ESERCITAZIONE SUL

CONTROLLO MULTIVARIABILE

- ESERCIZIO 1

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+s} & \frac{-1}{1+s} \\ 2 & \frac{1+s}{1+2s} \end{bmatrix}$$

1 - VERIFICARE IPOTESI PER PROGETTO DISACCOPPIATORE

2 - PROGETTARE DISACCOPPIATORE "IN AVANTI" $\Delta(s)$

3 - CALCOLARE $G'(s)$ DEL SISTEMA DISACCOPPIATO

4 - PROGETTARE REGOLATORI $R'_i(s)$ TALI CHE $\begin{cases} \omega_{ci} \geq 0.1 \\ \varphi_{mi} \geq 60^\circ \end{cases} \quad i = 1,2$

5 - SE CONTROLLO DECENTRALIZZATO

SCEGLIERE ACCOPPIAMENTI I/O

- POLI DI $G(s)$: $-1, -0.5 < 0 \Longrightarrow$ AS. STAB

OK

- ZERI DI $G(s)$

$$\det G(s) = \frac{1}{1+2s} + \frac{2}{1+s} = \frac{3+5s}{(1+2s)(1+s)}$$

ZERO IN $-\frac{3}{5} < 0 \Longrightarrow$ OK

$\Longrightarrow$ COND. SUFFICIENTE VERIFICATA

2 - PROGETTO DI $\Delta(s)$

REALIZZABILE

$$\Delta(s) = \begin{bmatrix} 1 & -\dfrac{G_{12}}{G_{11}} \\ -\dfrac{G_{21}}{G_{22}} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\dfrac{2(1+2s)}{1+s} & 1 \end{bmatrix}$$

3 - CALCOLO DI $G'(s)$

$$G'(s) = G(s)\Delta(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{1+s}\left(1+\dfrac{2(1+2s)}{1+s}\right) & 0 \\ 0 & 2+\dfrac{1+s}{1+2s} \end{bmatrix} =$$

$G_1'(s)$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{3+5s}{(1+s)^2} & 0 \\ 0 & \dfrac{3+5s}{1+2s} \end{bmatrix}$$

DIAGONALE

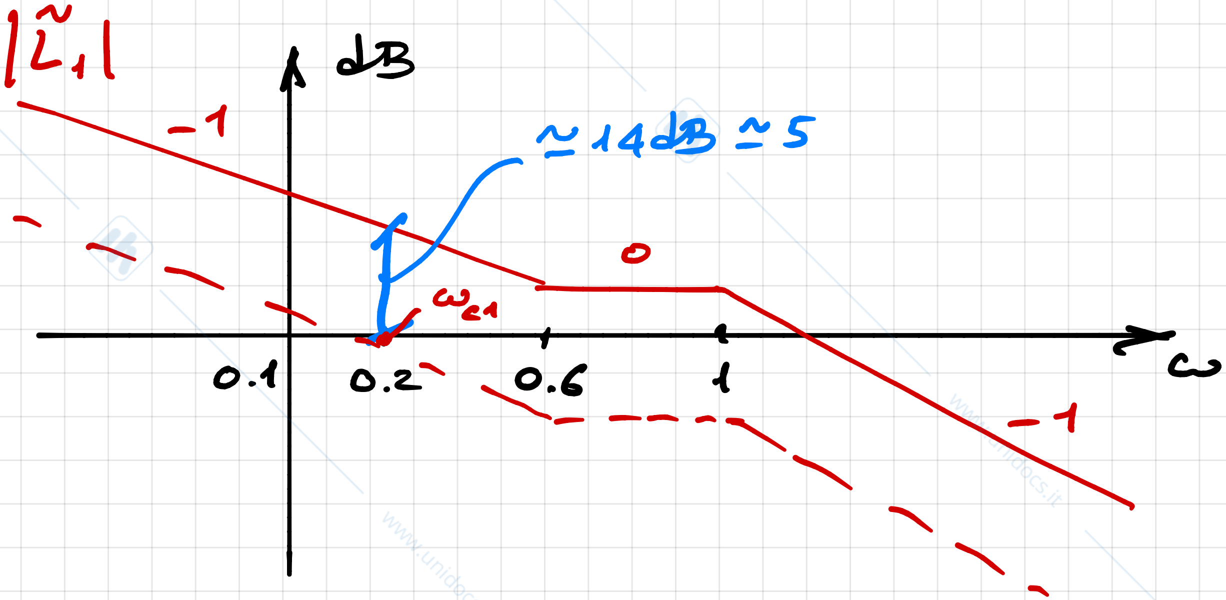
OK

$G_2'(s)$

4 - PROGETTO DI $R_1'(s)$

$$G_1'(s) = \frac{3+5s}{(1+s)^2} \qquad R_1'(s) = \mu_1 \frac{1+s}{s} \implies L_1(s) = 3\mu_1 \frac{1+\frac{5}{3}s}{s(1+s)}$$

