ESERCIZI RIEPILOGATIVI

ESERCIZIO 1 (PROCESSI CON ZERI NEL SEMIPIANO DESTRO)

Per il processo

$$G(s) = \frac{1-2s}{(s+2)^2}$$

progettare un regolatore $R(s)$ con le seguenti specifiche:

1) $e_\infty = 0$ con $w(t) = 1$;

2) $\varphi_m \geq 60°$

SOLUZIONE

Si può procedere, per esempio, con il metodo del loop shaping.

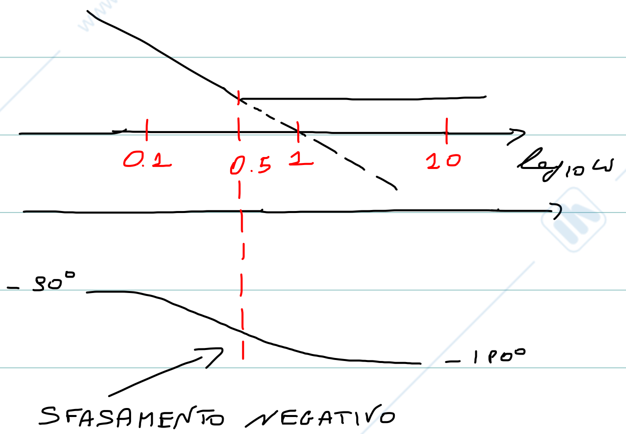
Per la specifica 1) la funzione $L^*(j\omega)$ deve avere un polo nell'origine.

Per evitare che il regolatore abbia un polo instabile che cancelli lo zero in $s=-1/2$, la funzione $L^*(j\omega)$ deve contenere tale zero. Pertanto la prima funzione $L^*(j\omega)$ di tentativo ha la forma:

$$L^*(s) = \frac{\mu_L}{s}(1-2s)$$

e il guadagno μ_L è, al momento, libero.

Il diagramma di Bode con $\mu_L = 1$ ha la forma:



Dall'esame del grafico si evince che:

1) si può ottenere il margine di fase richiesto a pulsazioni critiche $\omega_c < 0.5$ rad/sec (frequenza dello zero), scegliendo un guadagno $\mu_L < 0.5$. Più precisa=

mente, con MATLAB si può verificare che $L^*(j\omega)$ ha fase pari a $-120°$ alla pulsazione $\omega_c = 0.285$

N.B. In presenza di zeri a parte reale positiva e guadagno >0 il comando "bode" di MATLAB disegna la fase a partire da $+360°$. Lo stesso vale per il comando "margin".
Per la periodicità della fase, tale valore è equivalente a $0°$ e, per il calcolo del margine di fase, il valore di riferimento è $+180°$. Pertanto nell'esercizio va ricercata la pulsazione in cui la fase vale $180° + 60° = 240°$.

Risultando $|L^*(j\,0.285)| \cong 4$, scegliendo $\mu_L = 1/4$ la funzione:

$$L^*(s) = \frac{1}{4}\,\frac{1-2s}{s}$$

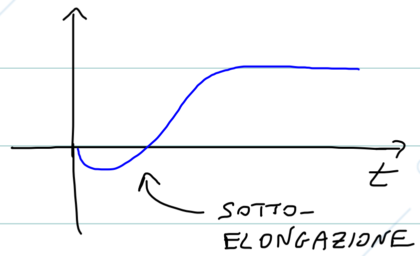
soddisfa le specifiche con $\omega_c \cong 0.28$ rad/sec, $\varphi_m = 60°$.
Il corrispondente regolatore è:

$$R(s) = \frac{1}{G(s)}\,L^*(s) = \frac{(s+2)^2}{1-2s}\,\frac{1-2s}{s}\,\frac{1}{4} = \frac{1}{4}\,\frac{(s+2)^2}{s}$$

Per garantire la fisica realizzabilità è necessario aggiungere almeno un polo a frequenza $> 10\omega_c$, ad esempio, in -3. Pertanto:

$$R(s) = \frac{1}{4}\,\frac{(s+2)^2}{s(1+s/3)}$$

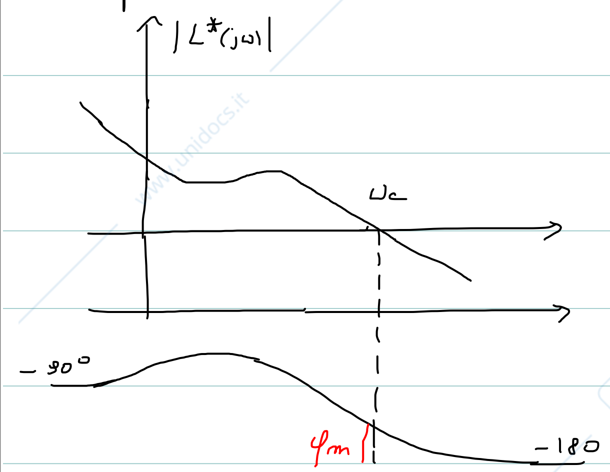
Il calcolo con MATLAB della risposta al gradino
l'andamento:



tipico dei sistemi con zeri a parte reale positiva

Si noti che la presenza dello zero nel semipiano destro LIMITA la banda passante del sistema a ciclo chiuso a valori che non possono superare di molto la pulsazione dello zero.

Allargare la banda passante non è cosa semplice: le correzioni da apportare alla $L^*(j\omega)$ devono consentire l'attraversamento dell'asse a 0dB con pendenza $\simeq -20\,dB/dec$ con una fase $> -180°$. La $L^*(j\omega)$ risultante dovrebbe avere un andamento del tipo:



Tale andamento si può ottenere introducendo uno zero a parte reale negativa a frequenza minore dello zero a parte reale positiva e un doppio polo a frequenza uguale o maggiore per avere l'attraversamento alla pulsazione desiderata, che, però, non può essere troppo elevata per non avere un margine di fase troppo basso.

Ad esempio:

$$L^*(s) = \mu_L \frac{1-2s}{s} \cdot \frac{1+200s}{(1+2s)^2}$$

Si ottiene $\varphi = 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$ con $\omega_c \cong 0.416$ rad/sec e $|L^*(j\omega_c)| =$ $= 153.7$

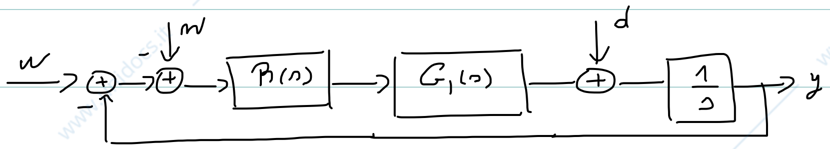
Pertanto risulta:

$$L^*(s) = 65 \cdot 10^{-4} \, \frac{1-2s}{s} \, \frac{1+200s}{(1+2s)^2}$$

Il diagramma di Bode con MATLAB evidenzia che la $L^*(j\omega)$ ha un margine di guadagno piccolo. Inoltre il transitorio della risposta al gradino è peggiorato rispetto al caso precedente, nonostante la banda passante a ciclo chiuso sia aumentata.

ESERCIZIO 2 (SINTESI IN FREQUENZA)

Si consideri il sistema di controllo:



dove $G_1(s) = \frac{2+s}{64s^2+10s+1}$. Si progetti un regolatore R(s) che soddisfa le specifiche:

a) $y_{d,\infty} \le 0.05$ con $d(t) = 1(t)$; (solo per sintesi nel tempo continuo)

b) attenuazione del rumore $n(t)$ sinusoidale di almeno un fattore 0.1 a pulsazioni superiori a 300 rad/sec;

c) margine di fase $\varphi_m \geq 50°$

Individuare la banda in cui disturbi d sinusoidali vengono attenuati almeno di un fattore 0.1.

