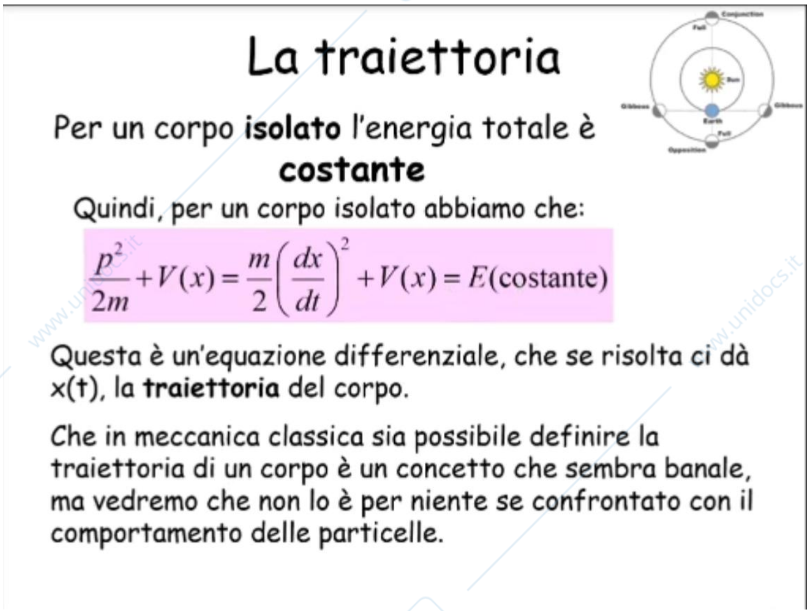
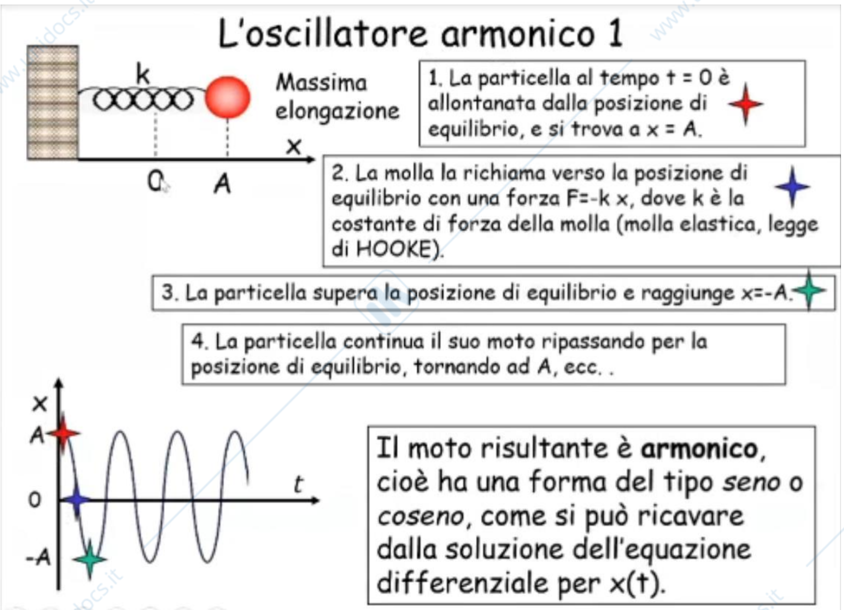
La traiettoria

Abbiamo cominciato ad introdurre la meccanica quantistica e quindi stiamo nella parte di tutto questo capitolo in cui stiamo facendo un'introduzione alla meccanica classica, perché non si può prescindere dal partire dalla meccanica classica per capire laddove la meccanica classica non può spiegare alcuni fenomeni che avvengono a livello microscopico. Pertanto faccio un breve flashback di due o tre slide per arrivare poi alla lezione di oggi.



Quindi abbiamo visto che in pratica se vogliamo conoscere l'energia di un sistema isolato, di un corpo isolato, quest'energia è costante e dobbiamo fattorizzarla in energia cinetica ed energia potenziale. L'energia cinetica abbiamo sempre detto che è E=1\2 mv^2, scritta in funzione del momento lineare diventa E=p^2\2m e l'energia potenziale dipende dal tipo di corpo e sistema che stiamo considerando, la chiameremo semplicemente V(x). Quindi se consideriamo che il momento lineare non è altro che m*v e quindi p^2 sarà la variazione di x rispetto al tempo e quindi sarà naturalmente al quadrato. Questa relazione l'ho ripresa perché quando faremo discorsi sulla parte microscopica e sulla meccanica quantistica vera e propria, questa relazione avrà un parallelismo con l'equazione di schrodinger, la quale equazione è la parte cruciale della meccanica quantistica.
In realtà questa è un equazione differenziale che nel momento in cui c'è la risoluzione noi possiamo ottenere la traiettoria di un corpo che si muove di moto lineare uniformemente accelerato.

Abbiamo poi definito già la volta scorsa la forza che è la massa per l'accelerazione e quindi possiamo scrivere la forza in funzione del momento lineare e cioè come la variazione del momento rispetto al tempo.
Quindi possiamo anche legare la forza all'energia potenziale che in questo caso non sarà altro che meno la variazione dell'energia potenziale rispetto alla distanza percorsa.

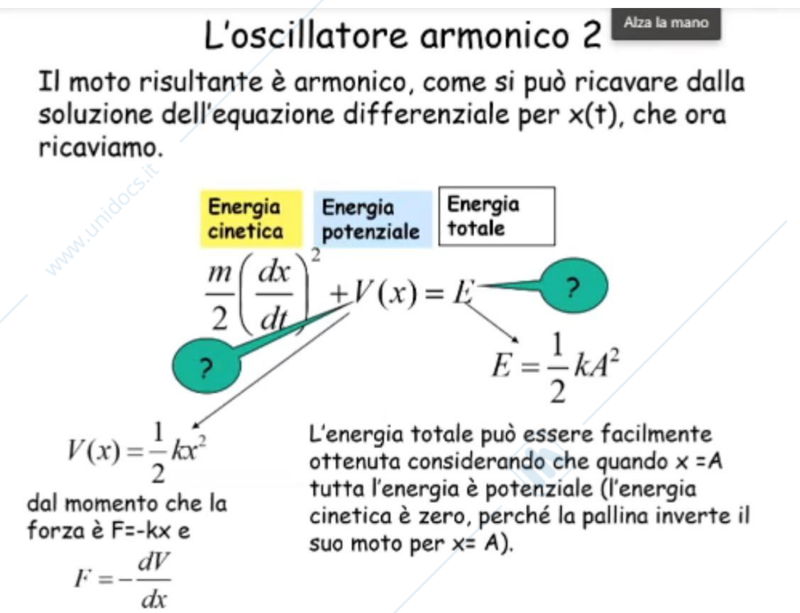


Eravamo arrivati a all'oscillatore armonico che praticamente può essere schematizzato come un corpo di massa m che è legato ad una molla la quale sarà ancorata ad un sistema fisso quindi guardiamo come dalla posizione di equilibrio che è la posizione 0, la molla può elongarsi o comprimersi, quindi considereremo l'oscillatore armonico che va dalla posizione A massima ad una minima che sarà -A. Quindi in questo caso A sarà la massima elongazione e -A sarà la minima elongazione.

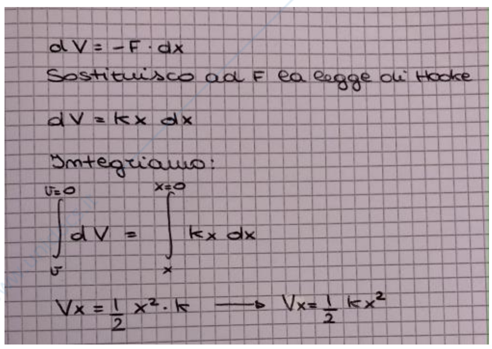
Che cosa succede? Che quando siamo al tempo t=0 naturalmente avremo che il corpo (la pallina) si sarà allontanata dalla sua posizione di equilibrio. Quindi diciamo che al tempo t=0, e lo vediamo dal grafico sottostante, la pozione in cui si trova la molla è uguale ad A.

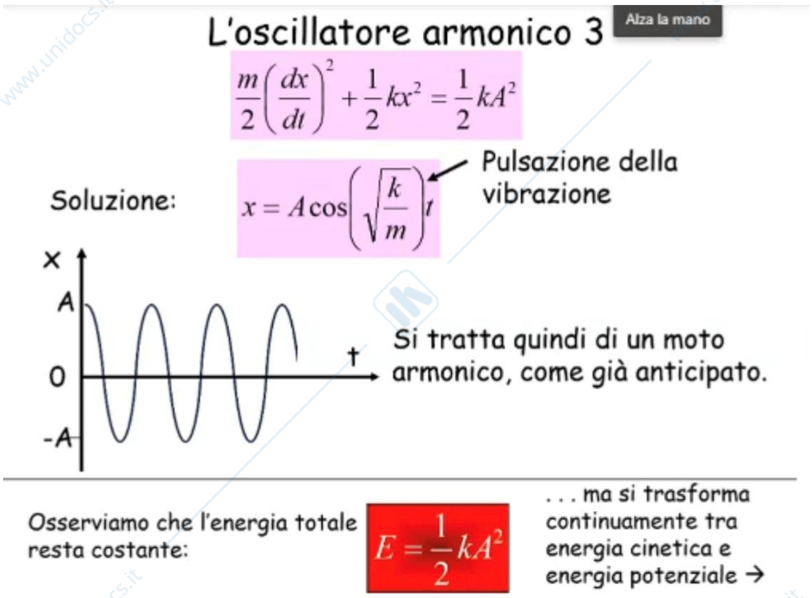
Ovviamente se il corpo è in massima elongazione e lo lasciamo, la molla avrà una forza di richiamo intorno alla posizione di equilibrio. La forza essendo di richiamo sarà proporzionale allo spostamento x. La costante di proporzionalità è k e viene definita costante di forza della molla e chiaramente è data dalla legge di Hooke.

Quindi la forza farà si che richiamerà la molla nella sua posizione di equilibrio e quindi avremo a un certo tempo che x sarà 0. Se noi comprimiamo la molla avremo che la posizione sarà -A . Quindi possiamo affermare che la molla elongata e compressa passando attraverso la posizione di equilibrio, descriverà questo andamento che può essere dettato dalla trigonometria. Abbiamo questa oscillazione con massimi e minimi che sono regolari e quindi per questo viene chiamato oscillatore armonico, perché si muove regolarmente tra la posizione -A ed A. Quindi riprendiamo la relazione da cui si ricava l'energia totale. Questa energia totale è data dall'energia cinetica e dall'energia potenziale e il termine energia potenziale va definito. Come lo definiamo?



La forza è data da: F= - (dV\dx) e perché V(x)=1\2 kx^2? Perché noi stiamo applicando al sistema oscillatore armonico la nostra equazione di tipo generale e mentre l'espressione dell'energia cinetica è la stessa per qualsiasi tipo di sistema, l'energia potenziale cambierà a seconda del sistema che stiamo considerando. Finora





l'energia potenziale l'abbiamo considerata come m*g*h ma in questo caso stiamo collegando l'energia potenziale all'oscillatore armonico quindi l'energia potenziale alla forza e la forza è data dalle legge di Hooke perché appunto in questo caso la forza F=-kx.

Quindi se ci ricordiamo che la forza è F= - (dV\dx), facciamo la separazione di variabili.

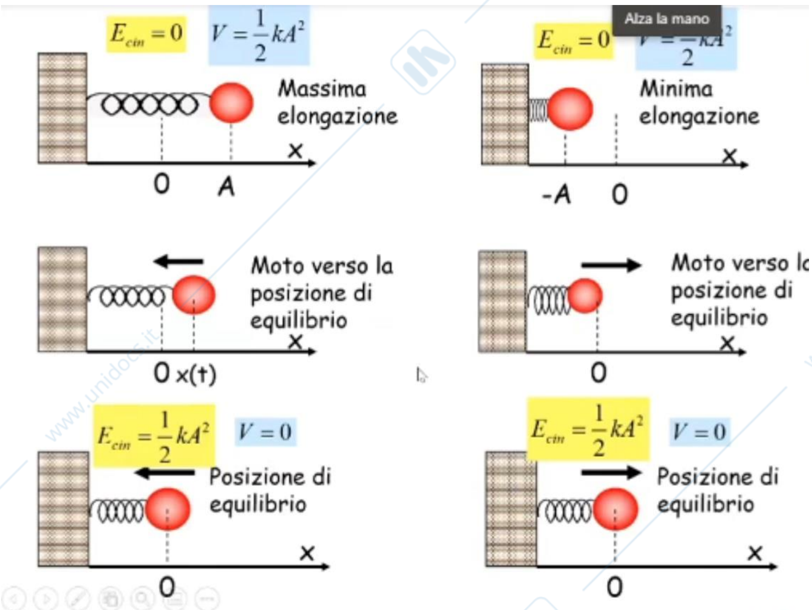
Dal punto di vista geometrico che forma ha $V(x)=1\backslash 2\ kx^2$? Una parabola con il vertice rivolto verso il basso.

Abbiamo trovato che l'energia se noi siamo nella posizione in cui abbiamo tutta energia potenziale e l'energia cinetica è nulla come ad esempio quando siamo nella massima elongazione, per X=A, li abbiamo massima energia potenziale ed energia cinetica nulla. Quindi essendo l'energia cinetica nulla, l'energia totale sarà proprio $1\backslash 2\ kA^2$.

Ovviamente quando siamo nella massima compressione, l'energia potenziale e l'energia cinetica sono le stesse perché essendo A^2 che sia -A o che sia A è la stessa cosa perché sono entrambi al quadrato.

Quindi noi possiamo scrivere questa relazione nel caso di un oscillatore armonico e dobbiamo risolvere questa equazione differenziale. La soluzione passa attraverso una funzione trigonometrica ed è x=A cos (√k\m)t dove A non è altro che l'ampiezza dell'oscillazione, k è la costante di forza diviso m che è la massa, moltiplicato per il tempo t.

La radice di k su m è anche uguale ad omega che è la pulsazione della vibrazione. Cosa distingue un oscillatore armonico dall'altro? La massa del corpo e la costante di forza della molla, cioè quanto è elastica la molla. Ma la relazione è la stessa perché per ogni fenomeno che osserviamo il movimento è lo stesso.

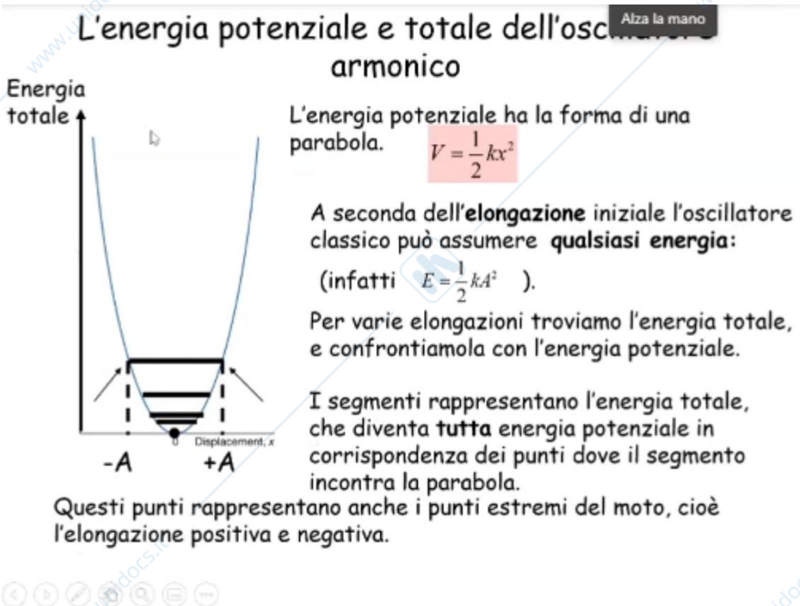


Quindi fa la differenza il sistema massa-molla. Si tratta di un moto armonico quindi x ha questa funzione di tipo cosinusoidale, come avevamo già visto in precedenza.

