

ESERCIZIO

Si determinino gli equilibri del sistema a tempo discreto

$$x_1(k+1) = 0,2 x_1(k) - x_2^2(k) + u(k)$$

$$x_2(k+1) = x_1(k) + x_2(k)$$

per $u(k) = \text{cost.} = 0,1$.

SOLUZIONE

Per calcolare gli equilibri dobbiamo imporre, com'è noto, che lo stato sia costante, quindi

$$\underline{x}_1 = 0,2 \underline{x}_1 - \underline{x}_2^2 + 0,1$$

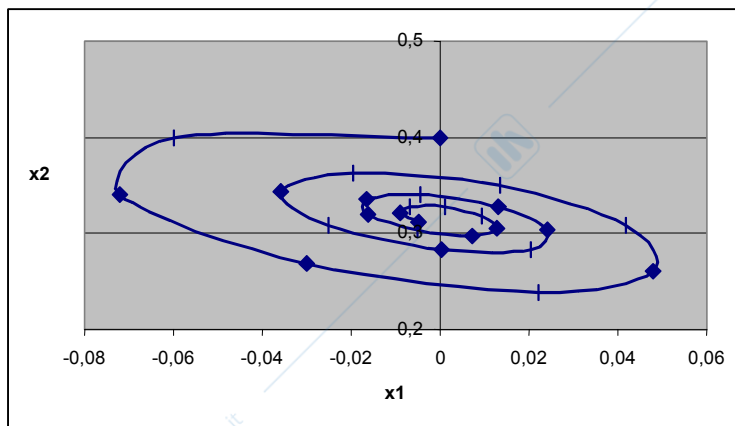
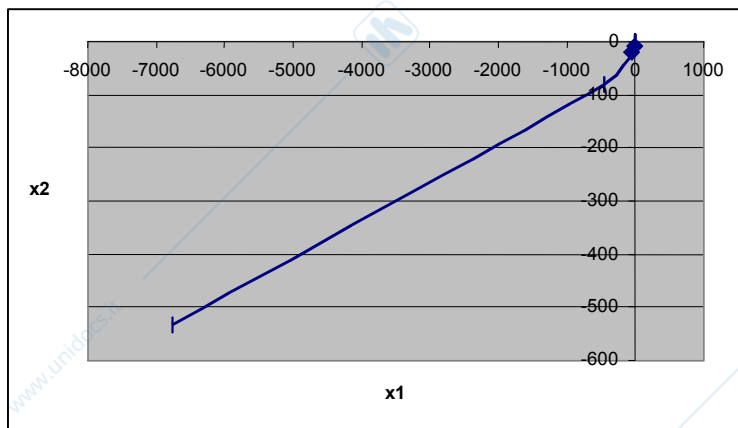
$$\underline{x}_2 = \underline{x}_1 + \underline{x}_2$$

Dalla seconda equazione si vede subito che $\underline{x}_1 = 0$, quindi sostituendo questo valore nella prima equazione, otteniamo

$$\underline{x}_2^2 = 0,1 \text{ cioè } \underline{x}_2 = \pm\sqrt{0,1}$$

Pertanto gli stati di equilibrio del sistema sono due ed esattamente

$$x' = | 0 \quad 0,316 |^T \quad \text{e} \quad x'' = | 0 \quad -0,316 |^T.$$



Calcolando il movimento a partire da due stati iniziali diversi, ad esempio, da $(0; -0,4)$ e da $(0; 0,4)$, si ottengono i movimenti illustrati in figura (sono rappresentate le traiettorie nel piano di stato, con i valori connessi con una curva per facilità di comprensione). Esse mostrano che, nel primo caso si ha un andamento divergente, mentre nel secondo si va verso l'equilibrio x' con un andamento oscillante.

Si lascia al lettore verificare che questo stato di equilibrio è in effetti asintoticamente stabile, mentre x'' è instabile.