SOLUZIONE CON IL METODO DEL LOOP SHAPING

Per soddisfare la specifica a) è sufficiente un regolatore di tipo 0 il cui guadagno μ_R deve essere tale che:

$$y_{d,\infty} = \frac{1}{G_1(0)\,\mu_R} \leq 0.05 \iff \frac{1}{2\mu_R} \leq 0.05 \Rightarrow \mu_R \geq \frac{1}{2 \cdot 0.05} = 10$$

Pertanto possiamo scegliere $\mu_R = 10$, il che comporta $\mu_L = 2\mu_R = 20$ e considerare la funzione di anello di tentativo: $L_1^*(j\omega) = \frac{20}{j\omega}$

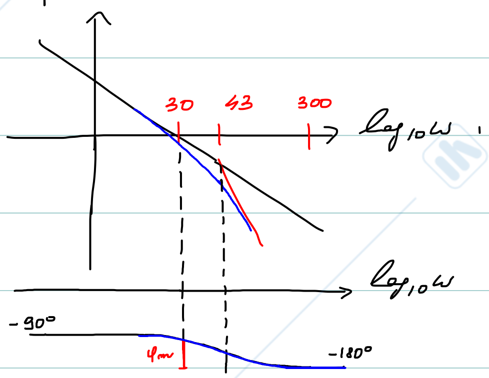
Per soddisfare la specifica b), bisogna scegliere una pulsazione critica $\omega_c \leq 30$ rad/sec.

La funzione $L_1^*(j\omega)$ ha una pulsazione critica di 20 rad/sec e garantisce un margine di fase $\simeq 90°$. Per massimizzare la banda passante, la costante di guadagno di $L_2^*(j\omega)$ si può aumentare fino a 30. Si noti, tuttavia che, per garantire la fisica realizzabilità del regolatore, la funzione di anello deve essere almeno di grado relativo 2. È quindi necessario aggiungere un polo a destra di $\omega_c = 30$ e sufficientemente lontano per garantire il margine di fase $\geq 50°$.

Ad esempio, un polo con costante di tempo τ introduce un ritardo di fase: $\Delta\varphi = -\,\mathrm{atan}(\omega\tau)\big|_{\omega=30}$ alla pulsazione $\omega = 30$ rad/sec, da cui:

$\Delta\varphi = -35° \Rightarrow \tau = \frac{1}{30}\tan(35°) \cong 0.0233 \simeq 1/43 \Rightarrow \varphi_m = 90° - 35° = 55°$. Si noti che il polo produce anche un'attenuazione del modulo anche a frequenze < 43 rad/sec e quindi una riduzione della pulsazione critica.

$$L_2^*(s) = \frac{30}{s} \cdot \frac{1}{1+s/43}$$



In particolare, con MATLAB si può verificare che, alla pulsazione $\omega = 30$, il modulo di $L_2(j30)$ è minore di 1 e vale circa 1/1.22.

Pertanto, moltiplicando il guadagno per l'inverso di tale fattore si ottiene la funzione di anello: $L^*(s) = \frac{30 \cdot 1.22}{s} \frac{1}{1+s/43} = \frac{36.6}{s} \frac{1}{1+s/43}$ che garantisce $\omega_c = 30$ rad/sec e $\varphi_m = 55°$.

Con questa scelta risulta: $R(s) = \frac{1}{G(s)} L^*(s) = \frac{64s^2+10s+1}{s+2} \cancel{s} \frac{36.6}{\cancel{s}} \frac{1}{1+s/43}$

Il fattore di attenuazione del rumore a frequenze > 300 rad/sec è $|L^*(j300)| \simeq |F(j300)| \simeq 0.0176$. La banda passante a -3dB di F è $\omega_B \simeq 48$ rad/sec.

La banda in cui il disturbo d risulta attenuato di almeno un fattore 0.1 coincide con tutte le frequenze perché il modulo della funzione di sensitività del disturbo: $S = \frac{1/s}{1+L^*(s)}$ è sempre minore di 0.1.

Scegliendo il polo a frequenza più alta, ad esempio in -300, si sarebbe avuto $\varphi_m \simeq 80°$ con $\omega_c \simeq 30$ e un fattore di attenuazione del rumore di $\frac{0.1}{\sqrt{2}} = 0.07$ con $L_2^*(s) = \frac{30}{s} \frac{1}{1+s/300}$.

SOLUZIONE CON IL METODO DELLE RETI CORRETTRICI

La specifica a) è soddisfatta con un regolatore $R_1(s) = \mu_R$ $\mu_R \geq 10$. Scegliendo $\mu_R = 10$ si ottiene la funzione di anello:

$$L_1(s) = \frac{10}{s} \frac{s+2}{64s^2+10s+1}$$

Alla pulsazione $\omega_C = 30\,rad/sec$ risulta:

$|L_1(j30)|_{dB} = -75\,dB$ e $\underline{/L_1(j30)} = -183^\circ$

per cui, per recuperare il ritardo di fase, è necessario utilizzare una rete anticipatrice. L'amplificazione si può in parte ottenere aumentando il guadagno μ_R (senza violare la specifica a))

Una possibile rete anticipatrice è quella con $m = 30$ e $\omega T = 16$, da cui $T = \frac{16}{30}$ e: $R_2(s) = \frac{1+s\,16/30}{1+s16/30^2}$

Utilizzando questa rete, alla frequenza $\omega_C = 30$ la fase della funzione di trasferimento a ciclo aperto vale $\varphi \simeq -125^\circ$ e il modulo vale $m = 0.025$. Pertanto è possibile fare in modo che $\omega_C = 30$ diventi pulsazione di attraversamento scegliendo:

$$L(s) = \frac{1}{m} \frac{10}{s} \frac{s+2}{64s^2+10s+1} \cdot \frac{1+s\,16/30}{1+s\,16/30^2} \simeq \frac{4063}{s} \frac{s+2}{64s^2+10s+1} \frac{1+s16/30}{1+s16/30^2}$$

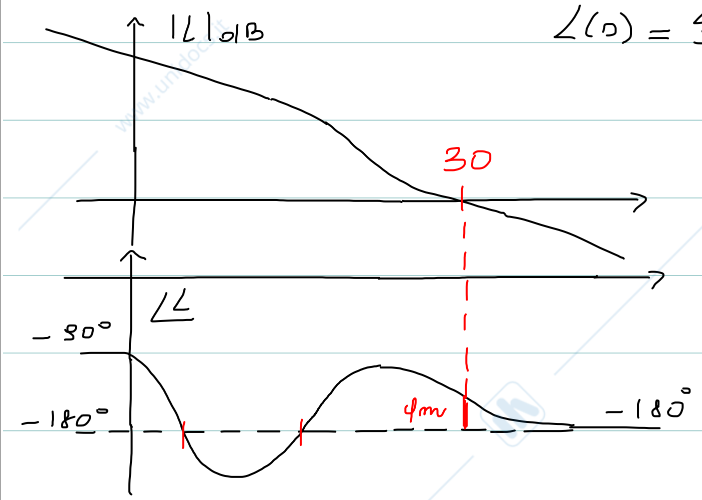
a cui corrisponde il regolatore:

$$R(s) = 4063 \frac{1+s16/30}{1+s16/30^2}$$

che produce $\varphi_m = 56.5°$ con $\omega_c = 30$ rad/sec, fattore di attenuazione del rumore di 0.02 e attenuazione dei disturbi di un fattore minore di 0.1 a tutte le frequenze.

DALL'ANALISI DEI DIAGRAMMI DI BODE DI $L(s)$ SI EVINCE CHE QUESTA SECONDA SOLUZIONE E' POCO ROBUSTA PERCHE' IL SISTEMA E' A STABILITA' CONDIZIONATA (PUO' DIVENTARE INSTABILE ANCHE SE SI RIDUCE IL GUADAGNO)

$$L(s) = \frac{4063}{s} \frac{s+2}{64s^2+10s+1} \frac{1+s/16/30}{1+s/16/30^2}$$



ESERCIZIO 3 (CONTROLLO DIGITALE)

Per il processo con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{5}{s+4}$$

si progetti un regolatore digitale con $T = 0.01s$ che soddisfa le seguenti specifiche:

1) astatico in presenza di disturbi a gradino;
2) $e_\infty \leq 5 \cdot 10^{-3}$ con riferimento $w(t) = t \cdot 1(t)$
3) risposta al gradino con $S\% \leq 20\%$ e $T_{a1} \simeq 0.2s$

