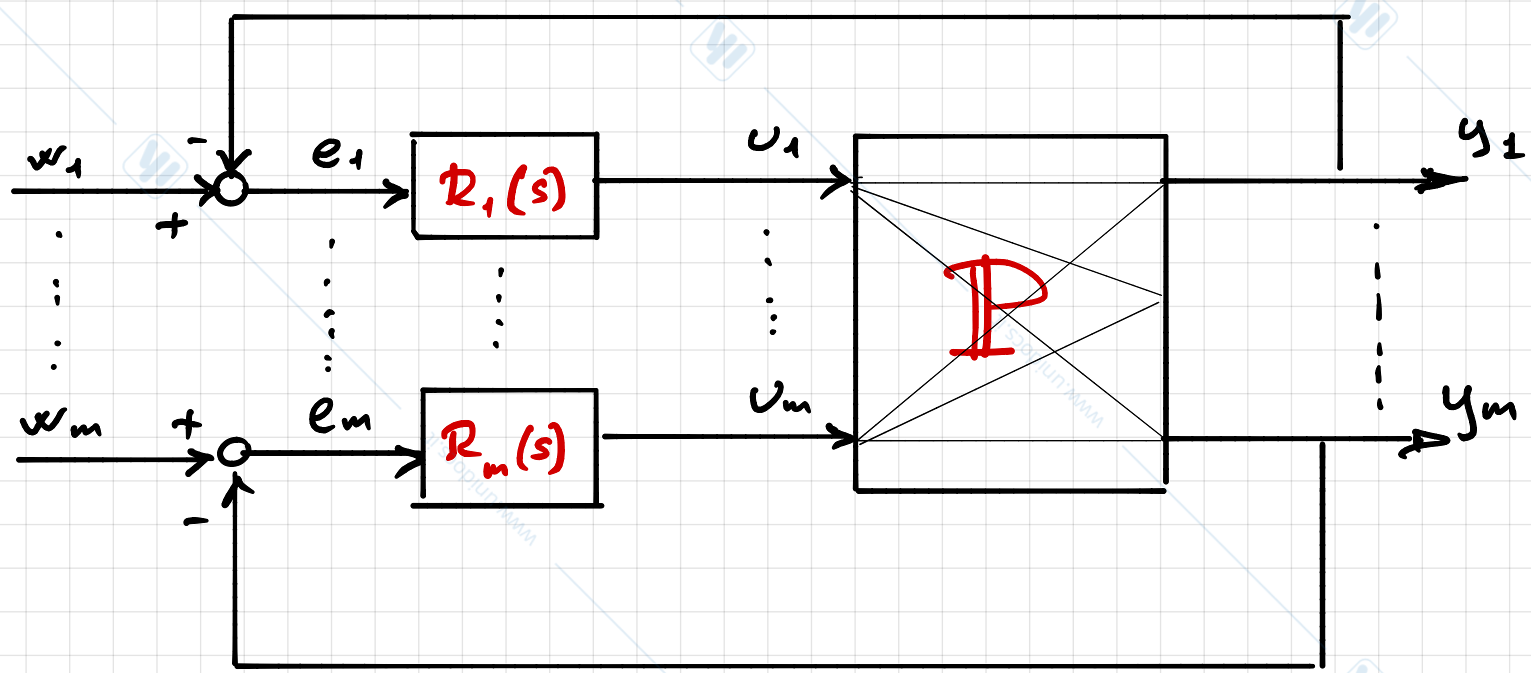
CONTROLLO DECENTRALIZZATO

- CONTROLLO DECENTRALIZZATO



- PROBLEMI

1. COME SCEGLIERE LE COPPIE $\{u_i, y_j\}$
2. COME PROGETTARE I REGOLATORI $R_i(s)$

- MATRICE DEI GUADAGNI RELATIVI (RGA, RELATIVE GAIN ARRAY)

- UTILE PER:
  - VALUTARE IL GRADO DI INTERAZIONE
  - SCEGLIERE I MIGLIORI ACCOPPIAMENTI I/O

- IPOTESI
  1. $G(s)$ AS. STABILE
  2. $\det G(0) \neq 0$

- DEFINIZIONE

RGA $\boxed{\Lambda = G(0) \odot \left(G(0)^{-1}\right)'}$ MATRICE $m \times m$

PRODOTTO DI SCHUR (o HADAMARD)
(ELEMENTO PER ELEMENTO)

