

## Frazioni massiche

$m_i$ : massa della specie chimica  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_c$

$m$ : massa totale

$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_{N_c} = \sum_{i=1}^{N_c} m_i$$

$\omega_i$ : frazione in massa della specie chimica  $i$  (adimensionata)

$$\omega_i \triangleq \frac{m_i}{m} \quad m_i = \omega_i m$$

$$\sum_{i=1}^{N_c} \omega_i = 1 \quad 100 \times \omega_i = \text{percentuale in massa della specie } i$$

## **Frazioni molari**

$n_i$ : moli della specie chimica  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_c$

$n$ : moli totali

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_{N_c} = \sum_{i=1}^{N_c} n_i$$

$x_i$ : frazione in moli della specie chimica  $i$  (adimensionata)

$$x_i \triangleq \frac{n_i}{n} \quad n_i = x_i n$$

$$\sum_{i=1}^{N_c} x_i = 1 \quad 100 \times x_i = \text{percentuale in moli della specie } i$$

## Massa molare media

Definiamo una **massa molare media** di una miscela in modo da avere una relazione analoga a quella per una singola specie ( $m_i = n_i M_i$ ):

$$m = n\bar{M} \quad \Rightarrow \quad \bar{M} \triangleq \frac{m}{n}$$

Calcolo della massa molare media note le frazioni molari

$$\bar{M} \triangleq \frac{m}{n} = \frac{\sum_{k=1}^{N_c} n_k M_k}{n} = \sum_{k=1}^{N_c} x_k M_k$$

Calcolo della massa molare media note le frazioni massiche

$$\bar{M} \triangleq \frac{m}{n} = \frac{m}{\sum_{k=1}^{N_c} n_k} = \frac{m}{\sum_{k=1}^{N_c} m_k / M_k} = \frac{m}{\sum_{k=1}^{N_c} \omega_k / M_k} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{N_c} \omega_k / M_k}$$

**La massa molare media è calcolabile sia dalle frazioni molari, sia dalle frazioni massiche**

$$\bar{M} = \sum_{k=1}^{N_c} x_k M_k = \frac{1}{\sum_{k=1}^{N_c} \frac{\omega_k}{M_k}}$$

Relazione tra frazioni massiche e frazioni molari

$$\left. \begin{array}{l} i) \quad m_i = n_i M_i \\ ii) \quad m = n \bar{M} \end{array} \right\} \begin{array}{l} (eq. i/eq. ii) \\ \omega_i = x_i \frac{M_i}{\bar{M}} \end{array}$$

**Nota la massa molare media, il passaggio da frazioni massiche a frazioni in massa e viceversa è molto semplice:**

$$\omega_i = x_i \frac{M_i}{\bar{M}} \quad x_i = \omega_i \frac{\bar{M}}{M_i}$$

## Riepilogo delle equazioni

$$\omega_i \triangleq \frac{m_i}{m}$$

$$\sum_{i=1}^{N_c} \omega_i = 1$$

$$x_i \triangleq \frac{n_i}{n}$$

$$\sum_{i=1}^{N_c} x_i = 1$$

$$\bar{M} = \sum_{k=1}^{N_c} x_k M_k = \frac{1}{\sum_{k=1}^{N_c} \frac{\omega_k}{M_k}}$$

$$m_i = n_i M_i$$

$$m = n \bar{M}$$

$$x_i M_i = \omega_i \bar{M}$$

## Concentrazioni massiche

La densità di un sistema omogeneo è per definizione

$$\rho \triangleq \frac{m}{V} \quad [\rho] = \text{massa}/(\text{lunghezza})^3$$

$m$ : massa totale della miscela

$V$ : volume totale della miscela

La concentrazione massica del componente  $i$  in una miscela

$$\rho_i \triangleq \frac{m_i}{V} \quad [\rho_i] = \text{massa}/(\text{lunghezza})^3$$

$m_i$ : massa della specie chimica  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_c$

$$m_i = \rho_i V$$

$$m = \sum_{i=1}^{N_c} m_i = \sum_{i=1}^{N_c} \rho_i V \Rightarrow \rho \triangleq \frac{m}{V} = \sum_{i=1}^{N_c} \rho_i$$

$$\omega_i \triangleq \frac{m_i}{m} = \frac{\rho_i V}{\rho V} = \frac{\rho_i}{\rho}$$

