- Per ***sistema dinamico*** intendiamo un insieme di fenomeni interagenti la cui caratteristica fondamentale è quella di evolvere nel tempo.
- L'attività che consiste nel comprendere lo scopo a cui il modello è volto, nel determinare di conseguenza quali sono i fenomeni trascurabili, e nel costruire un modello adatto agli scopi prende il nome di ***modellistica*** dei sistemi.
- La modellistica si serve sia di leggi fisiche note, sia di esperimenti di misura effettuati sul sistema (***identificazione***) per determinare il modello più adatto agli scopi ingegneristici assegnati.
- Si definisce un ***sistema forzato*** se appare esplicitamente l'ingresso u (condizioni iniziali nulle), altrimenti sarà un ***sistema libero*** (ingresso u nullo e condizioni iniziali non nulle).
- Uno ***stato*** x si definisce ***di equilibrio*** se esiste una funzione di ingresso u tale per cui il movimento di stato è costante e uguale a x con condizioni Iniziali x(t0) = x e u(t) = u.
- **Lo *stato di un sistema*** è il minimo insieme di numeri che è sufficiente per determinare il comportamento del sistema per tutti i t.
- Un ***sistema*** è detto ***lineare*** se e solo se le equazioni che lo descrivono sono a più incognite con esponente uguale ad 1. Possono essere: tempo varianti – invarianti, SISO/MIMO, omogeneo/non omogeneo
- *I **sistemi a tempo discreto*** sono sistemi dinamici in cui le variabili di interesse non evolvono o non sono osservate con con3nuitànel tempo, ma evolvono "a salti" o in corrispondenza di un passo temporale fisso.
- Se la matrice è ***invertibile*** (cioè det A diverso da 0), allora esiste uno ed un solo stato di equilibrio (isolato), se la matrice è ***singolare*** (cioè det(A) = 0), allora possono esistere infiniti stati di equilibrio oppure nessuno stato di equilibrio, a seconda delle matrici A e B nonché del particolare ingresso di equilibrio u.
- Un punto di equilibrio è ***stabile*** se tutti i movimenti che originano in un intorno dell'equilibrio restano "vicini" all'equilibrio, per t maggiore o uguale a zero.
- In caso contrario l'equilibrio è detto ***instabile***.
- L'equilibrio è detto ***asintoticamente stabile*** se, oltre a essere stabile è tale per cui tutti i movimenti che originano in un suo intorno tendono asintoticamente a ritornare verso l'equilibrio, per t tendente a inf; è detto anche ***attrattivo***
- A *ha **tutti gli autovalori a parte reale strettamente negativa*** (è ***Hurwitz***).
- ***Stabilità asintotica* ->** lim *e^At per t->inf* = 0; ***Instabilità* ->** diverge per $t \to \infty$ ***Stabilità semplice*** -> limitata $\forall t$
- Un sistema è pienamente controllabile se ha rango massimo, se è pien. Contr. Non è detto sia asint. Stabile e viceversa. Per i sistemi LTI TC e TD invece sì
- Un sistema dinamico LTI TD è quindi ***completamente raggiungibile*** (e anche controllabile) se e soltanto se il rango della ***matrice di raggiungibilità*** R è pari alla dimensione n del sistema:
- In ctrbf lambda(A11) sono gli *r* autovalori del sottosistema raggiungibile, e sono (per matlab è A22) usualmente detti ***autovalori raggiungibili*, **Gli *n-r* autovalori lambda A22 (A11) sono invece detti ***autovalori non raggiungibili***. Se la parte non raggiungibile ha autovalori asintoticamente stabili, il sistema si dice ***stabilizzabile, attraverso il comando place*. In una FDT I POLI SONO LE PARTI CONTROLLABILI E OSSERVABILI DEL SISTEMA.**
- Uno stato viene detto ***non osservabile* su** se esso dà origine ad una evoluzione libera di uscita che è identicamente nulla. Dualità con la raggiungibilità, il sistema Raggiungibile È il traslato del sistema Osservabile. Obsvf funge come ctrbf per A11 e A22.
- La matrice è detta ***guadagno dell'osservatore e serve per determinare l'errore e+*** = (*A - LC*)**e*
- Un sistema dinamico LTI è detto in **forma minima** se e soltanto se è completamente raggiungibile e completamente osservabile e non presenta mai una cancellazione zero-polo, accade invece il viceversa.
- Un sistema LTI TC è detto **BIBO stabile**, se per ogni ingresso limitato, la corrispondente uscita forzata è limitata (lim g(t) per t-> inf è 0). Asintoticamente stabile -> BIBO stabile
- Si definisce inoltre la ***sovraelongazione relativa*** *s*=(*y*max – *yinf*)/*yinf*
- Un ingresso che tende a zero per prende il nome di ***ingresso transitorio*** e rappresenta una eccitazione del sistema che, trascorso un tempo più o meno lungo, diventa praBcamente nulla. Invece Una eccitazione di ingresso per cui sia una costante non nulla, o infinita, oppure ancora il cui limite non esiste perchè il segnale si manBene oscillante, si dice ***ingresso persistente*.**