- SE $\Lambda \simeq I_m \Longrightarrow$ INTERAZIONE DEBOLE CON GLI ACCOPPIAMENTI $\{u_i, y_i\}$

- GIUSTIFICAZIONE

1. $G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & 0 \\ 0 & G_{22}(s) \end{bmatrix} \Longrightarrow \Lambda = I_2$

DIAGONALE

SCELTA OTTIMA $\{u_1, y_1\}, \{u_2, y_2\}$

2. $G(s) = \begin{bmatrix} 0 & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & 0 \end{bmatrix} \Longrightarrow \Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \neq I_2$

SCELTA ERRATA DELLE COPPIE I/O

3. $G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & 0 \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \Longrightarrow \Lambda = I_2$

TRIANGOLARE

SCELTA OTTIMA $\{u_1, y_1\}, \{u_2, y_2\}$

- PER UNA SPIEGAZIONE PIÙ RIGOROSA:

VEDI PAR. 16.7.1 LIBRO BSS

- OSSERVAZIONE

- RIORDINARE GLI INGRESSI $\Longleftrightarrow$ RIORDINARE COLONNE DI $G(s)$

$\Updownarrow$

RIORDINARE COLONNE DI Λ

- PER TROVARE I MIGLIORI ACCOPPIAMENTI:

  - CALCOLARE Λ CON GLI ACCOPPIAMENTI NATURALI $\{u_i, y_i\}$
  - CALCOLARE L'INSIEME $\{\Lambda_{PERM}\}$ DELLE MATRICI OTTENUTE DA Λ PERMUTANDO LE COLONNE
  - SCEGLIERE $\Lambda^* \in \{\Lambda_{PERM}\}$ CHE MINIMIZZA $\|\Lambda_{PERM} - I_m\|$

- CASO $m=2$

$$G(0) = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} \\ \mu_{21} & \mu_{22} \end{bmatrix} \qquad G(0)^{-1} = \frac{1}{\det G(0)} \begin{bmatrix} \mu_{22} & -\mu_{12} \\ -\mu_{21} & \mu_{11} \end{bmatrix}$$

$$\left(G(0)^{-1}\right)' = \frac{1}{\det G(0)} \begin{bmatrix} \mu_{22} & -\mu_{21} \\ -\mu_{12} & \mu_{11} \end{bmatrix} \qquad \det G(0) = \mu_{11}\mu_{22} - \mu_{12}\mu_{21}$$

$$\Lambda = G(0) \odot \left(G(0)^{-1}\right)' = \frac{1}{\det G(0)} \begin{bmatrix} \mu_{11}\mu_{22} & -\mu_{12}\mu_{21} \\ -\mu_{12}\mu_{21} & \mu_{11}\mu_{22} \end{bmatrix}$$

- PONENDO $\boxed{\lambda = \frac{\mu_{11}\mu_{22}}{\det G(0)}} \Longrightarrow \boxed{\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda & 1-\lambda \\ 1-\lambda & \lambda \end{bmatrix}}$

- SE $\lambda = 1 \Longrightarrow \Lambda = I_2$

$\lambda = 0 \Longrightarrow \Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ MA, SCAMBIANDO GLI INGRESSI u_i $\Longrightarrow \bar{\Lambda} = I_2$

- CASO $m=2$ (SEGUE)

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda & 1-\lambda \\ 1-\lambda & \lambda \end{bmatrix} \qquad \bar{\Lambda} = \begin{bmatrix} 1-\lambda & \lambda \\ \lambda & 1-\lambda \end{bmatrix}$$

A COPPIE $\{u_1, y_1\}, \{u_2, y_2\}$ B COPPIE $\{u_1, y_2\}, \{u_2, y_1\}$

- REGOLA DI SCELTA

$\lambda = 1 \Longrightarrow$ A

$\lambda = 0 \Longrightarrow$ B

$\lambda > \frac{1}{2} \Longrightarrow$ MEGLIO A CHE B

$\lambda < \frac{1}{2} \Longrightarrow$ MEGLIO B CHE A

$$\left.\begin{array}{l} \lambda \gg 1 \\ \lambda \ll 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow \text{FORTE INTERAZIONE}$$