$\tilde{L}_1(s)$



$$|3\mu_1|_{dB} = -14dB \implies 3\mu_1 = \frac{1}{5}$$

$\omega_{c1} \simeq 0.2$ OK

$\varphi_{c1} \simeq -90° + \text{arctg}\,\frac{1}{3} - \text{arctg}\,\frac{1}{5} \simeq -83°$

$\varphi_{m1} \simeq 97°$ OK

$$\boxed{R_1'(s) = \frac{1}{15}\,\frac{1+s}{s}}$$

– PROGETTO DI $R_2'(s)$

$$G_2'(s) = \frac{3+5s}{1+2s} \qquad R_2'(s) = \frac{\mu_2}{s} \implies L_2(s) = 3\mu_2 \frac{1+\frac{5}{3}s}{s(1+2s)}$$

– CON $3\mu_2 = \frac{1}{5}$

$\omega_{c2} \simeq 0.2$ OK

$\varphi_{c2} \simeq -90° + \arctan\frac{1}{3} - \arctan\frac{2}{5} \simeq -93°$

$\varphi_{m2} \simeq 87°$ OK

$$R_2'(s) = \frac{1}{15s}$$

– CALCOLO DI $R(s)$

REALIZZABILE

$$R(s) = \Delta(s)R'(s) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{2(1+2s)}{1+s} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{15}\frac{1+s}{s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{15s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1+s}{15s} & \frac{1}{15s} \\ -\frac{2}{15}\frac{1+2s}{s} & \frac{1}{15s} \end{bmatrix}$$

- CONTROLLO DECENTRALIZZATO

$$G(0) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \frac{\mu_{11}\mu_{22}}{\mu_{11}\mu_{22} - \mu_{12}\mu_{21}} = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3} < \frac{1}{2} \Longrightarrow$$

MIGLIORI ACCOPPIAMENTI

$$\{u_2, y_1\}, \{u_1, y_2\}$$

- IL PROGETTO ANDREBBE EFFETTUATO SU

$$\bar{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{12}(s) & G_{11}(s) \\ G_{22}(s) & G_{21}(s) \end{bmatrix}$$

– Esercizio 2

$$G(s) = \begin{bmatrix} 0 & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix}$$

1_ Progettare Disaccoppiatore

2_ Schema a Blocchi Sistema Disaccoppiato

- FORMULA $\Delta_2(s)$ NON APPLICABILE !

- CONVIENE SCAMBIARE LE COLONNE DI $G(s)$

$$G(s) = \begin{bmatrix} 0 & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \xRightarrow{\text{SCAMBIO COLONNE}} \bar{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{12}(s) & 0 \\ G_{22}(s) & G_{21}(s) \end{bmatrix}$$

