calcolo della funzione di variabilità secondo una delle metriche viste a lezione, e alla codifica della variabile di feedback.

**2.3** Illustrate la variabile di output che otterreste, adottando le scelte di codifica che avete fatto al passo precedente, nel caso dei 10 passi presentati in tabella. Con un simile sistema sarebbe anche possibile utilizzare come variabile di feedback la variabilità della lunghezza del passo?

	Pe
1	1.0
2	2.1
3	2.9
4	4.1
5	5.3
6	6.3
7	7.2
8	8.3
9	9.6
10	10.7

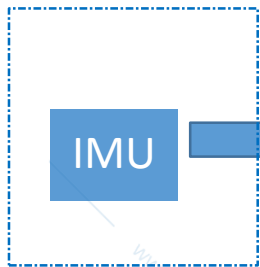
## Soluzione della domanda 2.2 dell'esercizio d'esame del 12 gennaio 2016

La logica generale del sistema, come nel caso del sistema di Gait Biofeedback visto a lezione, sarà del tipo:

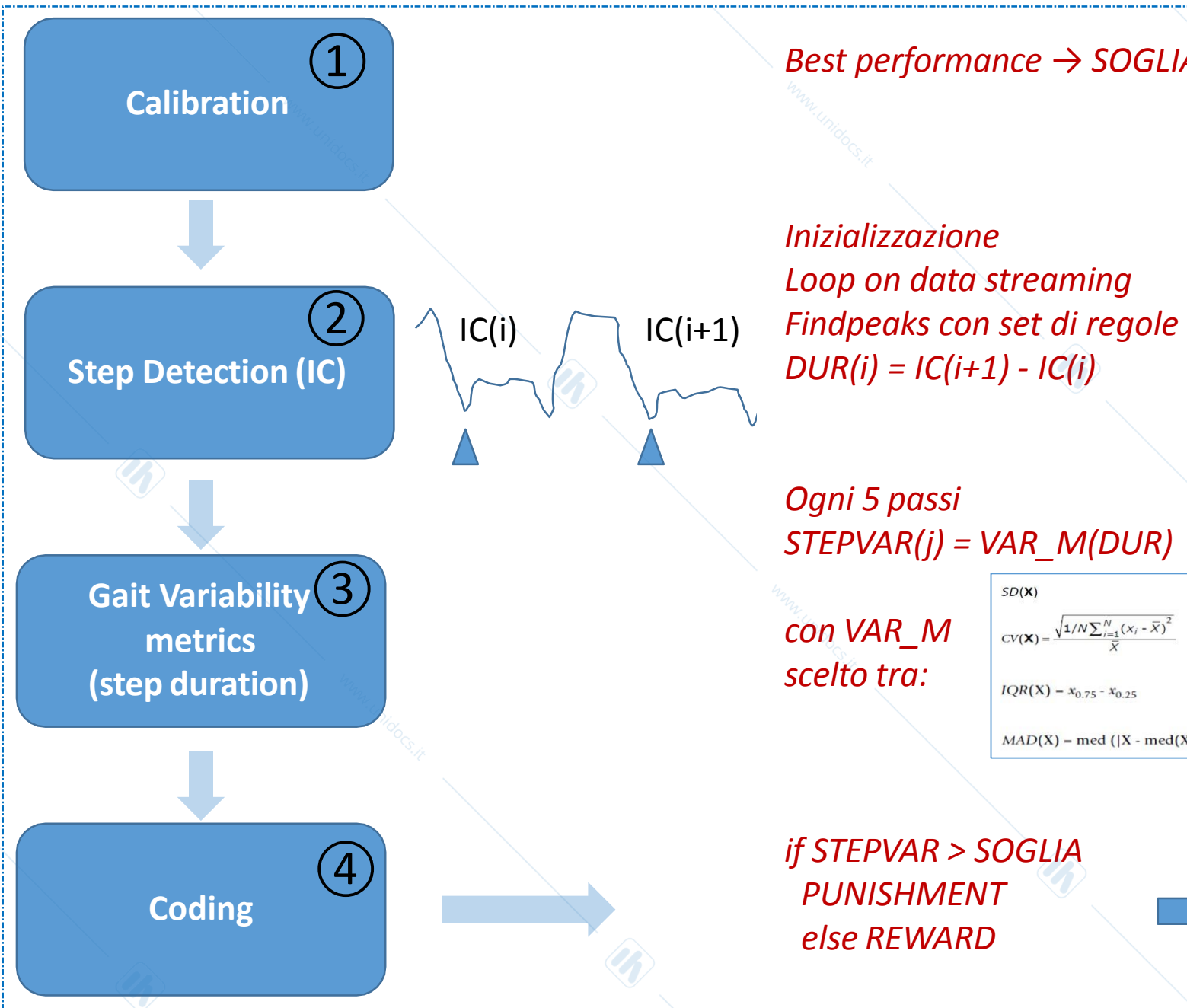


1. Calibration
2. Step detection
3. Gait parameters
4. Audio-feedback
5. Automatic **increase/decrease difficulty** once the person is able to/not to remain constantly in the target zone