- PROGETTO DEI REGOLATORI $R_i(s)$

1. PROGETTO INDIPENDENTE (IGNORANDO INTERAZIONI)

$\Longrightarrow$ NESSUNA GARANZIA DI STABILITÀ E PRESTAZIONI

2. PROGETTO SEQUENZIALE (NEL PROGETTO DI $R_i(s)$ SI TIENE CONTO DI $R_1(s), R_2(s), \dots, R_{i-1}(s)$)

$\Longrightarrow$ GARANZIA DI STABILITÀ

- ESEMPIO

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+s)(1+10s)} & \frac{1}{1+10s} \\ 0.3 & \frac{1}{(1+2s)(1+5s)} \end{bmatrix}$$

- SPECIFICHE (PER ENTRAMBI GLI ANELLI)

$$\begin{cases} e(\infty) = 0 \\ \varphi_m \simeq 50^\circ \end{cases}$$ CON RIF. A SCALINO

- SCELTA DEGLI ACCOPPIAMENTI (RGA)

$$G(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix} \Longrightarrow \lambda = \frac{1 \cdot 1}{1-0.3} = \frac{1}{0.7} \simeq 1.43$$

MEGLIO $\{u_1, y_1\}$ $\{u_2, y_2\}$

$\lambda \neq 1$ INTERAZIONE NON TRASCURABILE

1. PROGETTO INDIPENDENTE

$R_1(s)$ PROGETTATO SU $G_{11}(s) = \dfrac{1}{(1+s)(1+10s)}$

$$\boxed{R_1(s) = \frac{1+10s}{s}} \implies L_1(s) = \frac{1}{s(1+s)} \longrightarrow \begin{array}{l} \omega_{c1} \simeq 0.8 \\ \varphi_{m1} \simeq 52^\circ \end{array}$$

$R_2(s)$ PROGETTATO SU $G_{22}(s) = \dfrac{1}{(1+2s)(1+5s)}$

$$\boxed{R_2(s) = \frac{1}{2}\,\frac{1+5s}{s}} \implies L_2(s) = \frac{1}{2s(1+2s)} \longrightarrow \begin{array}{l} \omega_{c2} \simeq 0.4 \\ \varphi_{m2} \simeq 52^\circ \end{array}$$