Abbiamo fatto delle considerazioni sull'energia totale ed abbiamo detto che alla massima elongazione abbiamo che l'energia è solamente energia potenziale, quindi in base a questo abbiamo fatto le nostre dovute sostituzioni, pero in realtà il corpo attaccato alla molla, muovendosi è dotato sia dell'energia cinetica che di energia potenziale. Possiamo facilmente dire che quando l'energia potenziale è massima, è minima l'energia cinetica e viceversa.

Nella massima elongazione abbiamo che l'energia cinetica è nulla mentre quando ritorna nella posizione di equilibrio abbiamo che l'energia cinetica è massima mentre l'energia potenziale è nulla.

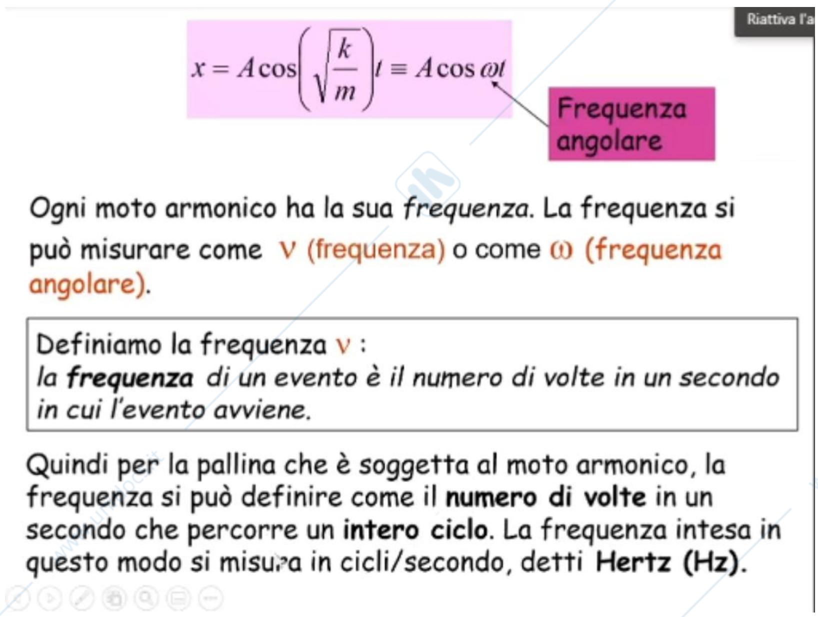
Lo stesso si ha dall'altro lato quando si va a -A, l'energia cinetica sarà 0 ed è tutta energia potenziale.



Quindi questo fa capire che in pratica noi ci muoviamo da posizioni estreme dall'equilibrio e intorno all'equilibrio.

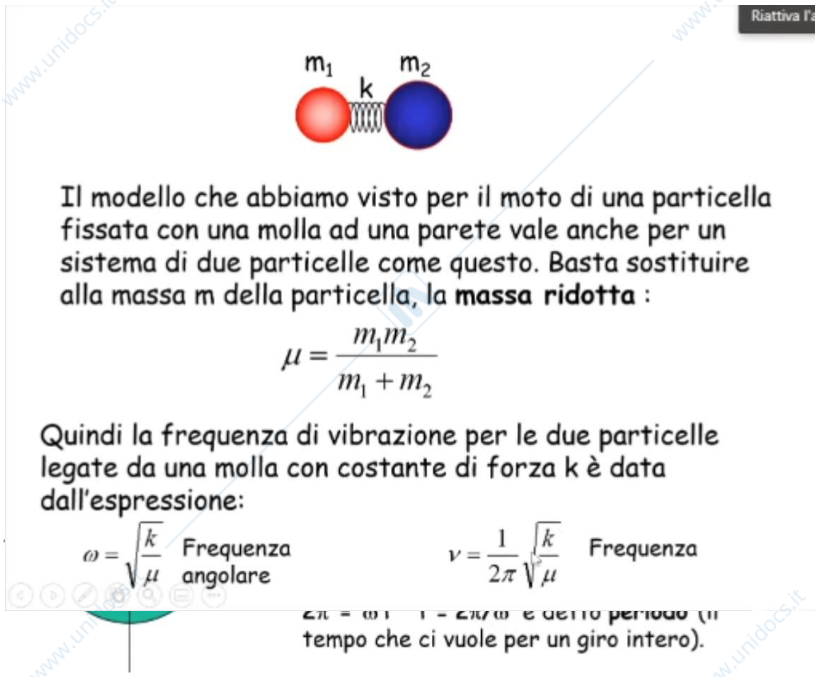
L'energia potenziale e totale dell'oscillatore armonico

L'energia potenziale ha la forma di una parabola quindi in pratica ci muoviamo dalla posizione di equilibrio 0, da - A ed A, questo è lo spostamento, quindi riportiamo in grafico V in funzione di x. Cosa possiamo vedere? Che in pratica quando facciamo questi confronti tra le varie elongazioni e contrazioni della molla e la confrontiamo con l'energia potenziale vediamo che questi segmenti rappresentano l'energia totale nelle varie elongazioni e sono perpendicolari all'asse delle x.



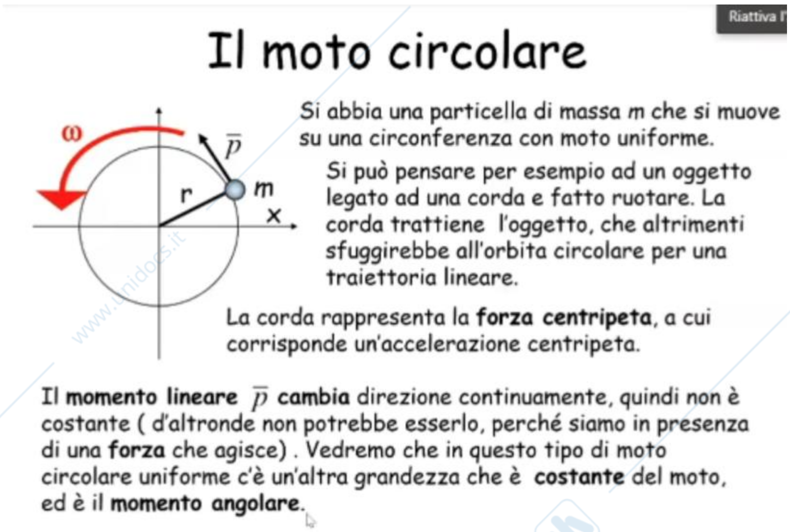
L'ampiezza dipenderà dal tipo di molla presa in considerazione, quindi questa parabola può essere più o meno stretta a seconda della costante di forza che dipenderà dall'elasticità della molla.

Abbiamo detto precedentemente che: A= cos(√k\m)t e può essere scritta anche come A cos ωt che è la frequenza angolare o anche pulsazione.
La frequenza viene definita come il numero di volte in un secondo in cui l'oscillazione avviene. Può essere intesa anche come la frequenza di cicli al secondo e in questo caso ha come unita di misura l'Hertz.
Come si rappresenta dal punto di vista grafico la velocità angolare ω?



Omega non è altro che l'angolo in radianti percorso in un secondo.
Il periodo è esattamente l'inverso e viene calcolato facendo 2π \ω, è l'inverso della frequenza e rappresenta il tempo che ci vuole per fare tutto un giro.
Quindi questi concetti sono tutti legati tra d loro.I coseno è la proiezione sull'asse delle x e il seno è la proiezione sull'asse delle y.