## Concentrazioni molari

La concentrazione molare totale di un sistema è

$$c \triangleq \frac{n}{V} \quad [c] = \text{moli}/(\text{lunghezza})^3$$

$n$ : moli totali della miscela

$V$ : volume totale della miscela

La concentrazione molare del componente  $i$  in una miscela

$$c_i \triangleq \frac{n_i}{V} \quad [c_i] = \text{moli}/(\text{lunghezza})^3$$

$n_i$ : moli della specie chimica  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_c$

$$n_i = c_i V$$

$$n = \sum_{i=1}^{N_c} n_i = \sum_{i=1}^{N_c} c_i V \quad \Rightarrow \quad c \triangleq \frac{n}{V} = \sum_{i=1}^{N_c} c_i$$

$$x_i \triangleq \frac{n_i}{n} = \frac{c_i V}{c V} = \frac{c_i}{c}$$

## Relazioni tra concentrazioni massiche e concentrazioni molari

$$\rho \triangleq \frac{m}{V} = \frac{n\bar{M}}{V} = c\bar{M}$$

$$\bar{M} = \frac{\rho}{c}$$

$$\rho_i \triangleq \frac{m_i}{V} = \frac{n_i M_i}{V} = c_i M_i$$

## Riepilogo delle equazioni

$$\rho \triangleq \frac{m}{V}$$

$$c \triangleq \frac{n}{V}$$

$$\bar{M} = \frac{\rho}{c}$$

$$\rho_i \triangleq \frac{m_i}{V}$$

$$\omega_i = \frac{\rho_i}{\rho}$$

$$\rho = \sum_{i=1}^{N_c} \rho_i$$

$$c_i \triangleq \frac{n_i}{V}$$

$$x_i = \frac{c_i}{c}$$

$$c = \sum_{i=1}^{N_c} c_i$$

$$\rho_i = c_i M_i$$

## Equazione di stato dei gas perfetti

$$PV = nRT$$

*P*: pressione, Pa

*V*: volume, m<sup>3</sup>

*n*: moli

*T*: temperatura termodinamica, K

*R*: costante universale dei gas perfetti

*PV* ha le dimensioni di un'energia

$$[P] = [F]/[A] \quad [V] = [A][L] \quad [PV] = [F][L]$$

$$1 Pa = N m^{-2}; \quad 1 J = Nm$$

$$[R] = \frac{[P][V]}{[n][T]} = \frac{Pa m^3}{mol K} = \frac{Nm^{-2} m^3}{mol K} = \frac{Nm}{mol K} = \frac{J}{mol K}$$

CODATA (Committee on Data for Science and Technology) 2019

$$R = k_B N_A = 8,314 463 J K^{-1} mol^{-1}$$

## Miscela di gas perfetti

$$PV = nRT = \left( \sum_{i=1}^{N_c} n_i \right) RT$$

$$P = \frac{\left( \sum_{i=1}^{N_c} n_i \right) RT}{V} = \left( \sum_{i=1}^{N_c} \frac{n_i}{V} \right) RT = \left( \sum_{i=1}^{N_c} c_i \right) RT = cRT \quad \Rightarrow \quad c = \frac{P}{RT}$$

### Pressione parziale della specie $i$

$$P_i \triangleq \frac{n_i RT}{V} = \left( \frac{n_i}{n} \right) \frac{nRT}{V} = x_i P$$

È la pressione che la specie  $i$  eserciterebbe nel caso in cui occupasse da sola l'intero volume

$$\sum_{i=1}^{N_c} P_i = \left( \sum_{i=1}^{N_c} x_i \right) P = P$$

$$P_i \triangleq \frac{n_i RT}{V} = c_i RT \quad \Rightarrow \quad n_i = \frac{P_i V}{RT} \quad c_i = \frac{P_i}{RT}$$

## Volume parziale della specie $i$

$$V_i \triangleq \frac{n_i RT}{P} = \left(\frac{n_i}{n}\right) \frac{nRT}{P} = x_i V$$