- SIMULAZIONI

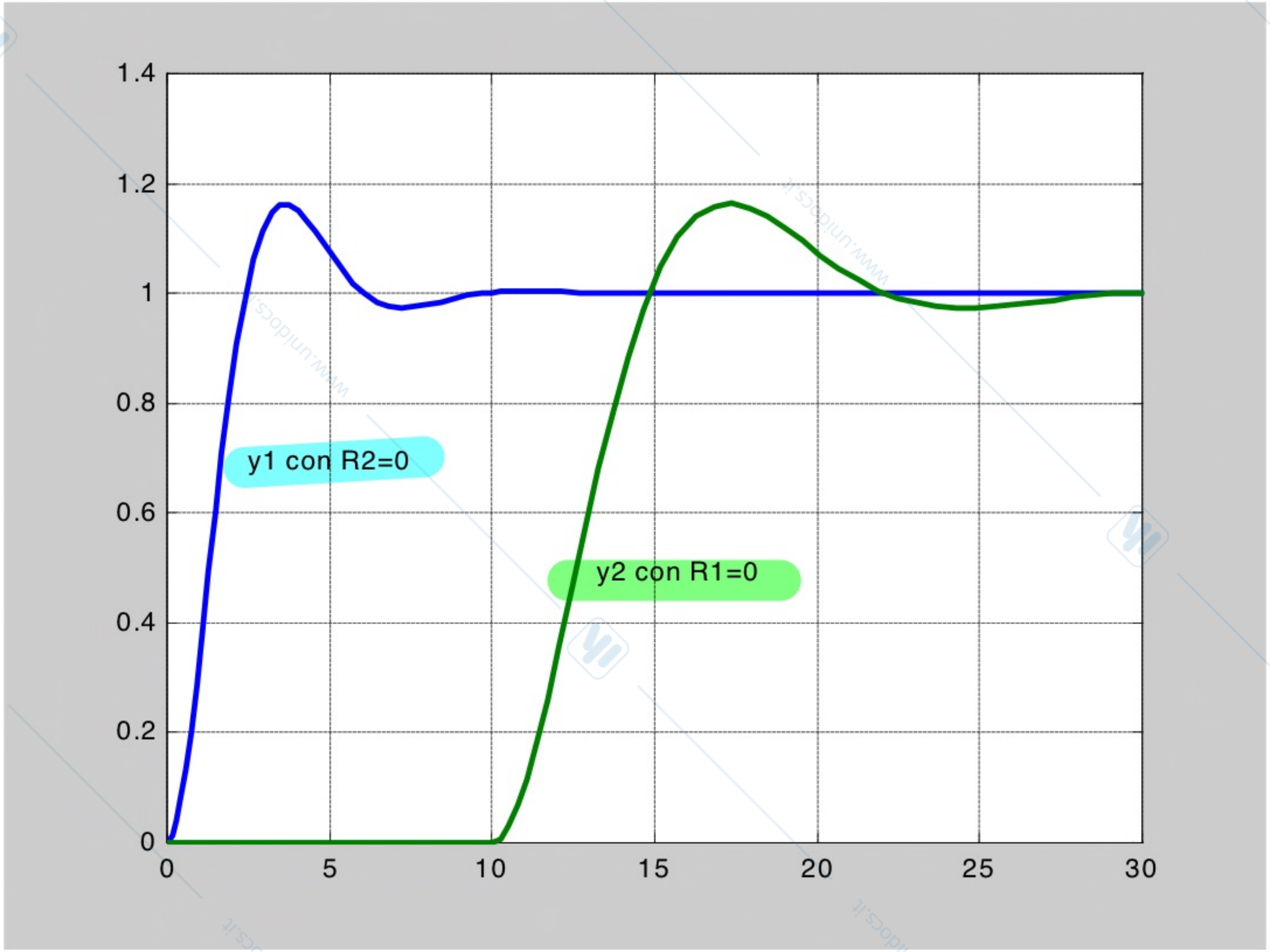
$w_1(t) = sca(t)$

$w_2(t) = sca(t-10)$

- CONTROLLO DI y_1 CON $R_2(s) = 0$ OK
- CONTROLLO DI y_2 CON $R_1(s) = 0$ OK
- CONTROLLO CONGIUNTO DI y_1, y_2