Rispetto a questo schema l'unico blocco mancante sarà quello relativo alla valutazione bilaterale del cammino perché il sistema è basato su una sola IMU indossata sul piede Destro. Nelle slide che seguono sono illustrate indicazioni progettuali che possono rendere più completa e dettagliata la risposta.



Sensore



**Pseudocode**

*Best performance → SOGLIA*

*Inizializzazione  
 Loop on data streaming  
 Findpeaks con set di regole  
 DUR(i) = IC(i+1) - IC(i)*

*Ogni 5 passi  
 STEPVAR(j) = VAR\_M(DUR)*

*con VAR\_M  
 scelto tra:*

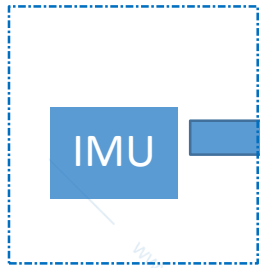
$SD(\mathbf{X})$	Deviazione standard
$CV(\mathbf{X}) = \frac{\sqrt{1/N \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2}}{\bar{X}}$	Coefficiente di variazione
$IQR(\mathbf{X}) = x_{0.75} - x_{0.25}$	Range interquartile
$MAD(\mathbf{X}) = \text{med}( \mathbf{X} - \text{med}(\mathbf{X}) )$	Deviazione assoluta dalla mediana

*if STEPVAR > SOGLIA  
 PUNISHMENT  
 else REWARD*

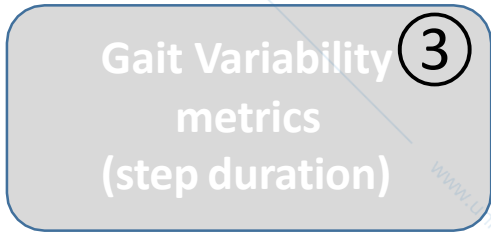
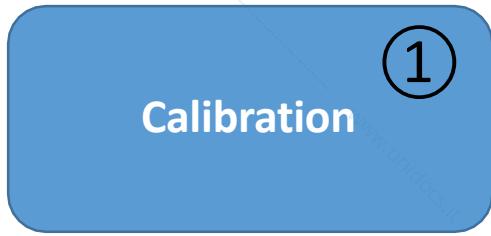
Unità di elaborazione (dell'occhiale)