È il volume che la specie  $i$  occuperebbe nel caso in cui esercitasse da sola l'intera pressione del sistema

$$\sum_{i=1}^{N_c} V_i = \left( \sum_{i=1}^{N_c} x_i \right) V = V$$

$$V_i \triangleq \frac{n_i RT}{P} \quad \Rightarrow \quad n_i = \frac{PV_i}{RT}$$

## Volumi molari

Il volume molare della miscela gassosa è il volume occupato dal gas per unità di mole alla pressione e temperatura del sistema

$$\tilde{V} \triangleq \frac{V}{n} = \frac{RT}{P} \quad [V] = (\text{lunghezza})^3 \text{ mol}^{-1}$$

Il volume molare parziale della specie  $i$  è il volume occupato dalla specie  $i$  per unità di mole alla pressione e alla temperatura del sistema

$$\tilde{V}_i \triangleq \frac{V_i}{n_i} = \frac{n_i RT / P}{n_i} = \frac{RT}{P}$$

**Nel caso di una miscela di gas perfetti**, il volume molare dell'intera miscela gassosa e i volumi molari parziali delle specie che costituiscono la miscela sono uguali:

$$\tilde{V} = \tilde{V}_i = \frac{RT}{P}$$

## Riepilogo delle equazioni

$$PV = nRT$$

$$P = cRT$$

$$P_i \triangleq x_i P$$

$$P = \sum_{i=1}^{N_c} P_i$$

$$n_i = \frac{P_i V}{RT}$$

$$V_i \triangleq x_i V$$

$$V = \sum_{i=1}^{N_c} V_i$$

$$n_i = \frac{P V_i}{RT}$$

$$c_i = \frac{P_i}{RT}$$

$$c = \sum_{i=1}^{N_c} c_i$$

$$\tilde{V} = \tilde{V}_i = \frac{RT}{P}$$

### **Condizioni standard di pressione e temperatura (STP – Standard Temperature and Pressure)**

La IUPAC definisce come condizioni standard una temperatura di 273,15 K (0°C) e una pressione 100 kPa (1 bar).

Volume molare di un gas perfetto in condizioni standard:

$$\tilde{V}_{STP} = 22,711 \times 10^{-3} m^3 mol^{-1}$$

### **Condizioni normali di pressione e temperatura (NTP – Normal Temperature and Pressure)**

Condizioni normali indica che si sono assunti come riferimento dei valori convenzionali di pressione e temperatura. I valori più usati sono 0°C e 1 atm, ma è possibile che ci si riferisca ad altre condizioni come 20°C e 1 atm. È quindi necessario specificare o verificare sempre la convenzione adottata.

Volume molare di un gas perfetto in condizioni normali (0°C e 1 atm):

$$\tilde{V}_{NTP} = 22,414 \times 10^{-3} m^3 mol^{-1}$$

### **Condizioni ambiente standard (SATP-Standard Ambient Temperature and Pressure)**

Le condizioni dell'ambiente standard sono 298,15 K (25°C) e 100 kPa (1 bar). I flussimetri volumetrici sono di norma calibrati in queste condizioni.

Volume molare di un gas perfetto in condizioni ambiente standard:

$$\tilde{V}_{SATP} = 24,790 \times 10^{-3} m^3 mol^{-1}$$

## **Accuratezza e precisione**

**Precisione:** indica quanto i valori di una sequenza di misure sono simili tra loro (riproducibilità).

**Accuratezza:** indica quanto una misura è prossima al valore reale.

### **Errore di misura**

**Errore sistematico:** la misura risulta **sempre** in eccesso o in difetto rispetto al valore reale.

**Errore casuale:** errore che varia in modo casuale sia per segno sia per entità durante una serie di misure.

## Cifre significative

Ogni misura è affetta da un'**incertezza**. L'incertezza di una misura può essere espressa riportando una stima dell'errore di misura.

$$m = (100,0 \pm 0,2) \text{ g}$$

$$L = (125 \pm 1) \text{ cm}$$

$$t = (12,34 \pm 0,12) \text{ s}$$

## Cifre significative

Quando la stima dell'errore è assente, si riportano solo le **cifre significative**, cioè **tutte le cifre certe** più la **prima cifra incerta**.