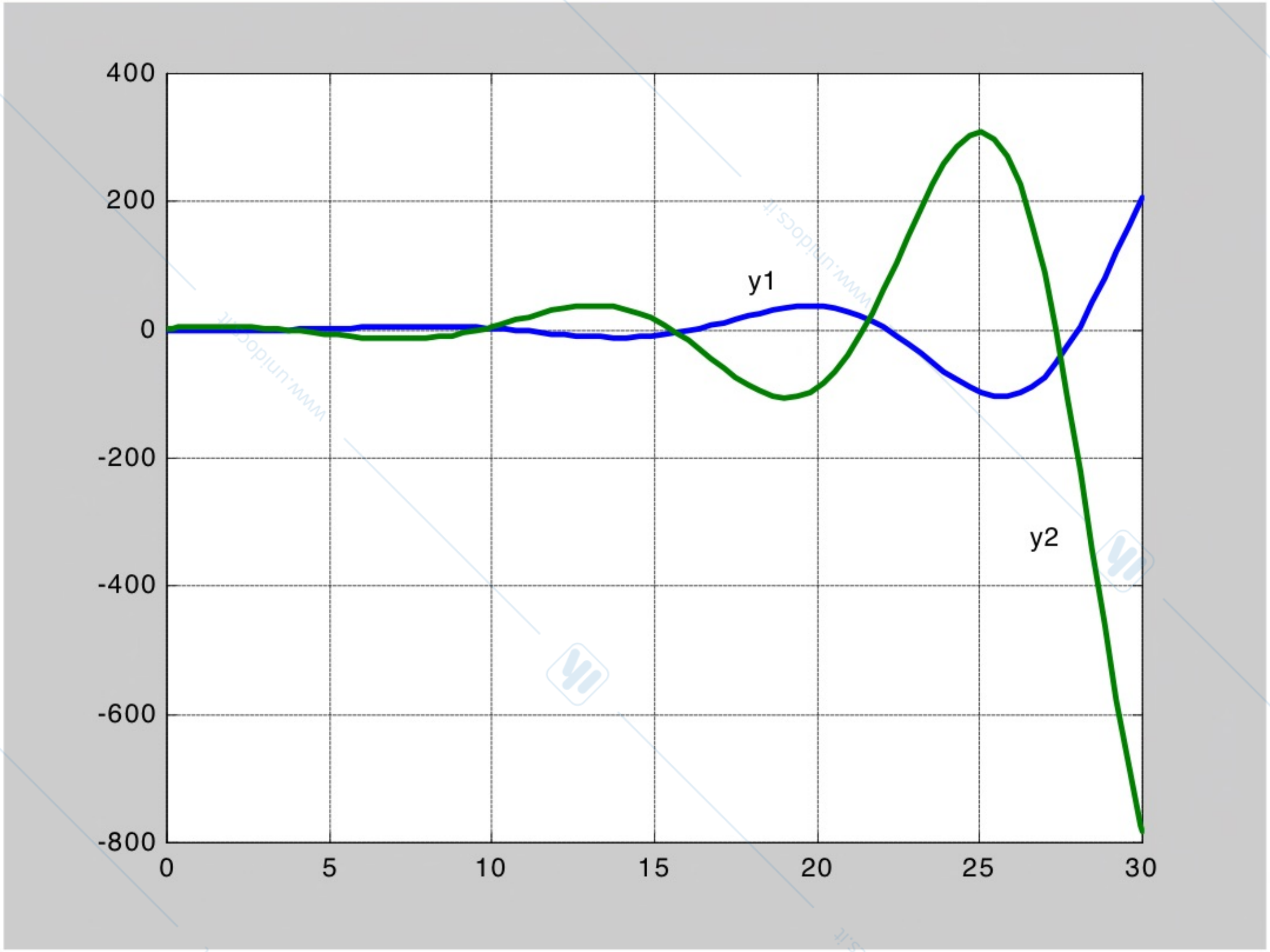
INSTABILE!

1. CONTROLLO DECENTRALIZZATO – PROGETTO INDIPENDENTE
UN SOLO REGOLATORE INSERITO $w_1(t) = sca(t)\ ,\ w_2(t) = sca(t-10)$