SOLUZIONE NEL TEMPO CONTINUO

La specifica 1) richiede che il sistema sia di tipo 1 e, per la specifica 2), deve avere una costante di guadagno $\mu_L \geq \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} = 200$

La specifica 3) richiede che il sistema a ciclo chiuso abbia una coppia di poli complessi coniugati con $\xi \geq 0.45$ e $T_{a1} = \frac{4.6}{\xi \omega_n} \Rightarrow$

$\omega_n \simeq \frac{4.6}{\xi T_{a1}} \cong \frac{4.6}{0.5\ 0.2} \cong 46$ rad/sec

Alla frequenza $\omega_c = 46$ rad/sec il sistema ZOH produce un ritardo di fase $\Delta\varphi = \omega_c \frac{T}{2} \cdot \frac{180°}{\pi} = \frac{46}{2} \cdot \frac{180°}{\pi} \cdot 0.01 \simeq 13°$ che bisogna compensare.

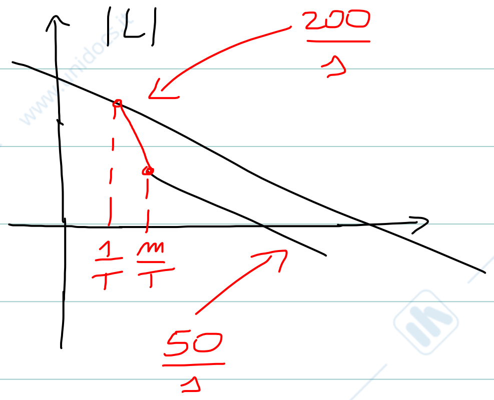
Si può quindi procedere a progettare un regolatore che garantisca, alla frequenza $\omega_c \simeq 46$ rad/sec, un margine di fase $\varphi_m \geq 45° + 13° \simeq 60°$

LOOP SHAPING

La funzione di trasferimento che soddisfa le specifiche in bassa frequenza è:

$L_1^*(s) = \frac{200}{s}$ e il guadagno può essere aumentato.

Per avere $\omega_c \simeq 46$ rad/sec è necessario utilizzare una coppia polo-zero che consenta di raccordare i 2 asintoti di pendenza -20 dB/dec:



– quella corrispondente a $\frac{200}{s}$ (specifiche a regime)

– quella corrispondente a $\frac{50}{s}$ (specifiche sul transitorio)

Per poter avere un certo margine su Tai e semplificare i calcoli, tale funzione si può approssimare con $\frac{50}{s}$

$$R_2(s) = \frac{1+sT/m}{1+sT}$$

Risulta $m = \frac{200}{50} = 4$, mentre lo zero $\frac{m}{T}$ deve essere scelto in modo da non avere un ritardo eccessivo alla frequenza di 50 rad/sec. Tale ritardo non può superare 30°, per poter garantire un margine di fase di 60°. Per poter fare una scelta ragionata si può disegnare con MATLAB il diagramma di Bode di $R(j\omega)$ con $m=4$ e $T=1$ (frequenza normalizzata). Sul diagramma delle fasi si può verificare che, alla frequenza $\omega T = 10$ rad/sec, il ritardo è di circa 25°. Pertanto si può scegliere $T = \frac{10}{50} = 1/5$.

La funzione di anello:

$L_2^*(s) = \frac{200}{s}\,\frac{1+s/20}{1+s/5}$ realizza $\omega_c = 53$ rad/sec con $\varphi_m \simeq 75°$

Il corrispondente regolatore è $R(s) = \frac{1}{G(s)} \cdot L_2^*(s) = \frac{s+4}{5}\,\frac{200}{s}\,\frac{1+s/20}{1+s/5}$

Considerata la "vicinanza" del polo in -5 del regolatore coppia polo-zero $R_2(s)$ con il polo $s=-4$ del processo, per semplificare $R(s)$

può convenire scegliere $1/T = 4$ in $R_2(s)$ che diventa:

$$R_2(s) = \frac{1+s/16}{1+s/4} \Rightarrow L_2^*(s) = \frac{200}{s}\frac{1+s/16}{1+s/4} \Rightarrow R(s) = \frac{s+4}{5}\cdot\frac{200}{s}\frac{1+s/16}{1+s/4} =$$

$$= \frac{40}{s}\cdot\frac{s+4}{s+4}\cdot 4\,(1+s) \Rightarrow R(s) = \frac{160}{s}(1+s/16) = \frac{10}{s}(s+16)$$