Quindi abbiamo visto che la legge di Hooke si può applicare al sistema corpo-molla. Adesso vediamo invece due masse che sono legate tra di loro da una molla che nel mondo microscopico possono essere due atomi legati ad una molecola biatomica. Vale sempre la stessa legge? Vale lo stesso e basta sostituire alla massa m la massa ridotta che è stata trattata quando abbiamo fatto la cinetica.
La massa ridotta viene indicata con μ e non è altro che il prodotto delle due masse diviso la somma delle due masse. A cosa serve? È come se tenesse conto di tutto il sistema con un unica variabile. Quindi tiene conto delle due masse di questo sistema legate alla molla con un unica variabile μ.



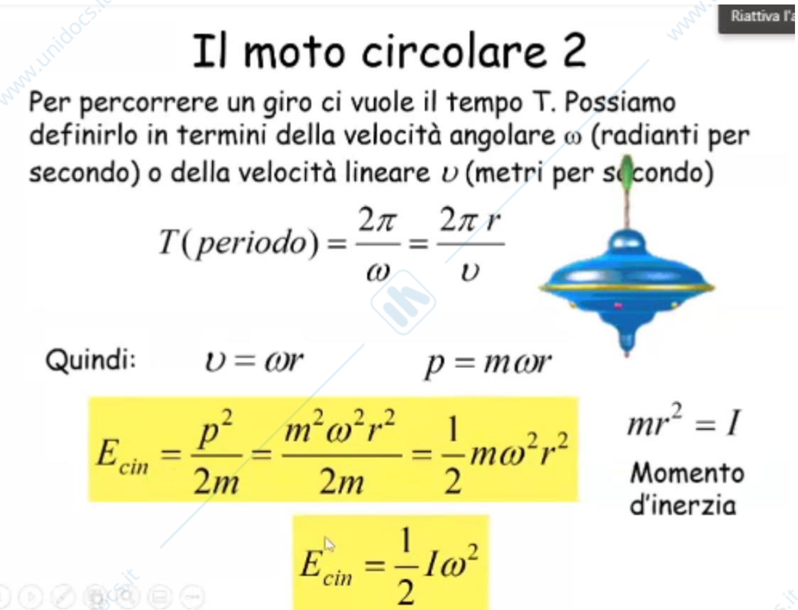
Non è più una variabile nel momento in cui le due masse sono definite e diventa una costante.
Allora scriviamo la stessa relazione che abbiamo visto precedentemente che è:
ω=√k\V
Quindi di conseguenza la frequenza sarà:
v=1\2π √k\μ.

IL MOTO CIRCOLARE E IL MOMENTO ANGOLARE

Il moto circolare

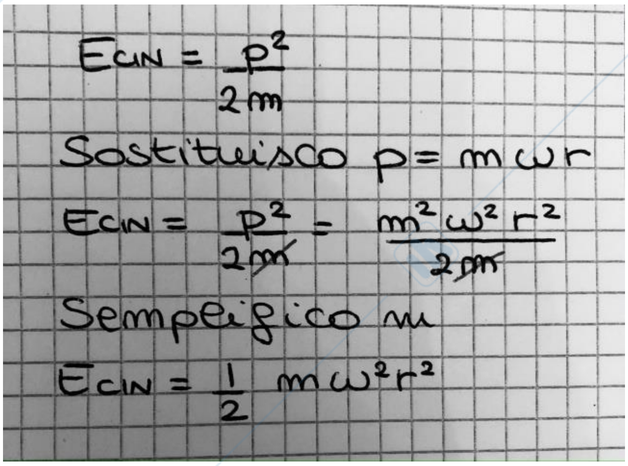
Il moto circolare lo possiamo considerare se per esempio prendiamo una fune e ci attacchiamo una massa, facciamo roteare questa fune a cui è attaccata la massa e questa massa si muoverà di moto circolare.

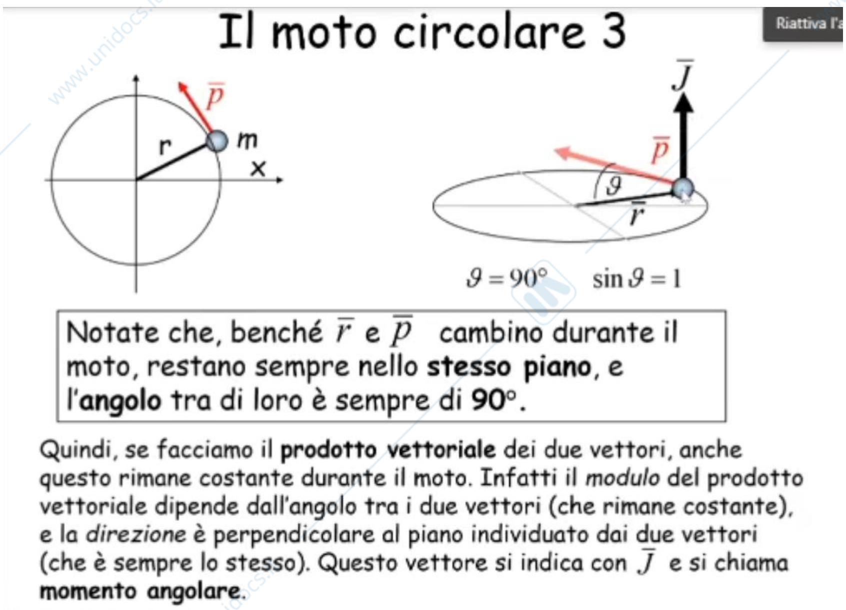
Nel [mondo] microscopico prendendo due atomi legati da legame chimico, perpendicolarmente c'è un asse di rotazione, la molecola può ruotare.
Dobbiamo definire a questo punto il momento angolare in quanto questa pallina sarà sottoposta ad una forza centripeta. Il momento lineare p cambierà direzione ogni volta che la pallina si muoverà lungo questa



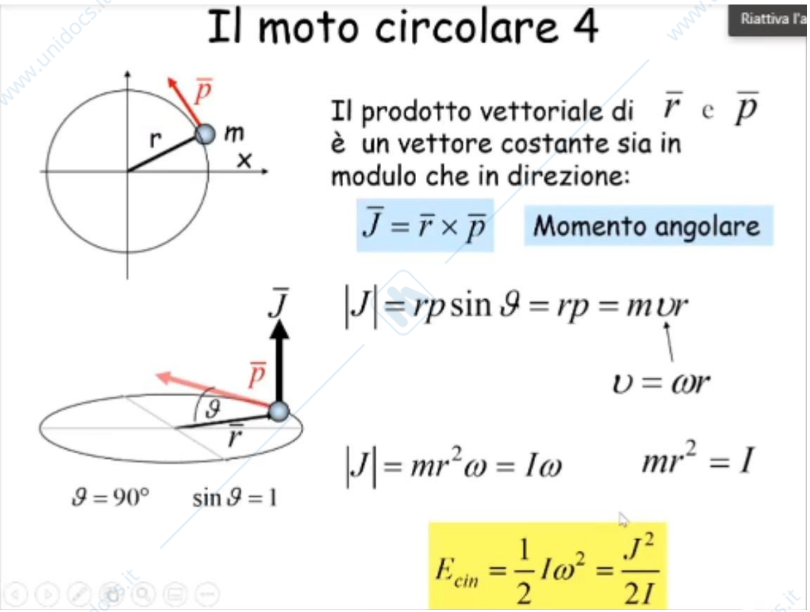
circonferenza. Quindi la velocità angolare ω si dovrà sicuramente esprimere in funzione del momento lineare.