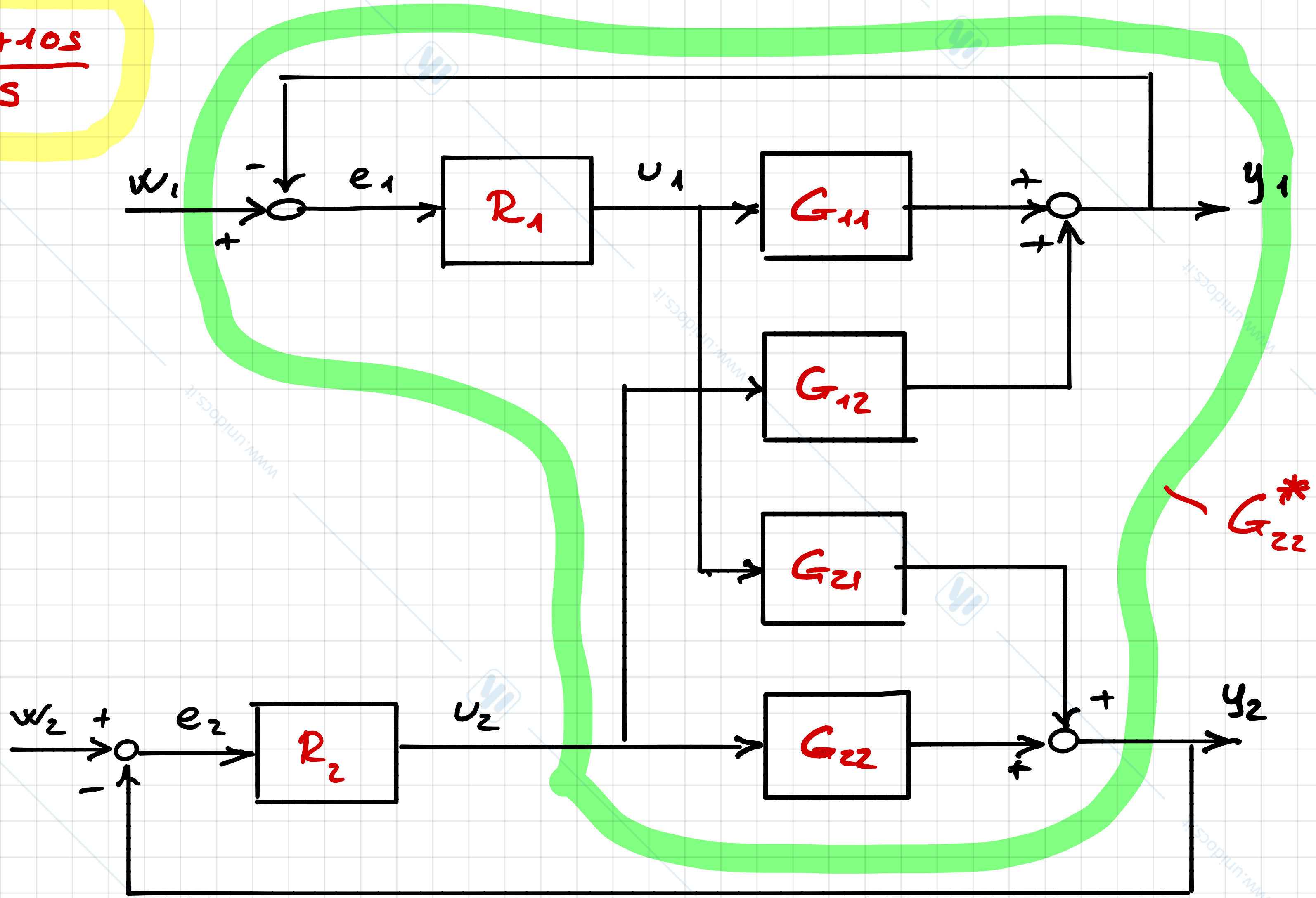
2. CONTROLLO DECENTRALIZZATO – PROGETTO INDIPENDENTE

ENTRAMBI I REGOLATORI INSERITI $w_1(t) = sca(t)\ ,\ w_2(t) = sca(t-10)$



2_ Progetto Sequenziale

$$R_1(s) = \frac{1+10s}{s}$$



- Progetto di $R_2(s)$ su $G_{22}^*(s) = G_{22}(s) + G_{12}(s)\left(\frac{-R_1(s)}{1+R_1(s)G_{11}(s)}\right)G_{21}(s)$

- PROGETTO DI $R_2(s)$

ZERO CON $Re > 0$

$$G_{22}^*(s) = G_{22}(s) + G_{12}(s)\left(\frac{-R_1(s)}{1+R_1(s)G_{11}(s)}\right)G_{21}(s) = \dots = \frac{0.7(1-2s-5.9s^2-4.3s^3)}{(1+2s)(1+5s)(1+s+s^2)}$$

- CON $\bar{R}_2(s) = \dfrac{1+5s}{2s} \Longrightarrow L_2^*(s) = \bar{R}_2(s)\,G_{22}^*(s)$ — $\omega_{c2} \simeq 1$, $\varphi_{m2} < 0$ INSTABILE!

(PROG. INDIP.)

- CON $\boxed{R_2(s) = 0.3\,\dfrac{1+5s}{2s}} \Longrightarrow L_2^*(s) = R_2(s)\,G_{22}^*(s)$

