

AUTOVALUTAZIONE 2

Si consiglia di scrivere la risposta su un foglietto e successivamente di verificarla consultando il libro di testo e gli appunti presi a lezione. Dove ci sono i tre puntini è richiesto il completamento della frase.

1. La controimmagine di un insieme B mediante un'applicazione f è costituita dagli elementi del primo sostegno la cui ... a B ; essa si denota con il simbolo ...
2. La controimmagine di un'intersezione è ...
3. Si dia la definizione di funzione di distribuzione di un numero aleatorio.
4. Qual è la relazione tra $F_X(x)$ e $P(X > x)$.
5. Si enuncino le proprietà di una funzione di distribuzione.
6. La funzione di densità di probabilità serve a identificare la legge di un numero aleatorio. . .
7. Che cos'è il supporto di un numero aleatorio continuo?
8. Scrivere in termini di F_X la probabilità dell'evento $\{X \geq x\}$.
9. Che cosa è lo spettro (o supporto) di un numero aleatorio discreto?
10. Come si descrive la legge di una coppia di numeri aleatori discreti congiuntamente distribuiti.
11. Si dia la definizione di funzione di massa di probabilità marginale per una coppia di numeri aleatori discreti congiuntamente distribuiti.
12. La varianza della somma di un n numeri aleatori congiuntamente distribuiti è uguale a...
13. Sia X un numero aleatorio discreto e g una funzione di \mathbb{R} in \mathbb{R} misurabile. Come si calcola la media di $g(X)$?
14. Sia X un numero aleatorio e $Y=3X-5$. Per quali motivi risulta $D^2(Y)=9D^2(X)$?
15. È lecito portare un fattore fuori dal segno di varianza?
16. Come si calcola la media della somma di un numero finito di numeri aleatori congiuntamente distribuiti?
17. Due numeri aleatori continui congiuntamente distribuiti sono indipendenti se e solo se...
18. Si dia la definizione di funzione di densità di probabilità marginale.
19. Se la covarianza tra X e Y è nulla allora essi sono. . .
20. Quale funzione individua la legge di una coppia di numeri aleatori continui congiuntamente distribuiti?
21. Siano a e b due numeri reali con $a < b$. Si scriva la media e la varianza di un numero aleatorio con legge uniforme nell'intervallo (a,b) .
22. La covarianza di una coppia di numeri aleatori congiuntamente distribuiti è la media del . . .
23. Se due numeri aleatori congiuntamente distribuiti sono indipendenti allora la media del loro prodotto è. . .
24. In quale situazione la varianza di una somma è uguale alla somma delle varianze?

ESERCIZI

- 1) Siano X_1 e X_2 variabili aleatorie indipendenti con valore atteso pari a $1/3$ e $1/4$, rispettivamente e con varianza pari a $1/9$ e $1/16$, rispettivamente. Calcolare il valore atteso e la varianza di $Y = 3X_1 - 5X_2$.
- 2) Una variabile aleatoria X ha la seguente densità di probabilità:

$$f_X(x) = \begin{cases} kx + q, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- a) Sapendo che il valore atteso di $\mathbb{E}[X] = 14/9$, determinare k e q .
 - b) Calcolare la funzione di distribuzione di X .
 - c) Calcolare il valore atteso e la varianza della variabile aleatoria $Y = 9X - 15$.
- 3) Due amici organizzano un gioco nel quale si lancia una moneta tre volte. Si indichi con X la variabile aleatoria che conta il numero di teste nei tre lanci.
- a) Costruire la funzione di massa di probabilità di X , rappresentarla graficamente e verificare che siano soddisfatte le proprietà.
 - b) Costruire la funzione di distribuzione di X , rappresentarla graficamente e verificare che siano soddisfatte le proprietà.
- 4) Sia (X_1, X_2) una variabile aleatoria discreta bidimensionale con la seguente funzione di massa di probabilità congiunta:

$$p_{X_1, X_2}(-1, 0) = p_{X_1, X_2}(-1, 1) = p_{X_1, X_2}(0, 0) = p_{X_1, X_2}(1, 0) = \frac{1}{5}; \quad p_{X_1, X_2}(1, 1) = ?.$$

- a) Calcolare $p_{X_1, X_2}(1, 1)$ e costruire la tabella a doppia entrata della distribuzione congiunta;
- b) calcolare le masse di probabilità marginali di X_1 e X_2 e verificare se le due variabili aleatorie sono indipendenti.