Lezione 12 – Esercitazione su osservatori dello stato

Per il motore a corrente continua con funzione di trasferimento (modello ridotto):

$$\Theta(s) = \frac{K_m}{s(1+s\tau_m)} V(s) \qquad K_m = 0.1, \quad \tau_m = 10$$

si progetti un regolatore di posizione con retroazione di stato e osservatore, che soddisfi le seguenti specifiche:

1) guadagno $K_d = 1$
2) risposta al gradino $w(t) = 1(t)$ con $T_{a1} = 5s$ e $s\% \leq 15\%$

SOLUZIONE

Per progettare il controllore e l'osservatore è necessario trovare una rappresentazione i-s-u. Sono possibili diverse scelte, ad esempio, possiamo scegliere una forma canonica.

Conviene riscrivere la Fdt nella forma:

$$G(s) = \frac{K_m}{s^2\tau_m + s} = \frac{K_m/\tau_m}{s^2 + s/\tau_m} = \frac{0.01}{s^2 + 0.1s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{0.01}{s^2 + 0.1s} V(s)$$

a) FORMA CANONICA DI CONTROLLO

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{C} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{D} = 0$$

b) FORMA CANONICA DI OSSERVAZIONE

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -0.1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{D} = 0$$

Le forme canoniche si calcolano facilmente a partire dalla FdT, ma SI PERDE IL SIGNIFICATO FISICO DELLE VARIABILI DI STATO cosa che rende più complessa l'implementazione del controllo con retroazione di stato.

Questo problema non esiste quando si utilizza l'osservatore: in tal caso è possibile usare una qualsiasi rappresentazione nello spazio di stato.

c) ESEMPIO DI i-s-u CON CHIARO SIGNIFICATO FISICO DELLE VARIABILI DI STATO

$$Y(s) = \frac{0.01}{s^2 + 0.1s} U(s) \Rightarrow s^2 Y(s) + 0.1 s Y(s) = 0.01\, U(s) \Rightarrow$$

$$\ddot{y}(t) + 0.1\dot{y}(t) = 0.01\, u(t)$$

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{y}(t) &= \dot{\theta}(t) = x_1 \\ y(t) &= \theta(t) = x_2 \end{aligned}}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 + 0.1 x_1 = 0.01 u \Rightarrow \dot{x}_1 = -0.1 x_1 + 0.01 u \\ \dot{x}_2 = x_1, \quad y = x_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = 0$$

Per soddisfare le specifiche è necessario scegliere una coppia di autovalori complessi coniugati:

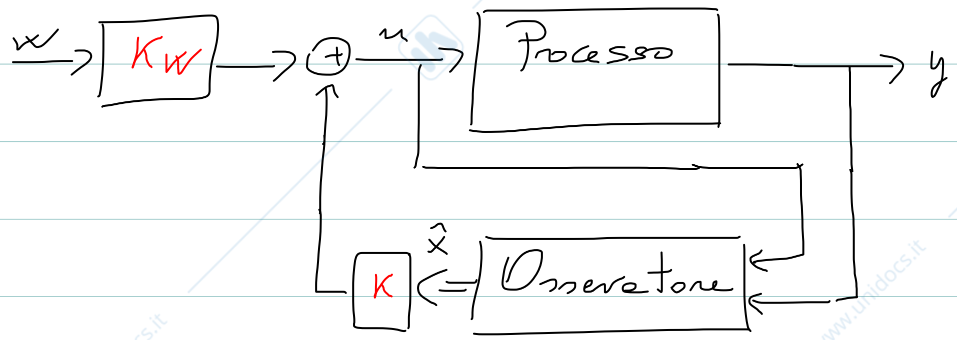
$$\lambda_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$T_{a1} = \frac{4,6}{\zeta\omega_n} \Rightarrow \zeta\omega_n = \frac{4,6}{T_{a1}} \sim 0,82$$

$$s\% \le 15\% \Rightarrow \zeta \geq 0.5$$

Scegliendo $\zeta = 0.5$, risulta: $\lambda_{1,2} = -0.82 \pm j1.6$

Lo schema che abbiamo realizzare è il seguente



Dove K_w e K si possono calcolare ignorando l'osservatore con i comandi MATLAB:

```
>> K = - acker (A, B, [λ1, λ2])
>> KF = dcgain (A+BK, B, C, 0)
>> Kw = Kd / KF
```

Per il progetto dell'osservatore abbiamo realizzare un sistema di equazioni:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + H(\hat{y} - y) \quad \text{dove} \quad \hat{y} = C\hat{x} + Bu$$

L'errore di stima $e = \hat{x} - x$ è governato dalle equazione:

$$\dot{e}(t) = (A+HC)\, e(t) \Rightarrow e(t) = e^{(A+HC)t} e(0)$$

Gli autovalori dell'osservatore vanno scelti in modo che il transitorio dell'errore di stima abbia una durata piccola rispetto a quello DEL SISTEMA CONTROLLATO, ad es:

$\lambda^*_{1,2} = -10 * \sigma$, dove σ è il modulo della parte reale degli autovalori scelti prima.

$$\lambda^*_{1,2} = -10 \cdot 0{,}82 \cong -9$$

Il guadagno H si può calcolare con il comando MATLAB:

$H = -\text{place}(A', C', [\lambda_1^* \ \lambda_2^*])'$ ← attenzione alle operazione ' di TRASPOSTA!

Per la implementazione SIMULINK dello schema, conviene riscrivere le equazioni come:

si assume $D=0$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + H(\hat{y} - y) \quad , \quad \hat{y} = C\hat{x} + \cancel{D}u \implies$$

$$\implies \dot{\hat{x}} = (A+HC)\hat{x} + Bu - Hy = (A+HC)\hat{x} + \begin{bmatrix} B & -H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix}$ è il VETTORE DI INGRESSO dell'osservatore

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari