ESERCIZIO

Si debba progettare un sistema di controllo per un sistema con 2 ingressi e 2 uscite descritto dalla matrice di trasferimento

$$G(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{s+1} & \dfrac{2}{s+1} \\ \dfrac{-1}{s+1} & \dfrac{-1}{s+1} \end{bmatrix}$$

Si richiede che per ognuna delle due variabili controllate il sistema garantisca l'annullamento asintotico dell'errore nel caso di un riferimento a scalino e che il tempo di assestamento sia inferiore a 4 secondi.

1) Progettare il sistema di controllo utilizzando un regolatore di disaccoppiamento.

2) Progettare il sistema di controllo con il vincolo di impiegare uno schema decentralizzato.

TRACCIA DELLA SOLUZIONE

Si osservi innanzitutto che la specifica di progetto sull'annullamento dell'errore asintotico rende necessario l'uso di regolatori dotati di azione integrale.

Inoltre, la specifica sul tempo di assestamento risulta soddisfatta progettando regolatori che, facendo riferimento al singolo anello di regolazione, consentano di ottenere un margine di fase elevato ($\varphi_m > 75°$) con una pulsazione critica $\omega_c \geq 5/4 = 1.25$ rad/s.

1) Schema con disaccoppiatore

Un possibile disaccoppiatore, ricavato mediante lo schema di disaccoppiamento "in avanti", è dato da

$$\Delta(s) = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

che produce il sistema disaccoppiato

$$G'(s) = G(s)\Delta(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{-1}{s+1} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

I due regolatori (PI) possono essere a questo punto progettati in maniera indipendente scegliendo ad esempio

$$R_1'(s) = \frac{-2(s+1)}{s} \quad , \quad R_2'(s) = \frac{2(s+1)}{s}$$

in modo da garantire su entrambi gli anelli di regolazione $\varphi_m = 90°$ e $\omega_c = 2$.

2) Schema decentralizzato

Dall'esame della matrice dei guadagni relativi risulta $\lambda = -1$. Ciò fa ritenere che sia più opportuno utilizzare gli accoppiamenti ingresso-uscita $\{u_2, y_1\}$, $\{u_1, y_2\}$.

Si rietichettino quindi gli ingressi nel modo seguente: $\bar{u}_1 = u_2$, $\bar{u}_2 = u_1$. Di conseguenza la nuova matrice di trasferimento è

$$\bar{G}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{s+1} & \dfrac{1}{s+1} \\ \dfrac{-1}{s+1} & \dfrac{-1}{s+1} \end{bmatrix}$$

ottenuta da $G(s)$ scambiando le colonne.

Adottando la procedura di sintesi "sequenziale" si progetti prima il regolatore per il sistema con ingresso $\bar{u}_1$ e uscita y_1 che è descritto dalla funzione di trasferimento $\bar{G}_{11}(s) = 2/(s+1)$.

Si può ad esempio scegliere

$$\bar{R}_1(s) = \frac{s+1}{s}$$

in modo da ottenere $\varphi_m = 90°$ e $\omega_c = 2$.

La funzione di trasferimento tra $\bar{u}_2$ e y_2 a regolatore $\overline{R}_1(s)$ inserito vale

$$\overline{G}_{22}^*(s) = \overline{G}_{22}(s) - \frac{\overline{G}_{12}(s)\overline{G}_{21}(s)\overline{R}_1(s)}{1+\overline{G}_{11}(s)\overline{R}_1(s)} = \frac{-1}{s+2}$$

Per garantire il rispetto delle specifiche, il regolatore $\overline{R}_2(s)$ può essere allora scelto come

$$\overline{R}_2(s) = \frac{-2(s+2)}{s}$$

Va osservato che questa procedura sequenziale, pur assicurando la stabilità del sistema complessivo, non dà garanzie sulle prestazioni.

In effetti mediante una simulazione si può notare che il sistema di controllo è stabile ma i tempi di risposta della variabile y_1 sono decisamente maggiori rispetto a quelli presunti.