www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari



Sensore

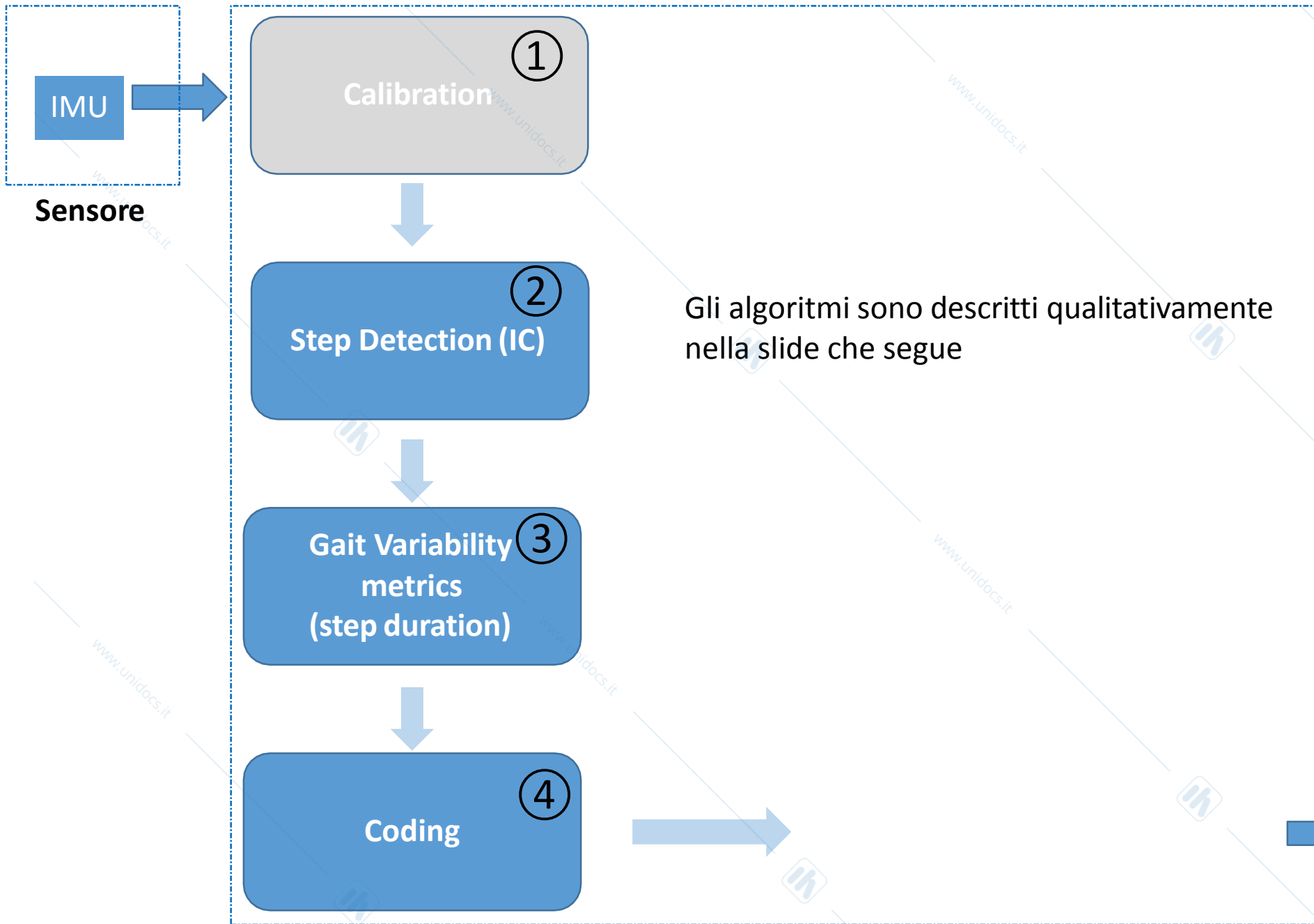


Trial iniziale di calibrazione funzionale, con il task di cammino eseguito nel miglior modo possibile, sotto supervisione del terapeuta. Da questo sarà possibile ricavare il target terapeutico della variabile di feedback (qui la variabilità della durata del passo) → valori di soglia (uno solo o due, uno INF e uno SUP). Nel caso della variabilità, che fisiologicamente è **bassa**, ci si aspetta di registrare valori alterati in aumento, che quindi **il BF dovrà fare scendere**. L'elaborazione dei dati di calibrazione prevederà i due blocchi di Step Detection e Gait Variability Metrics ma non quello di Coding.

Unità di elaborazione (dell'occhiale)

Unità di elaborazione





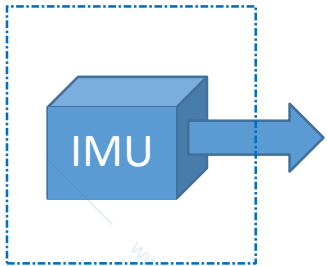
Gli algoritmi sono descritti qualitativamente nella slide che segue

### Unità di elaborazione (dell'occhiale)

1. Calibration
2. Step detection
3. **Gait parameters**
  1. cadence
  2. step length
  3. step width (<2%)
  4. clearance
  5. trunk angle
  6. gait asymmetry
  7. Stance time

### Unità di elaborazione





Sensore

**A. Algoritmo di *step detection*:** riceve in ingresso lo streaming online di uno dei segnali disponibili e determina automaticamente gli istanti di contatto con il terreno (Initial Contact - IC). [Un esempio di segnale (VEL ANG della rotazione del piede attorno ad un asse mediolaterale) e relativi istanti di contatto è mostrato nella slide successiva]