Con questo regolatore si ottiene $\omega_c = 52$ rad/sec con $\varphi_m \simeq 77°$. Si tratta di un regolatore PI. La versione discretizzata con il metodo di Tustin si può calcolare con il comando MATLAB c2d(R, 0.01, 'tustin')

che produce: $R^*(z) = 10.8\,\dfrac{z-0.8519}{z-1}$

Con MATLAB si può verificare che $R^*(e^{j\omega T})\big|_{\omega=50}$ ha fase $\simeq -17°$.

La risposta al gradino ha una sovraelongazione $s\% \simeq 14\%$.

RETI CORRETTRICI

Si sceglie $\mu_R = \dfrac{\mu_L}{\mu_G} = \dfrac{200}{5/4} = 4\cdot 40 = 160$ e si considera la funzione di anello:

$$L_1(s) = \frac{\mu_R}{s}G = \frac{160}{s}\frac{5}{s+4} = \frac{800}{s(s+4)} = \frac{200}{s(1+s/4)}$$

Alla pulsazione prescelta (v. soluzione precedente) come pulsazione critica, ovvero $\omega_c = 50$, risulta:

$$|L_1(j50)| \cong 0.32 \qquad \angle L_1(j50) = -175°$$

Per tener conto del ritardo di fase prodotto dallo ZOH è necessario garantire un margine di fase (nel tempo continuo) di $45° + 50\,\dfrac{0.01}{2}\,\dfrac{180°}{\pi} = 60°$

L'amplificazione richiesta è di $-|L_1(j50)|_{dB} \simeq 10$ dB.

Si può utilizzare una rete amplificatrice con $m = 14$ e $\omega T = 3 \Rightarrow T = 3/50$.

Pertanto: $R(s) = \frac{160}{s} \cdot \frac{1+s\,3/50}{1+s\,3/(50\cdot 14)}$ e, utilizzando il metodo di Tustin:

$M^*(z) = 6.0667\,\frac{(z-0.8462)(z+1)}{(z-1)(z+0.1667)}$. Con tale regolatore si ottiene $s\% \simeq 20\%$.

Si noti che, in tutte le soluzioni, il regolatore ottenuto è proprio. Per renderlo strettamente proprio, si potrebbe aggiungere un polo ad alta frequenza (vicino allo 0) o proprio in $z=0$. Si noti, tuttavia, che l'aggiunta di tale polo può portare anche una significativa riduzione della fase del regolatore alla frequenza ω_c, con conseguente incremento della sovraelongazione.
Ad esempio, un polo $\frac{1}{z}$ ha risposta in frequenza $\frac{1}{e^{-j\omega T}}$ e introduce un ritardo di fase $\Delta\varphi = -\frac{\omega T \cdot 180°}{\pi}$.

Nel caso $\omega_c = 50$ rad/sec e $T = 0.01$ s risulta $\Delta\varphi = -28.6°$!
A tale ritardo di fase si potrebbe rimediare progettando un regolatore nel tempo continuo che, alla pulsazione ω_c, garantisce un anticipo aggiuntivo di $\Delta\varphi$, cosa che complica il progetto, a meno che tale anticipo non sia di poche gradi (ma questo dipende dal prodotto $\omega_c T$ e quindi dalla scelta della banda passante e del tempo di campionamento.

LUOGO DELLE RADICI IN Z (SENZA LA SPECIFICA 2)

Per poter utilizzare tale metodo è necessario calcolare il modello a dati campionati del processo G(s). Si può usare il comando MATLAB:

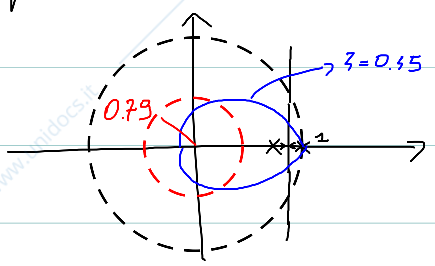
c2d(G, 0.01)

che produce: $G^*(z) = \dfrac{0.04901}{z - 0.9608}$

Per soddisfare la specifica 1 è necessario realizzare una funzione di anello di tipo 1, e quindi utilizzare un regolatore del tipo:

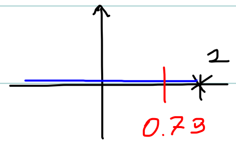
$R_1^*(z) = \dfrac{\mu_R^*}{z-1} \longrightarrow L_1^*(z) = \dfrac{\mu_R^*}{z-1}\,\dfrac{0.04901}{z-0.9608}$

La specifica 3) impone la scelta di poli dominanti con parte reale minore di $-\xi\omega_n = -\dfrac{4,6}{T_{a1}} = -\dfrac{4.6}{0.2} = -23$ (Vedi soluzioni precedenti) cui corrispondono poli nel tempo discreto con modulo $r < e^{-23T} = 0.7945$ e $\xi \geq 0.45$. Il luogo delle radici e la regione di appartenenza dei poli dominanti hanno la forma:



Per poter modificare il luogo in maniera favorevole si può pensare di introdurre uno zero in +0.9608 per cancellare il polo del processo, e pertanto il regolatore diventa:

$$R^*(z) = \frac{\mu_R^*}{z-1}(z-0.9608) \Rightarrow L^*(z) = \frac{\mu_R^*}{z-1}\, 0.04901$$



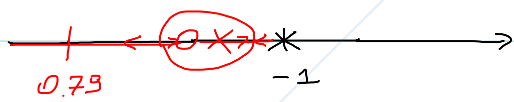
Il relativo luogo delle radici è quello a sinistra, caratterizzato da un unico polo che, al crescere di μ_R, si sposta verso sinistra. Utilizzando MATLAB, la condizione di modulo per la punteggiatura del luogo, si trova che il valore di $\rho_R^* = \mu_R^* \cdot 0.04901$ per il quale il polo raggiunge la circonferenza di raggio $r = 0.79$ è: $\rho_R = |1-0.79| = 0.21$

$$\Rightarrow \mu_R^* = \frac{0.21}{0.04901} \simeq 4{,}29$$

N.B. In virtù della corrispondenza $\frac{1}{s^\ell} \longleftrightarrow T^\ell\left(\frac{z}{z-1}\right)^\ell$ o anche $\frac{T^\ell}{(z-1)^\ell}$ tra integratori a tempo continuo e a tempo discreto, se μ_L è la costante di guadagno di $L(s)$, la corrispondente costante di guadagno di $L^*(z)$ è $\mu_L^* = \mu_L T^\ell$.

Con tale valore di μ_R^*, la costante di guadagno di $L^*(z)$ è $\mu_L^* = 0.04901 \cdot \mu_R^* =$ $= 0.21$, a cui corrisponde $\mu_L = \frac{0.21}{T} = 21$ nel tempo continuo. Pertanto la specifica 2) non sarebbe soddisfatta.

Si potrebbe modificare il luogo con una coppia polo-zero vicina al punto -1, ma trovare la posizione del polo e dello zero non è così semplice come nel tempo continuo.



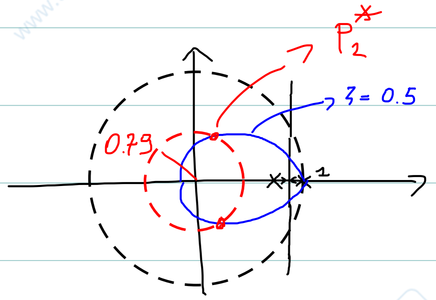
Il motivo è che, a differenza dei

sistemi a tempo discreto, il guadagno della coppia polo-zero dipende da:

$$B^*(z) = \frac{z-p_z}{z-p_p} \Rightarrow B^*(0) = \frac{1-p_z}{1-p_p}$$ e non da p_z/p_p come

nel caso dei sistemi a tempo continuo.