- Un segnale persistente che eccita un sistema BIBO stabile provoca una ``uscita persistente'' deAa uscita di regime o ***uscita in regime permanente.***
- **Bode:** guadagno stazionario : s=0; zero nell'oirigne parte da +20db il modulo e fase da +90; polo nell'origine da -20 db nel modulo e nella fase da -90. Guadagno positivo fase parte da 0, se negativo +-180. Polo < 0 -> -90, polo > 0 -> +90.
- **Polare:** poli nell'origine: parte da infinito da un quadrante (dipende dalla fase iniziale di bode), altrimenti parte da un punto reale (vedi fase iniziale). Uscita: guarda formula. Punti intermedi: asse x: fase a -180, asse y: fase a -90 , in circonferenza unitaria.
$$\lim_{\omega\to+\infty} \angle G(j\omega) = \phi_0 - \frac{\pi}{2}(n_p^- + n_z^+) + \frac{\pi}{2}(n_p^+ + n_z^-)$$
- **Nyquist:** Per sistemi di tipo g, l'approssimante in LF è data da G(s) = Kstazionario/s^g e il diagramma polare parte da un punto infinitamente lontano dall'origine, con fase (vedi formula). Se parte da -180 parte in orizzontale, non verticale. 2 poli in zero è un cerchio completo.
Per la parte finale vedere formula precedente.
$$\lim_{\omega\to 0^+} \angle G(j\omega) = -\frac{\pi}{2}g + \angle K_{\text{st}} \qquad \angle K_{\text{st}} = \begin{cases} 0 \text{ se } K_{\text{st}} \geq 0 \\ \pm\pi \text{ se } K_{\text{st}} < 0 \end{cases}$$
- ***Margine di fase***: guarda su bode il modulo alla fase 180 e moltiplicalo per -1. ***Margine di guadagno***: guarda la fase a modulo 0 dB.
- **Stabilità dell'anello di controllo a retroazione unitaria** Il sistema di controllo è stabile se **tutte le funzioni di trasferimento in tabella (una volte ridotte in forma minima) sono BIBO stabili.**
- Formula controllore:
$$G_{\text{a}}(s) = C(s)G(s) = \frac{K_{\text{st,C}}K_{\text{st,G}}}{s^{h+g}}\tilde{C}(s)\tilde{G}(s)$$

errore inseguimento:
h + g = poli in zero

$\pm S(s)$	$[q=0]$: Gradino $x(t) = \mathbf{1}(t)$	$[q=1]$: Rampa $x(t) = t\mathbf{1}(t)$	$[q=2]$: Parabola $x(t) = 0.5t^2\mathbf{1}(t)$
$h+g=0$	$\frac{1}{\lvert 1+K_{\text{st,C}}K_{\text{st,G}}\rvert}$	∞	∞
$h+g=1$	0	$\frac{1}{\lvert K_{\text{st,C}}K_{\text{st,G}}\rvert}$	∞
$h+g=2$	0	0	$\frac{1}{\lvert K_{\text{st,C}}K_{\text{st,G}}\rvert}$
$h+g=3$	0	0	0

- **Rete derivativa:** La rete possiede **uno zero reale stabile in s =-z** ed un **polo reale stabile in s = -mz.**
$$\tilde{C}(s) = \frac{\frac{s}{z}+1}{\frac{s}{mz}+1}$$
$$\tilde{C}(s) = \frac{\frac{s}{\omega_{\text{cd}}}+1}{\frac{s}{m\omega_{\text{cd}}}+1}$$

1.Si determina la **pulsazione in cui piazzare lo zero** come (questa pulsazione è leggermente alla destra della pulsazione di crossover iniziale della Ga) ω_{cd} alla quale $|G_{\text{a}}| \simeq 0.7079$ (cioè -3 dB)

2. Si valuta la **fase** φ_{cd} della G_{a} in ω_{cd}.

3. Detto il **margine di fase** da imporre al sistema, si determina il recupero di fase necessario
$$\Delta_\varphi = \varphi_m - (\varphi_{\text{cd}} + 180°);$$

4. Si determina *m* utilizzando la formula (o si sceglie m direttamente dagli abachi delle reti derivative)
$$m = \tan(\Delta_\varphi + \pi/4), \quad \text{con } \Delta_\varphi \text{ espresso in radianti;}$$

- **Rete integrativa:** La rete possiede **uno polo reale stabile in s =-p** ed un **zero reale stabile in s = -mp.**
$$\tilde{C}(s) = \frac{\frac{s}{mp}+1}{\frac{s}{p}+1}$$
$$\tilde{C}(s) = \frac{\frac{\nu s}{m\omega_{\text{cd}}}+1}{\frac{\nu s}{\omega_{\text{cd}}}+1}$$

1. Si determina la pulsazione alla quale **la fase della Ga presenterebbe un margine di fase superiore di circa 5° ÷ 10°**
rispetto al margine di fase desiderato, i.e
$$\angle G_{\text{a}}(\mathrm{j}\,\omega)_{\text{cd}} = \varphi_m + (5° \div 10°) - 180°$$