Vediamo quali sono le altre caratteristiche fisiche che dobbiamo tenere in considerazione?
Definiamo la velocità angolare ω in funzione della velocità lineare v, mentre la velocità v viene definita come metri per secondo, la velocità angolare viene invece definita come radianti per secondo.
La consideriamo rispetto al periodo, quindi al tempo che intercorre per fare un giro che è 2π\ ω e quindi sarà uguale a 2πr\v. Il classico esempio che si fa quando si parla di momento angolare è quello di una trottola. Qual è il collegamento che esiste tra omega e la velocità lineare? Avendo 2π da entrambe le parti possiamo semplificarlo ed ottenere che v= ωr.
Quindi a cosa sarà uguale p? Sara uguale a m ω r quindi vediamo come la velocità angolare e la velocità lineare sono strettamente connessi.
Ci calcoliamo adesso l'energia cinetica che sarà E_{cin}= p^2\2m, andiamo a sostituire p=m ωr e otteniamo che E_{cin}= m^2 ω^2 r^2 \ 2m, m ed m si semplificano e quindi abbiamo che l'energia cinetica sarà E_{cin}= 1\2m$\omega^2$$r^2$



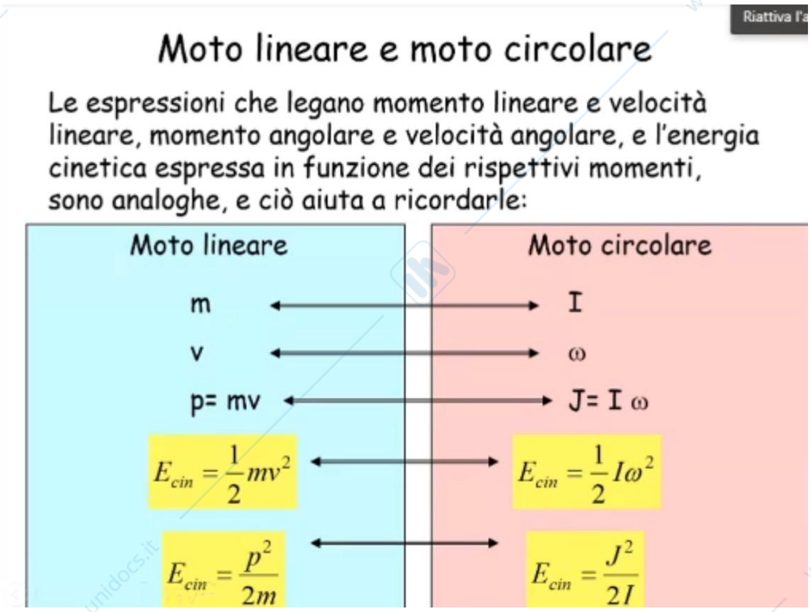


La cosa da notare che qui è messo bene in evidenza è che r rimane costante ma p varia però l'angolo tra loro è sempre di 90° ma se noi consideriamo il prodotto vettoriale fra questi due vettori è J ed è il momento angolare.



Pero θ (teta) quanto vale? 90° e il sen90 è 1 e quindi rimane che il modulo di J non è altro che r per p ma p abbiamo detto che corrisponde ad m v r e quindi possiamo fare le nostre sostituzioni. Possiamo sostituire v con ωr e quindi sarà uguale a m ω r^2. Ma mr^2=I quindi J sarà uguale a Iω.

Quindi vediamo come tutte queste grandezze che abbiamo introdotto sono facilmente legate l'una all'altra. Quindi l'energia cinetica la possiamo esprimere sia in funzione del momento di inerzia I e sia in funzione della velocità angolare.
E questa è l'energia cinetica di un corpo che si muove di moto circolar uniforme.



In questa slide vediamo la connessione tra moto lineare e moto circolare, nel caso del moto lineare abbiamo m mentre nel moto circolare al posto di m abbiamo I quindi quella che è la massa nel moto lineare è costituita dal momento di inerzia nel moto circolare che poi è strettamente legata alla massa.
Quindi le due espressioni dell'energia cinetica sono simili.

MECCANICA QUANTISTICA

Sviluppi storici

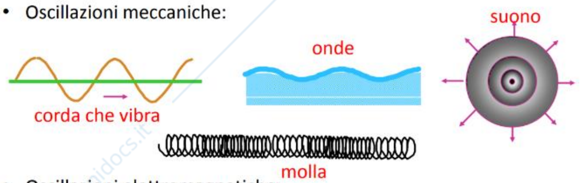
Fraunhofer	1814	spettri atomici
Prout	1815	pesi atomici
Newland	1815	legge delle ottave
Ångstrom	1868	righe spettro in 10^{-8} cm
Mendeleyev	1869	legge periodica
Meyer	1870	volumi atomici
Hertz	1879	raggi catodici
Balmer	1885	righe idrogeno
Röntgen	1895	raggi X
Thomson	1898	carica/massa elettrone
Rutherford	1898	α; β; γ; $t_{½}$
Planck	1900	corpo nero

Einstein	1906	effetto fotoelettrico; C_V
Thomson	1908	modello atomico
Rutherfor	1911	modello atomico
Bohr	1913	modello atomico
Moseley	1913	numero atomico
De Broglie	1923	$\lambda = h/p$
Davisson-Germer	1923	diffrazione elettronica
Thomson-Reid	1923	diffrazione elettronica
Compton	1925	particelle fotoniche
Heisemberg	1926	quantomeccanica
Schrödinger	1926	quantomeccanica

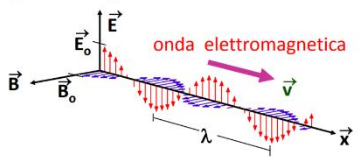
Queste due slide riguardano gli sviluppi storici della meccanica quantistica. A partire dallo studio degli spettri atomici nel 1814 si capì come erano fatti gli spettri degli atomi, che c'era qualcosa che sfuggiva rispetto alla meccanica classica. Via via che ci sono state delle scoperte chiaramente ci siamo sempre più addentrati nella meccanica quantistica. Il fior fiore dei nomi che adesso consideriamo per le proprie leggi hanno fatto delle scoperte fondamentali che vanno dal 1814 fino all'equazione di Schrödinger del 1926: in poco più di un secolo ci sono state delle grandi menti che hanno portato alla conoscenza della meccanica quantistica che è alla base del mondo in cui viviamo, tutta la conoscenza e l'interpretazione della natura che oggi possiamo fare si deve a tutti questi grandi scienziati. Un libro scritto da Gino Segrè (nipote del grande Segrè) si chiama "Faust a Copenaghen". Praticamente il 1932 a Copenaghen fu definito "l'anno del Miracolo della Scienza" cioè i maggiori fisici del mondo misero in scena il Faust e l'anno successivo la storia li chiamerà a vendere l'anima al diavolo perché sulla base della meccanica quantistica fu realizzato il progetto Manhattan che portò alla realizzazione della bomba atomica con tutte le conseguenze storico-sociali.

Fenomeni ondulatori

- Oscillazioni meccaniche:



- Oscillazioni elettromagnetiche:



Tra i fenomeni ondulatori troviamo la corda che vibra, le onde del mare, la molla. Tra le oscillazioni elettromagnetiche ci sono la propagazione di un'onda e il vettore campo elettrico e campo magnetico: il vettore campo elettrico e campo magnetico sono perpendicolari alla direzione di propagazione.