Per contro, si può provare a rendere il regolatore strettamente proprio tollerando sovraelongazione. Ad esempio, partendo dal fatto che le specifiche sul comportamento transitorio sono soddisfatte con il segno di uguaglianza della coppia di poli a tempo continuo:



$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

con $\zeta = 0.5$ e $\omega_n = 46$, risulta:

$p_{1,2} = -23 \pm j39.83$, da cui:

$\bar{p}_{1,2} = e^{p_{1,2}T} = 0.723 \pm 0.3082$;

Tali poli si possono ottenere a ciclo chiuso utilizzando il regolatore:

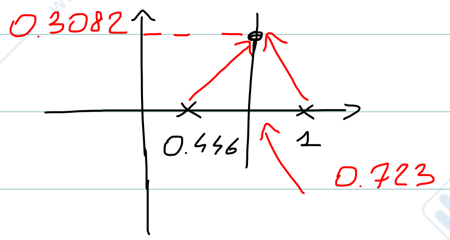
$$R^*(z) = \frac{\mu_R^*}{z-1}\,\frac{z-0.3808}{z+p}$$, in cui il polo p deve essere scelto in modo

che il luogo delle radici abbia il punto di incrocio degli asintoti in

$$x_a = \frac{p+1}{2} = Re(\bar{p}_{1,2}) = 0.723 \Rightarrow \bar{p} = 2 \cdot 0.723 - 1 = 0.446$$

Pertanto: $L^*(z) = \frac{\mu_R^*}{z-1}\,\frac{0.04301}{z-0.446}$ e la costante di guadagno $\rho^* = \mu_R^* 0.04301$

si può trovare nel luogo delle radici disegnato con MATLAB, oppure con la condizione di modulo:



$$\rho = |0.723 + 0.3082\,j - 1|^2 = 0.1717$$

Da cui: $\mu_R = \overset{*}{\rho}/0.04901 = 3.5037 \simeq 3.5$

Con il regolatore $R^*(z) = \dfrac{3.5}{z-1}\,\dfrac{z-0.9608}{z-0.446}$ si ottiene

una risposta al gradino con: $s\% \simeq 16\%$ e $T_{a1} \simeq 0.2s$

ASSEGNAMENTO DEL MODELLO (SENZA SPECIFICA 2)

Una funzione di trasferimento $F^*(z)$ che soddisfa le specifiche 1) e 3) ha la forma:

$$F^*(z) = \frac{\mu_F}{(z-\bar{p}_{12})(z-\bar{p}^*_{12})}$$

dove $\bar{p}_{12}$ e $\bar{p}^*_{12}$ sono i poli complessi coniugati calcolati nella soluzione precedente e μ_F è una costante di guadagno calcolata in modo che $F^*(1) = 1$, ovvero:

$$F^*(z) = \frac{1}{5.8242z^2 - 8.4121z + 3.597}$$

Scegliendo F^* di grado relativo 2, $R^*(z)$ sarà strettamente proprio con grado relativo 1: $R^*(z) = \dfrac{1}{G^*(z)}\cdot\dfrac{F^*}{1-F^*} = \dfrac{3.5}{z-1}\,\dfrac{z-0.9608}{z-0.446}$, ottenendo quindi la stessa identica soluzione trovata con il luogo delle radici.

ASSEGNAMENTO DEI POLI (SENZA SPECIFICA 2)

Per poter avere un sistema di tipo 1 è necessario considerare il processo aumentato $\tilde{G}^*(z) = \frac{G^*(z)}{z-1}$, dove l'assenza di "$z$" a numeratore consente di ottenere un regolatore strettamente proprio.

Dal momento che $\tilde{G}^*(z)$ è del secondo ordine, è sufficiente un regolatore del 1° ordine

$$R^*(z) = \frac{q_1 z + q_0}{p_1 z + p_0}$$

La Funzione $F^*(z)$ ha 3 poli: 2 si possono scegliere come nella soluzione precedente, il terzo polo si può scegliere ad alta frequenza, ad esempio in $z=0.1$ Pertanto:

$$C(z) = (5.824z^2 - 8.421z + 3.537)(z-0.1) = 5.824z^3 - 9.003z^2 + 4.433z - 0.3537$$

Tale polinomio va uguagliato a: $N_R N_G + D_R D_G$. I calcoli sono omessi.