OPPURE

**B. Algoritmo di *step detection con sensor fusion*:** riceve in ingresso lo streaming online dei 3 segnali di ACC e dei 3 di VEL ANG (ed eventualmente dei 3 del MAG) e fornisce in uscita  $\forall t$ , a valle di un filtro di Kalman, la posizione ed orientamento della IMU, e quindi del piede sul quale è montata. Da questa è possibile ricavare la traiettoria del piede e dedurre gli istanti di contatto con il terreno (Initial Contact - IC). [Un esempio di possibile soluzione è mostrata nelle slide che seguono]

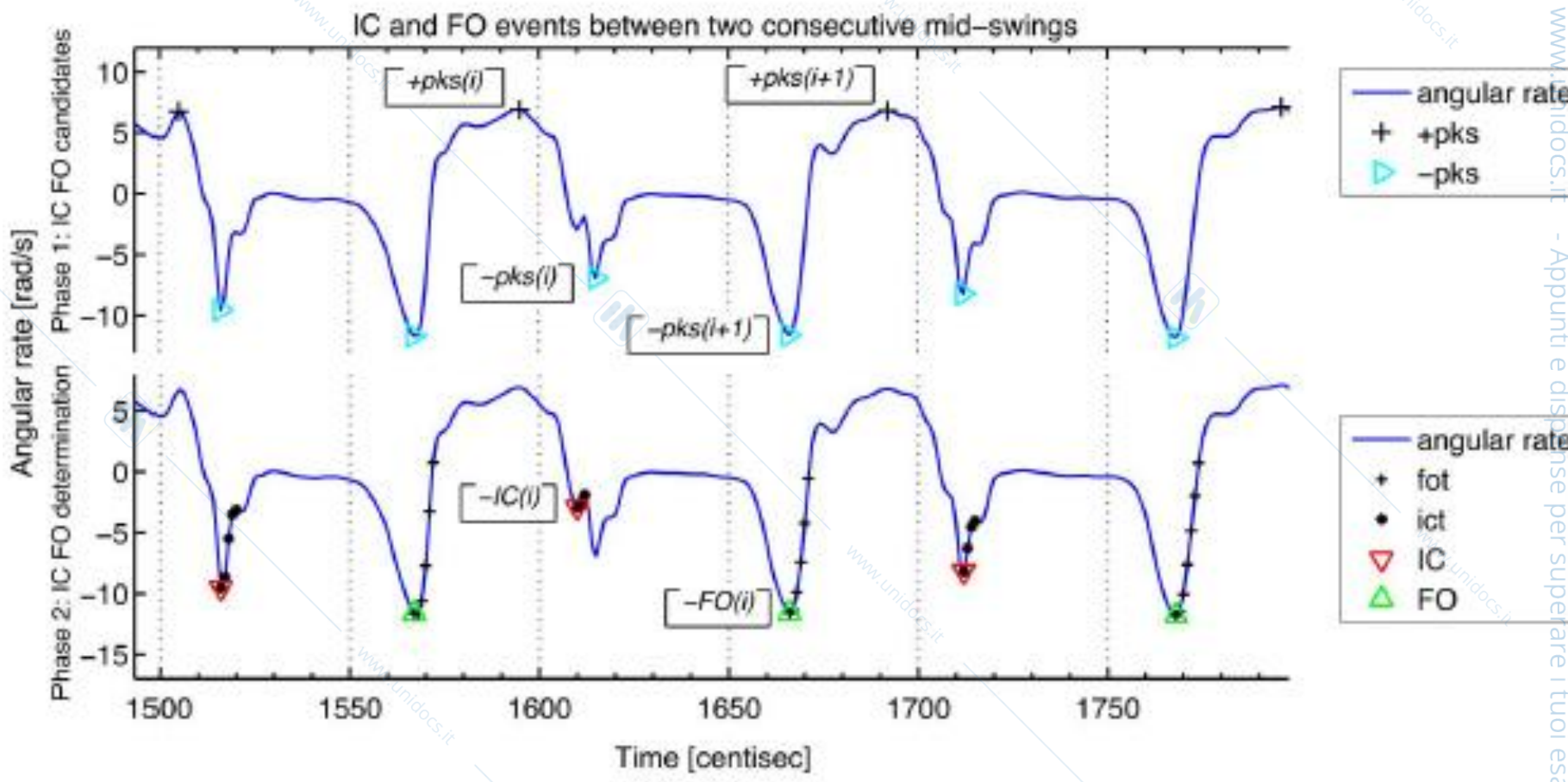
**2. Algoritmo per il calcolo della variabilità della durata del passo:** riceve in ingresso il vettore degli IC; calcola le durate dei passi (come distanza temporale tra due IC consecutivi del medesimo piede, valore atteso 'normale'  $\approx 1.1$  s – valori misurati mostrati in tabella); di queste ultime calcola una metrica di variabilità (da scegliere tra le 4 viste a lezione: SD, CV, IQR, MAD) su un buffer di 5 passi consecutivi.

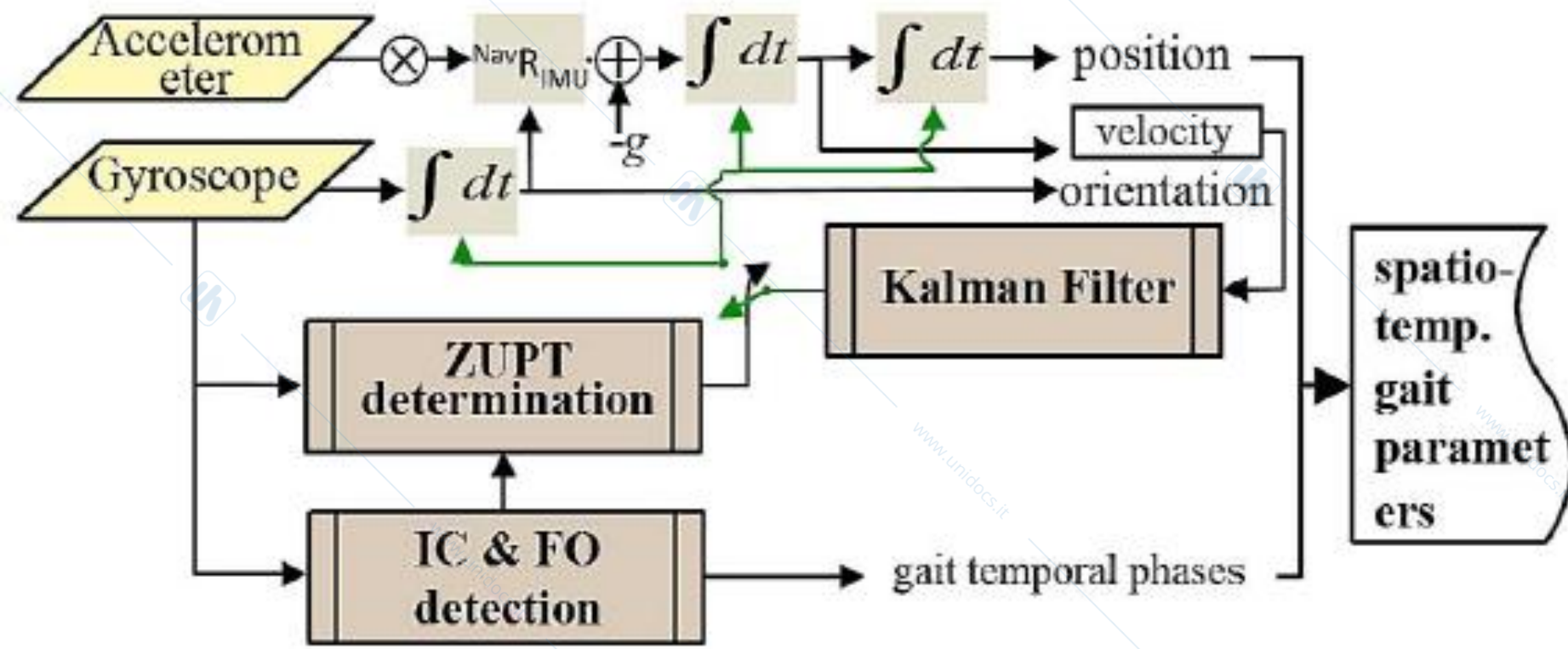
**3. Algoritmo di *codifica*:** riceve in ingresso il valore della variabilità calcolato al passo precedente e lo trasforma in un segnale acustico o visuale (ma non verbale) relativo alla performance.