Periodo e frequenza

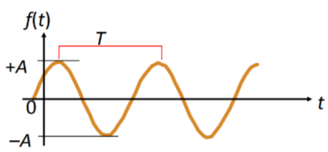
- Fenomeno periodico: $f(t) = f(t+T)$
  - ✓ Ritorna alla stessa configurazione dopo un certo intervallo di tempo
- Periodo T = minimo intervallo di tempo dopo il quale il fenomeno ritorna alla stessa configurazione
  - ✓ T = durata di un'oscillazione (ha le dimensioni di un tempo)
- Esempio: $f(t) = A\ \mathrm{sen}(2\pi\ t/T) = A\ \mathrm{sen}[(2\pi/T)\ t] = A\ \mathrm{sen}(\omega t)$
  - ω = velocità angolare o pulsazione
- Se un'oscillazione dura T secondi, in un secondo ci sono $1/T$ oscillazioni
  - ✓ frequenza = (numero di oscillazioni) / secondo (ha le dimensioni dell'inverso di un tempo; unità Hz = s^{-1})

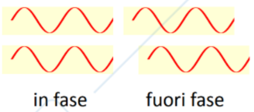
$$\nu = 1/T$$

Tutti i fenomeni che riguardano le onde sono fenomeni periodici cioè si ritorna alla stessa configurazione dopo un certo intervallo di tempo, come ad esempio il seno e il coseno che sono fenomeni cosiddetti sinusoidali.

Ampiezza e energia di un'onda

- Per un fenomeno armonico: $f(t) = A\ \mathrm{sen}(\omega t + \phi)$
  - ✓ Dove $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$; A = ampiezza; ϕ = fase
- L'energia associata a quest'onda è: $E \propto A^2$





- Un'onda si propaga anche nello spazio: è dunque corretto scrivere: $f = f(x,t)$

L'energia è direttamente proporzionale ad A^2, l'energia è uguale a $\frac{1}{2}kx^2$ ma l'energia potenziale è $\frac{1}{2}kA^2$ dove A è la massima elongazione della molla; effettivamente l'energia è legata all'ampiezza dell'oscillazione.
Se delle onde sono in fase significa che i massimi e minimi coincidono, mentre se sono fuori fase c'è uno sfasamento tra i minimi e massimi e quindi in pratica va considerata anche la fase che è **ϕ** in questa relazione. La funzione che stiamo considerando è in funzione del tempo, però naturalmente l'onda si propaga sia nel tempo che nello spazio: quando guardiamo una particella che si muove, la possiamo vedere muoversi nello spazio e contemporaneamente muoversi anche nel tempo, oppure possiamo tenere separate queste due dimensioni. Questo è il motivo per cui l'equazione di Schrödinger può essere guardata solo in funzione dello spazio e non in funzione del tempo.

Equazione d'onda

$$f = A\sin\left[2\pi\left(x/\lambda - t/T\right) - \varphi\right]$$

$$f = A\sin\left[2\pi\left(\tilde{\nu}x - \nu t\right) - \varphi\right]$$

$$f = A\sin\left[kx - \omega t - \varphi\right]$$

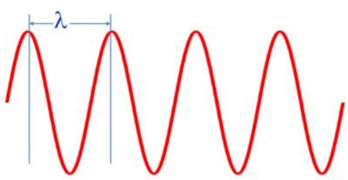
- f = ampiezza; A = ampiezza massima; λ = lunghezza d'onda; T = periodo; ϕ = fase; $\tilde{\nu}$ = numero d'onda = $1/\lambda$; ν = frequenza; k = vettore d'onda = $2\pi/\lambda$; ω = frequenza angolare = $2\pi\nu$

La lunghezza d'onda è la distanza fra i due massimi o fra due minimi. La lunghezza d'onda e la frequenza sono inversamente proporzionali quindi più alta la frequenza (il passaggio da un minimo a un massimo nell'unità di tempo) di un'onda minore sarò la lunghezza d'onda, quindi i minimi e massimi sono ravvicinati fra di loro; viceversa se la frequenza è bassa significa che la lunghezza d'onda è molto grande (la distanza fra le due onde), affinché ci si ritrovi lo stesso massimo c'è un maggior tempo a disposizione.

La radiazione elettromagnetica

- La luce è un'onda elettromagnetica
- La lunghezza d'onda associata è la distanza fra due picchi consecutivi; è quindi eguale alla velocità divisa per la frequenza:

$$\lambda = c / \nu$$

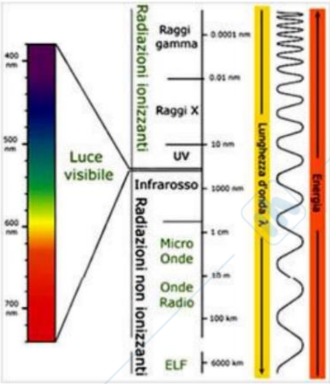


- La luce trasporta un'energia che aumenta al diminuire della sua lunghezza d'onda

La luce è un'onda elettromagnetica; abbiamo detto che la lunghezza d'onda e la frequenza sono inversamente proporzionali e la costante di proporzionalità non è altro che ***c*** che è la velocità della luce. La lunghezza d'onda è la distanza che c'è tra i due massimi ed è la stessa distanza che esiste tra due minimi: quindi la lunghezza d'onda è legata in realtà più allo spazio, invece la frequenza è legata più al fattore temporale (quanti massimi passano nell'unità di tempo che mentre l'osservatore è fisso).
L'altra osservazione fondamentale è che in pratica si vede che l'energia associata ad un'onda è direttamente proporzionale alla frequenza, maggiore è la frequenza e maggiore è l'energia, minore è la frequenza e minore è l'energia trasportata dall'onda elettromagnetica; inoltre è inversamente proporzionale alla lunghezza d'onda. Essendo λ e ν (lambda e ni) inversamente proporzionali, è ovvio che se l'energia è direttamente proporzionale alla frequenza sarà inversamente proporzionale alla lunghezza d'onda.

SPETTRO ELETTROMAGNETICO
A lunghezze d'onda molto alte (le microonde, le onde radio eccetera) sono associate delle energie

La radiazione elettromagnetica



molto basse; invece a lunghezze d'onda più piccole (micrometri, nanometri, i raggi-x, raggi gamma) sono associate delle energie molto elevate. La luce visibile è tra l'UV e l'infrarosso (infrarosso significa al di là del rosso e ultravioletto significa al di là del violetto). Ovviamente a energie molto alte corrisponde anche un danno per l'uomo: delle lunghezze d'onda molto basse e quindi frequenze elevate ed energie molto elevate, sono molto dannose per la salute umana; mentre invece se ci esponiamo a lunghezze d'onda molto più grandi e quindi frequenze più basse in teoria dovremmo avere meno problemi per il corpo umano (microonde eccitano le molecole di acqua e quindi producono riscaldamento dell'acqua, c'è un interferenza tra la radiazione elettromagnetica delle microonde e l'acqua stessa, questo è il motivo per cui il microonde riscalda). Sulle onde radio invece, in cui siamo immersi tutti i giorni, ci sono degli studi controversi, sono a energia bassissima quindi non ci dovrebbero essere problemi. Nella slide si può osservare anche il disegno delle lunghezze d'onda, da alte a basse lunghezze d'onda si va verso un'energia più alta.

Il problema del corpo nero

- Un corpo nero è un oggetto che assorbe tutta la radiazione elettromagnetica incidente (e quindi non ne riflette)
- Nonostante il nome, il corpo nero irradia comunque, e deve il suo nome solo all'assenza di riflessione
- Lo spettro (intensità della radiazione emessa ad ogni lunghezza d'onda) di un corpo nero è caratteristico, e, una volta raggiunto l'equilibrio termico, dipende unicamente dalla sua temperatura
- Un corpo nero è un radiatore ideale: emette il maggior flusso possibile per unità di superficie, ad ogni lunghezza d'onda per ogni data temperatura
- Un corpo nero inoltre, assorbe tutta l'energia radiante incidente su di esso: ovvero nessuna energia viene riflessa o trasmessa