$\omega_{c2} \simeq 0.11$
$\varphi_{m2} \simeq 59°$ ✓

- SIMULAZIONE

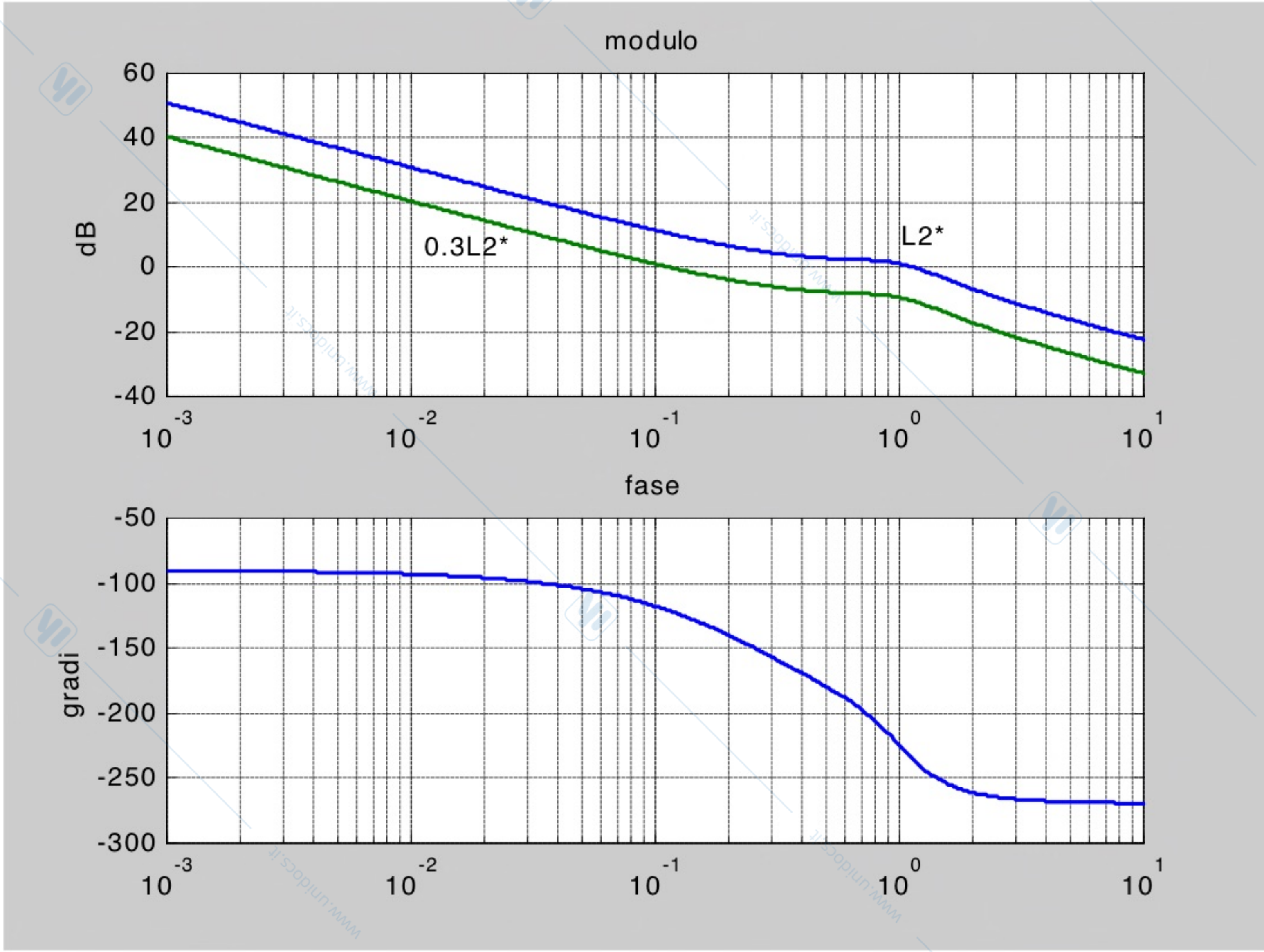
$w_1(t) = sca(t)$

$w_2(t) = sca(t-10)$

PRESTAZIONI ACCETTABILI (ALMENO PER LA STABILITÀ)

3. CONTROLLO DECENTRALIZZATO – PROGETTO SEQUENZIALE

DIAGRAMMI DI BODE PER IL PROGETTO DI R_2



4. CONTROLLO DECENTRALIZZATO – PROGETTO SEQUENZIALE

ENTRAMBI I REGOLATORI INSERITI $w_1(t) = sca(t)$, $w_2(t) = sca(t-10)$