Unità di elaborazione  
(dell'occhiale)

Unità di elaborazione







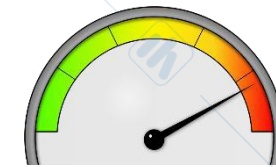
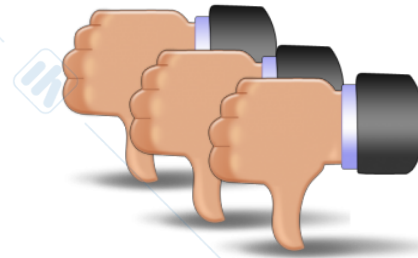
## Soluzione della domanda 2.3 dell'esercizio d'esame del 12 gennaio 2016

La variabilità della durata del passo è, in condizioni fisiologiche, molto bassa, con valori del coefficiente di variazione dell'ordine dell'1-1,5 % (Hausdorff, 2005).

Durate dei primi 5 passi misurate con la IMU:

$DUR = [0.9 \ 1.2 \ 0.9 \ 1.3 \ 0.7] \text{ s}$

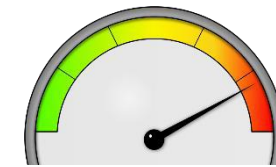
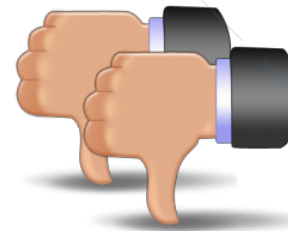
$STEPVAR(1) = CV(DUR) = 0.245 \ (24,5 \ %)$



Durate dei secondi 5 passi misurate con la IMU:

$DUR = [1.5 \ 0.9 \ 0.9 \ 1.4 \ 1.3] \text{ s}$

$STEPVAR(2) = CV(DUR) = 0.236 \ (23,6 \ %)$



In entrambi i casi dunque i valori osservati sono abnormemente elevati, ed il segnale di BF dovrà concorrere a ridurli. Esempi di possibili feedback visivi (non verbale, terminale, cumulativo) sono mostrati a fianco. Anche è valutato se il miglioramento osservato nel secondo batch di passi è sufficiente a giustificare una lieve variazione del segnale di feedback (come nel primo esempio) oppure no (come negli altri due casi).

- **Domande a scelta multipla (1 punto ognuna)**

Ogni affermazione può essere vera o falsa. Indicare a fianco V o F. Indicazione errata o non data: 0 punti.

**Meccanismi Neurali dell'apprendimento:**

- la punizione positiva è un contesto del condizionamento operante in cui si punisce un comportamento del soggetto fornendo una spiacevole e/o dolorosa; [V]
- Il segnale di ricompensa si origina nei neuroni dopaminergici situati nella sostanza nera pars compacta (SNc) e nell'area tegmentale ventrale (VTA); [V]
- per la teoria cognitivista l'apprendimento è l'acquisizione di abitudini e associazioni fra stimolo e risposta e viene studiato analizzando le relazioni esistenti tra stimolo e risposta. [F]

**Biofeedback (BF) ed elaborazione dei segnali:**

- Il rationale che ispira l'approccio a BF è quello del condizionamento operante; I criteri che devono guidare dall'inizio la progettazione di un sistema di BF devono quindi tenere conto dei principi cardine dell'apprendimento per condizionamento operante (es. principi di soddisfazione). [V]
- L'EMG viene normalmente utilizzato in applicazioni di biofeedback, ma solo per l'arto inferiore; [F]
- Gli schemi variabili di rinforzo parziale producono comportamenti meno resistenti all'estinzione. [F]

**La misura in riabilitazione:**

- Le variabili latenti sottese ad un fenomeno medico-biologico non sono osservabili direttamente e, men che meno, misurabili. E' possibile misurarle solo attraverso loro manifestazioni indirette; [V]
- Tra i principali problemi dei metodi psicometrici classici possiamo annoverare l'ordinalità di item e punteggi e la violazione del principio di invarianza; [V]
- Le scale cliniche costituiscono un valido strumento per la misura in riabilitazione perché soddisfano le proprietà di unidimensionalità e invarianza. [F]