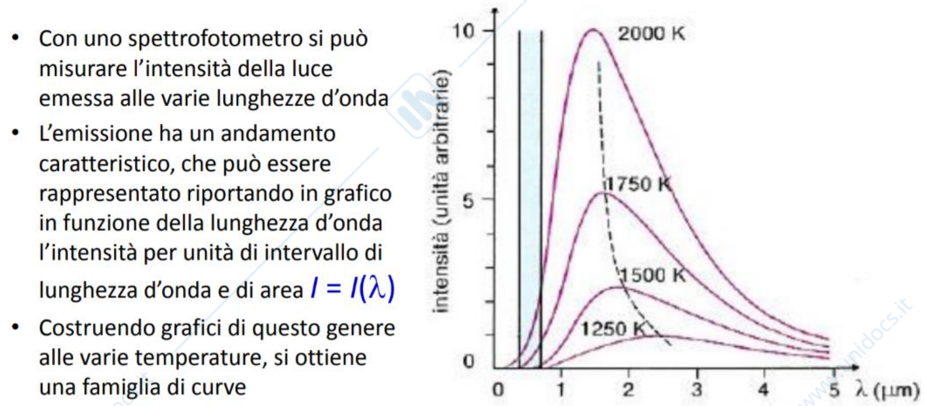
PROBLEMA DEL CORPO NERO

Gli scienziati cominciarono a studiare le radiazioni emesse dal corpo nero e in base agli spettri capirono che non riuscivano a trovare l'equazione che descriveva lo spettro di emissione di un corpo nero, in funzione della lunghezza della luce che era stata fatta incidere su questo corpo nero, in base all'equazioni della meccanica classica. Abbiamo visto che nel mondo macroscopico, se vogliamo ricavare ad esempio:

- le proprietà colligative: vediamo il fenomeno, capiamo che la variazione della temperatura è direttamente proporzionale alla concentrazione di soluto che mettiamo in quel solvente $\Delta T = k \cdot m$ (dove m è la molalità); il k lo abbiamo ricavato da equazioni matematiche a partire da concetti dell'energia di Gibbs molare, quindi del potenziale chimico.
- la ricostruzione di una curva: abbiamo visto l'equilibrio fra le fasi solido-liquido abbiamo trovato l'equazione di Clapeyron e poi quella per liquido-vapore ovvero l'equazione di Clausius-Clapeyron che descrivevano esattamente la curva.
- per i gas reali: abbiamo trovato l'equazione di Van Der Waals che descriveva quasi perfettamente il comportamento dei gas reali.

Quando invece si sono descritti gli spettri del corpo nero utilizzando le normali equazioni della fisica classica non si è riusciti a trovare un'equazione soddisfacente e quindi si è dovuto introdurre la quantizzazione dell'energia.
l corpo nero è un oggetto che può assorbire tutta la radiazione elettromagnetica incidente senza riflettere nulla, non ha il fenomeno della riflessione: se noi colpiamo il corpo nero con una radiazione elettromagnetica possiamo ottenere quello che si chiama lo spettro cioè l'intensità della radiazione emessa in funzione della lunghezza d'onda.

Il corpo nero è un corpo chiuso (la parte aperta nell'immagine serve per illustrare che cosa succede).
Il corpo nero è un'idealizzazione ma dal punto di vista pratico può essere considerato come una sfera cava in cui c'è un foro e da questo foro facciamo arrivare la radiazione elettromagnetica a diverse lunghezze d'onda. Successivamente tale radiazione interagisce con gli atomi presenti nel corpo nero. Dopo un certo tempo t ad una temperatura costante rileviamo la radiazione che è emessa: parte della radiazione sarà assorbita dagli atomi presenti nel corpo nero e parte chiaramente sarà emessa. Ciò che andremo a vedere è l'intensità dell'emissione della radiazione in funzione della lunghezza d'onda. Questo si chiama spettro. Un'altra cosa importante è che gli spettri di emissione del corpo nero hanno un profilo simile ma sono diversi a seconda della temperatura a cui faccio incidere il corpo nero.
Il corpo nero è un radiatore ideale cioè emette radiazioni di maggior flusso possibile per unità di superficie, per ogni lunghezza d'onda e per una data temperatura. Un corpo nero è realizzabile dal punto di vista materiale prendendo un corpo cavo in cui è fatto un piccolo foro da cui entra la radiazione, raggiunge l'equilibrio dopo un certo tempo t a quella temperatura e poi la radiazione emessa fuoriesce dallo stesso forellino.



Lo spettro si può vedere da uno spettrofotometro. Si può misurare l'intensità della luce in funzione della lunghezza d'onda.
Disegnare tali spettri è importante.
Gli spettri qui presentati sono stati letti dallo spettrofotometro a diverse temperature (1250 K dove lo spettro è molto schiacciato con un massimo dello spettro che è molto largo e quindi difficile da identificare; a 1500K abbiamo che lo spettro è sempre della stessa forma, con un massimo più accentuato a 1750K e ancora più evidente a 2000 K). Quello che andiamo a guardare è l'intensità in funzione della lunghezza d'onda.
Una prima osservazione, che fu fatta dallo scienziato di nome Wien, fu che all'aumentare della temperatura il massimo dello spettro si spostava verso lunghezze d'onda più basse (la linea tratteggiata sta proprio ad indicare questo).
La sfida degli scienziati dell'epoca era quella di poter trovare delle equazioni che potessero descrivere tale famiglia di curve alle diverse temperature. Da non dimenticare che il grafico deriva dall'evidenza sperimentale: qualcuno ha visto quali erano fisicamente gli spettri del corpo nero variando la temperatura; qualcun altro propose di trovare un'equazione che potesse descrivere tutta questa famiglia di curve invece di eseguire ogni volta il procedimento sperimentale. In sostanza l'esperimento rappresenta il punto di partenza mentre l'equazione che descrive gli esperimenti rappresenta il punto finale.

Il problema del corpo nero

- Nel 1893, Wien stabilì sperimentalmente la dipendenza dalla temperatura della lunghezza d'onda a cui l'intensità di emissione è massima
- Legge dello spostamento di Wien:

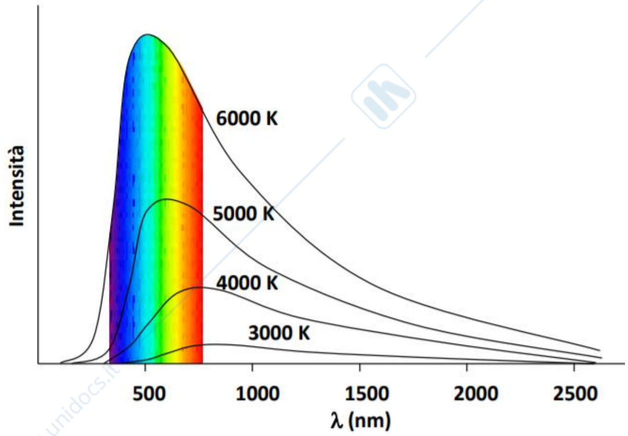
$$\lambda_{max} = 1/5\ c_2/T$$

- Dove c_2 è una costante (seconda costante della radiazione, 1.44 cm K) e T è la temperatura assoluta
- Così, ad es. alla temperatura di 1000 K, si prevede
- λ_{max} = (1/5) (1.44 cm K) / (1000 K) = 0.000288 cm = 2.88 μm = 2880 nm, nell'infrarosso

La prima osservazione banale di questa evidenza sperimentale è che c'era lo spostamento a lunghezze d'onda più basse all'aumentare della temperatura. Wien nel 1893 trovò qual era la dipendenza: una costante di proporzionalità che era $\frac{1}{5}c_2$.
c_2 è una costante che viene chiamata seconda costante della radiazione e per ogni corpo vale $1{,}44\ cm \cdot K$ dove la temperatura che va considerata è sempre la temperatura assoluta (quindi è sempre misurata in Kelvin). Questa semplice equazione ci può fare vedere dove cade il massimo dello spettro del corpo nero a quella determinata temperatura.
Se per esempio noi siamo alla temperatura di 1000 K si prevede che la λ_{max}, se si fanno semplici calcoli matematici, cade a 2880 nm, che è nell'infrarosso. Ciò non basta dato che l'unica cosa che abbiamo fatto è sapere come varia λ_{max}con la temperatura.