$m = 100,0 \text{ g}$  4 cifre significative

$L = 125 \text{ cm}$  3 cifre significative

$t = 12,3 \text{ s}$  3 cifre significative

$R = 8,314463 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$  7 cifre significative

$m = 0,0000340 \text{ g}$  3 cifre significative

## Regole per identificare le cifre significative

La cifra più significativa è sempre la prima a sinistra diversa da zero. Riguardo all'ultima cifra significativa (cifra meno significativa), la sua collocazione dipende dalla presenza o meno di un separatore decimale.

Nel caso di un **numero intero** (senza separatore decimale) la cifra meno significativa è la **prima cifra da destra diversa da zero**. Gli zero collocati alla sua destra hanno solo valore posizionale.

In presenza di un **separatore decimale**, **l'ultima cifra a destra** anche nel caso si tratti di uno zero.

**In grassetto le cifre significative**

***l'ultima cifra significativa in verde***

**in rosso le cifre non significative.**

**Numeri interi: 301400    40010**

**Numeri decimali: 23,040    12,145    2,000    2000,    0,012302**

## Notazione scientifica

L'adozione della notazione scientifica elimina l'ambiguità sul numero di cifre significative nei numeri interi. Ad esempio, si consideri il numero 5000 che scritto in questa forma ha una sola cifra significativa:

$$5000 = 5 \times 10^3$$

Nel caso in cui le cifre significative siano 2 o 3, per indicare è necessario adottare la notazione scientifica:

$$5,0 \times 10^3 \text{ (2 cifre significative)}$$

$$5,00 \times 10^3 \text{ (3 cifre significative)}$$

Con 4 cifre significative si può esplicitare il separatore decimale:

$$5000, \quad \text{oppure} \quad 5,000 \times 10^3 \text{ (4 cifre significative)}$$

## Addizioni e sottrazioni

$$2,3457 + 4,12 =$$

$$2,3457 +$$

$$4,12$$

$$= 6,4657 = 6,47$$

### Regola

Quando si riportano i risultati di **addizioni o sottrazioni**, il numero di cifre decimali (cifre dopo la virgola) risultante deve corrispondere al dato di partenza che ha **minor numero di decimali**.

$$\text{Ad esempio, } 2,013 \text{ m} + 3,42 \text{ m} = 5,43 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} 2,1 \times 3,145 &= (2 + 0,1) \times 3,145 = 2 \times 3,145 + 0,1 \times 3,145 = \\ &6,290 + \\ &0,3145 = \\ &6,6045 = 6,6 \end{aligned}$$

## Regola

Quando si riportano i risultati di **moltiplicazioni e divisioni**, il numero di cifre significative risultante deve corrispondere al **numero di cifre del dato di partenza meno accurato**, cioè quello con il **minor numero di cifre significative**.

Ad esempio, se il volume ( $V$ ) è 1,52 L e la densità ( $\rho$ ) è 0,9897 kg/L, allora la massa avrà 3 cifre significative:  $m = \rho V = 0,9897 \times 1,52 = 1,50 \text{ kg/L}$

## Cifre significative di un logaritmo

In un logaritmo decimale le cifre che precedono la virgola hanno valore posizionale

$$\log_{10}(0,003145) = \log_{10}(0,3145 \times 10^{-2}) = -2,5024$$

$$\log_{10}(0,3145) = \log_{10}(0,3145 \times 10^0) = -0,5024$$

$$\log_{10}(3,145) = \log_{10}(3,145 \times 10^0) = 0,4976$$

$$\log_{10}(314,5) = \log_{10}(3,145 \times 10^2) = 2,4976$$

## Regole

Quando si esegue il **logaritmo** di un numero si considerano tante cifre a destra della virgola decimale quante sono le cifre significative del numero originale.

Ad esempio, poiché 87,2 ha tre cifre significative, la mantissa del suo logaritmo è riportata con tre cifre

$$\log_{10}(87,2) = 1,940$$

Quando si esegue l'**antilogaritmo** di un numero si considerano tante cifre quante sono quelle a destra della virgola decimale nel numero originale.

Ad esempio, poiché 2,71 ha due decimali, allora il suo antilogaritmo avrà due cifre significative.

$$10^{2,71} = 510 = 5,1 \times 10^2$$