2. Se è minore (non troppo) della pulsazione di crossover corrente, si può introdurre una rete integrativa per **'abbassare' la pulsazione di crossover a**

3. Si determina il modulo di Ga alla pulsazione fattore della rete integrative , e si prende come fattore della rete integrative:
$$m = |G_{\text{a}}(\mathrm{j}\,\omega_{\text{cd}})|$$

4. Sugli abachi si sceglie il rapporto sufficientemente grande (eg 100) affinché la perdita di fase della rete in non sia superiore a quanto preventivato al primo passo $\nu \doteq \omega_{\text{cd}}/p$

PA +A’P=Q -> lyapunov diretto, dove A nota e P è [a,b;b,c]

Indiretto: V=…. -> ∇Ve poi ∇V*f poi seguo la tabella

$V(x)$	$\dot V(x) \doteq \nabla V \cdot f(x) = \frac{dV}{dx_1}f_1(x) + \cdots + \frac{dV}{dx_n}f_n(x)$	$\dot x(t) = f(x(t))$
	$\Delta V(x) \doteq V(x(k+1)) - V(x(k)) = V(f(x)) - V(x).$	$x(k+1) = f(x(k))$
lpd	**lnsd**	**stabile**
lpd	**lnd**	**asintoticamente stabile**
pd	**nd**	**glob. asint. stabile**
lpd	**lnd**	**instabile**

LEVITATORE: $\ddot p = g - \kappa \frac{i^2}{p^2}$ dove k = $\frac{\nu}{m}$ $x_1(t) = p(t)$ $x_2(t) = \dot p(t)$ ➡ $\begin{bmatrix} \dot x_1 \\ \dot x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \kappa \frac{u^2}{x_1^2} \end{bmatrix}$ $y = x_1$

$$A = \left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{2\mu}{x_1^3} + x_4^2 & 0 & 0 & 2x_1x_4 \\ \frac{2x_3x_4}{x_1^2} - \frac{u_2}{mx_1^2} & 0 & -\frac{2x_4}{x_1} & -\frac{2x_3}{x_1} \end{array}\right]_{\substack{x=\bar x(t) \\ u = \bar u(t)}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3\bar\omega^2 & 0 & 0 & 2\bar\rho\bar\omega \\ 0 & 0 & -\frac{2\bar\omega}{\bar\rho} & 0 \end{bmatrix}$$

SATELLITE

$$B = \left[\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & \frac{1}{mx_1} \end{array}\right]_{\substack{x=\bar x(t) \\ u = \bar u(t)}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m\bar\rho} \end{bmatrix};$$

$$C = \left[\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right]; \quad D = 0$$

$$\begin{array}{rcl} \dot x_1 & = & x_3 \\ \dot x_2 & = & x_4 \\ \dot x_3 & = & -\frac{\mu}{x_1^2} + x_1x_4^2 + \frac{1}{m}u_1 \\ \dot x_4 & = & -2\frac{x_3x_4}{x_1} + \frac{1}{mx_1}u_2 \\ y & = & x_2 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} \dot x_1(t) \\ \dot x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -K/J \sin x_1(t) - \beta/J x_2(t) + u(t)/J \end{bmatrix}$$

PENDOLO

$$A = \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -\frac{g\cos x_1}{\ell} & -\frac{\beta}{m\ell^2} \end{array}\right]_{\substack{x=\bar x \\ u = \bar u}}; \quad B = \left[\begin{array}{c} 0 \\ \frac{1}{m\ell^2} \end{array}\right]_{\substack{x=\bar x \\ u = \bar u}};$$

$$C = \left[\begin{array}{cc} \ell\cos x_1 & 0 \end{array}\right]_{\substack{x=\bar x \\ u = \bar u}}; \quad D = 0.$$

$x_1 \doteq i_R$
$x_2 \doteq i_L$ ➡

$$\begin{array}{rcl} \dot x_1 & = & -\frac{1}{RC}x_1 - \frac{1}{RC}x_2 + \frac{1}{RC}u \\ \dot x_2 & = & \frac{R}{L}x_1 \end{array}$$

RLC

$y = x_1$

MATLAB

SYS = ss(A,B,C,D) =costruisce sistema

[Y,T,X] = lsim (SYS, U,T,x0) (per TC e TD)

[Y,T,X] = initial (SYS, x0) (per TC) / initial (SYS,x0, t) (per TD) risposta libera

P = lyap (A’,Q) = funz. Lyapunov TC / dlyap(A’,Q) DC

R = ctrb (A,B)

K= place (A,B,q)

O=obsv(A,C)

[Abar etc] = obsvf(A,B,C)

s= tf(‘s’) e poi scrivere fdt

G= zpk(G) dà la fdt con zeri poli guadagno

CLF= Kstazionario/s Gdisegnata= CLF*Goriginale
Fase nuova: 180- fase data vedo la fase a -3db e faccio fase(-3dB)-fase nuova = x vedo negli abachi m per recuperare x 180-20=160 -> 200-160=40 m=6

[Abar, Bbar,Cbar,T,k] = ctrbf(A,B)

step(G) risposta al gradino di fdt