Il problema del corpo nero

- A temperatura ambiente, l'irraggiamento termico si concentra nella regione infrarossa dello spettro elettromagnetico
- Aumentando la temperatura, l'energia emessa si distribuisce su lunghezze d'onda minori



Se aumentiamo la temperatura, l'energia emessa si distribuisce su lunghezza d'onda minori cioè i massimi si concentrano un poco di più, dopodiché c'è una coda; invece a temperature più basse è tutto più schiacciato sulle varie lunghezze d'onda.

Il problema del corpo nero

- Si definisce densità di energia $\mathcal{E}$ l'energia elettromagnetica per unità di volume, cioè l'energia elettromagnetica totale in una regione di spazio, divisa per il volume di questa regione

$$\mathcal{E} = E / V$$

- Nel 1879, Stefan stabilì la dipendenza della densità dell'energia del corpo nero dalla temperatura (legge di Stefan-Boltzmann):

$$\mathcal{E} = aT^4$$

- In maniera alternativa, la legge si esprime in termini della eccitanza M, ovvero la potenza emessa per unità di area superficiale (è una misura della brillantezza dell'emissione):

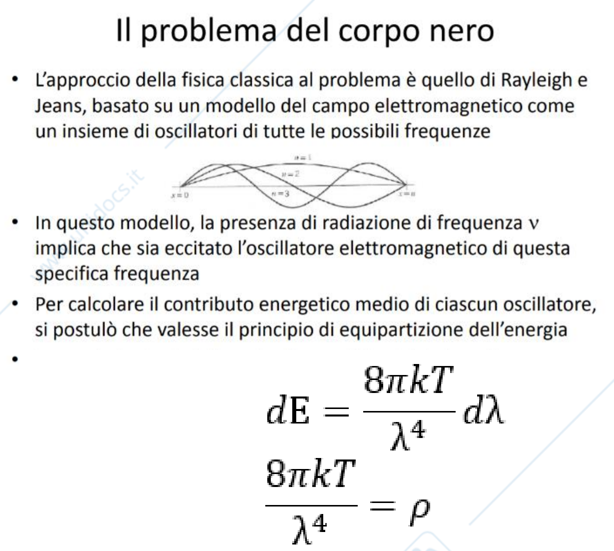
$$M = \sigma T^4$$

- Dove σ è la costante di Stefan-Boltzmann, $5.67 \cdot 10^{-8}\ W\ m^{-2}\ K^{-4}$

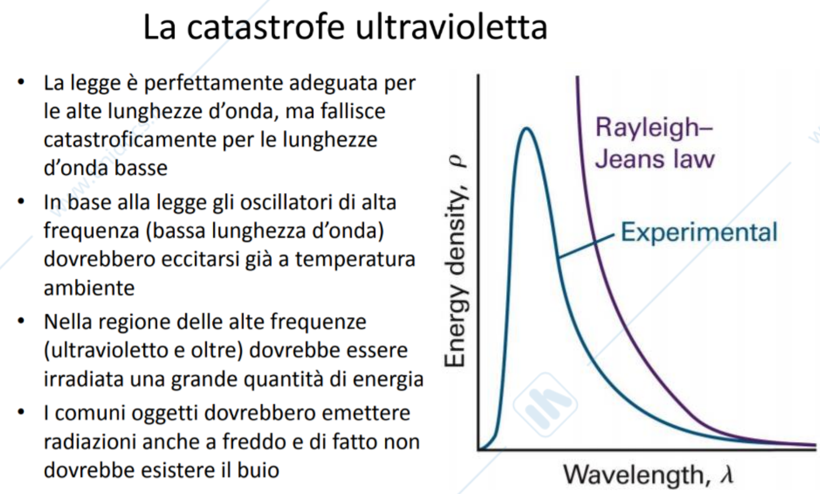
Siccome dobbiamo trovare una legge che sia universale, dobbiamo guardare l'intensità in base al volume di questa sfera, quindi anche alla quantità di materia che è stata colpita da tale radiazione elettromagnetica. Quindi si guarda, anziché l'intensità vera e propria, alla densità di energia che viene indicata con $\mathcal{E}$. Essa sarebbe l'energia elettromagnetica totale in una certa regione dello spazio diviso per il volume di questa regione.
Da qui venne l'altra legge: nel 1879 Stefan stabilì come la densità di energia variasse con la temperatura di un corpo nero, Boltzmann raffinò questi studi e quindi venne fuori la legge di Stefan-Boltzmann: la densità di energia è direttamente proporzionale alla quarta potenza della temperatura T^4. Si fece un passo in avanti rispetto alla legge di Wienn.
Un altro modo di riportare il comportamento di un corpo nero è guardando all'eccitanza che viene indicata con M che è la potenza che viene emessa dalla radiazione per unità di area superficiale e viene anche definita brillantezza dell'emissione: quanto più è la potenza emessa per unità di aria

significa che l'energia anche è più elevata. Anche in questo caso M è direttamente proporzionata alla quarta potenza della temperatura (attraverso un'altra costante in questo caso essendo l'unità di misura diversa che andiamo a guardare). Sigma σ è una costante che viene chiamata costante di Stefan-Boltzmann.

- Siccome M non è altro che la potenza emessa per unità di aria, la potenza si misura in Watt quindi l'eccitanza M si misura in $\frac{W}{m^2}$.
- Sigma σ sarà uguale a $\frac{M}{T^4}$ e quindi sarà $5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$.



Wienn e Stefan Boltzmann misero dei tasselli al puzzle per capire quale potessero essere le osservazioni sperimentali che si potevano fare intorno al problema del corpo nero.
Rayleigh e Jeans realizzarono un modello basato sulla meccanica classica e considerarono tutti gli atomi che erano all'interno del corpo nero come degli oscillatori: colpendo con una radiazione elettromagnetica gli atomi, questi oscillavano (secondo il loro pensiero) a qualsiasi frequenza, cioè quindi l'energia trasmessa era legata a qualsiasi tipo di frequenza. Questo modello portava a calcolare un contributo energetico medio di ciascun oscillatore in base al principio di equipartizione dell'energia e quindi fu tutto basato sulla meccanica classica. Lui vide come variava l'energia emessa, risultava proporzionale a λ ($d\lambda$ è la variazione di energia) attraverso questa costante ρ che dissero essere legata inversamente alla lunghezza d'onda alla quarta e direttamente proporzionale a 8πkT. La costante ρ risulta essere costante a T costante.



CATASTROFE ULTRAVIOLETTA

Se riportiamo in grafico la legge di Rayleigh-Jeans si vede che loro riescono a interpretare solo una parte dello spettro cioè solamente il ramo destro (la curva nel grafico non si piega). Con la loro intuizione sul fatto di interpretare come oscillatori ciascun atomo che può vibrare a tutte le frequenze possibili riescono ad interpretare solo il lato destro della curva cioè per grandi lunghezze d'onda ma non per basse lunghezze d'onda. Questo significa che se questa legge fosse vera a livello microscopico, avremmo che anche gli oscillatori ad alta frequenza (quindi a bassa lunghezza d'onda) dovrebbero eccitarsi già a temperatura ambiente. In pratica nella regione delle alte frequenze (cioè quella dell'ultravioletto e oltre l'ultravioletto) ci dovrebbe essere una grande quantità di energia. Ciò significa che anche gli oggetti al buio dovrebbero essere visibili, quindi dovrebbero irradiare anche a temperatura ambiente di 25 °. Questa situazione va sotto il nome di catastrofe ultravioletta.
Ciò così non è, quindi la legge di Rayleigh-Jeans non basta per interpretare lo spettro del corpo nero

e quindi bisognava trovare un'altra spiegazione. Ovviamente tale legge fallisce nell'ipotesi, ovvero che tali oscillatori potessero vibrare intorno alla loro posizione per qualsiasi frequenza, cosa che chiaramente non è.