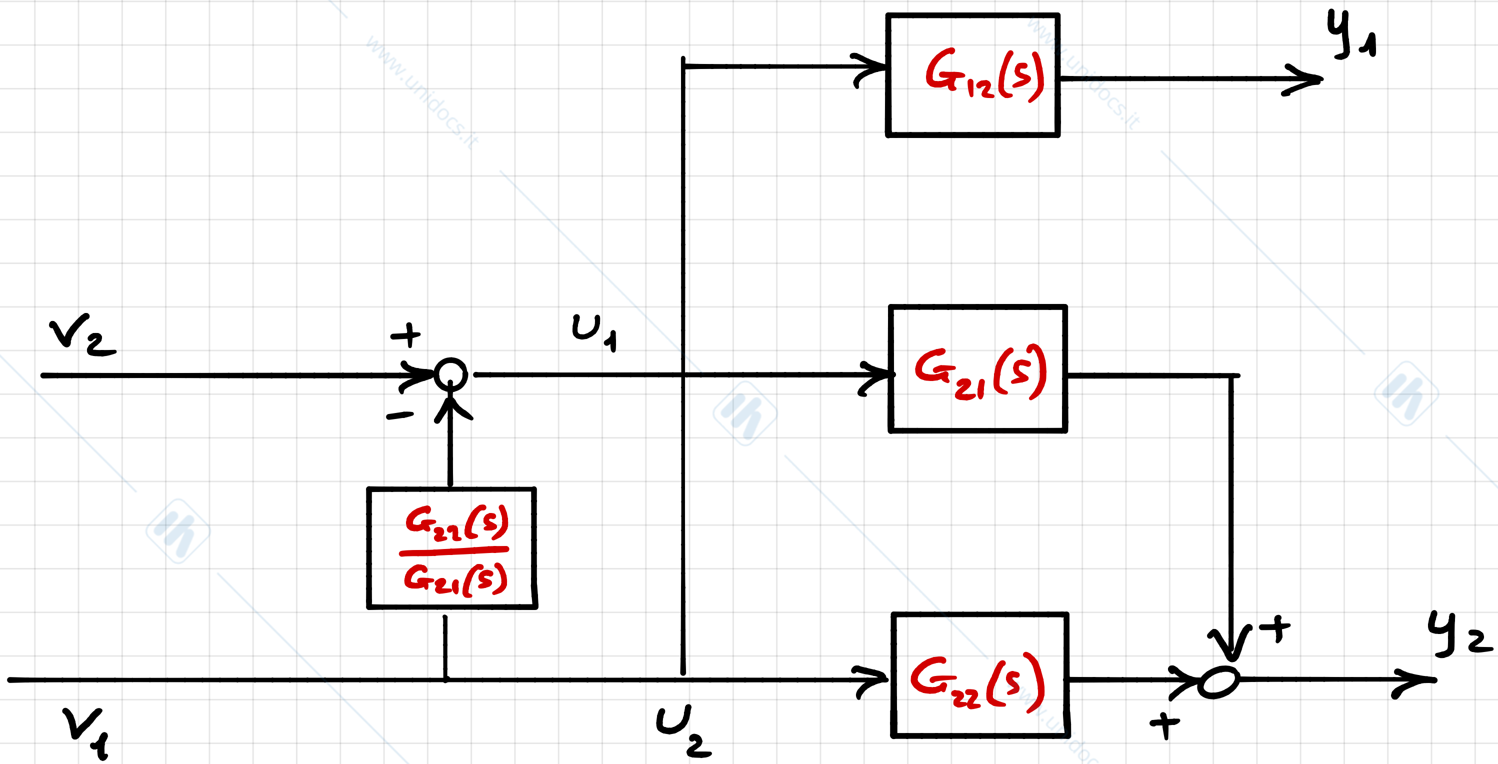
$\Downarrow$ PROGETTO DISACCOPPIATORE

$$\boxed{\Delta(s) = \begin{bmatrix} -\frac{G_{22}(s)}{G_{21}(s)} & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}} \xLeftarrow{\text{SCAMBIO RIGHE}} \bar{\Delta}(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{G_{22}(s)}{G_{21}(s)} & 1 \end{bmatrix}$$

- IN ALTERNATIVA, SI PUÒ CERCARE $\Delta(s) = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{bmatrix}$

TALE CHE $G(s)\Delta(s)$ SIA DIAGONALE

2) - Schema a blocchi



V_1 influenza solo y_1 $\Longrightarrow$ $R_1'(s)$ progettato su $G_{12}(s)$

V_2 influenza solo y_2 $R_2'(s)$ progettato su $G_{21}(s)$

ESERCIZIO 3

CONTROLLO DECENTRALIZZATO

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1-2s}{1+s} & \frac{-10}{1+10s} \\ \frac{10}{1+s} & \frac{1}{1+10s} \end{bmatrix}$$

1. DETERMINARE I MIGLIORI ACCOPPIAMENTI I/O

2. PROGETTARE REGOLATORI PI IN MODO CHE, PER ENTRAMBI GLI ANELLI, RISULTI $\omega_{ci} \geq 0.4$

① - SCELTA ACCOPPIAMENTI CON RGA

$$G(0) = \begin{bmatrix} 1 & -10 \\ 10 & 1 \end{bmatrix} \qquad \lambda = \frac{1}{101} < \frac{1}{2} \Longrightarrow \{u_2, y_1\}, \{u_1, y_2\}$$

MIGLIORI ACCOPPIAMENTI

② - PROGETTO SEQUENZIALE

SCAMBIO COLONNE

$$\bar{G}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{-10}{1+10s} & \dfrac{1-2s}{1+s} \\ \dfrac{1}{1+10s} & \dfrac{10}{1+s} \end{bmatrix}$$

$\bar{G}_{11}(s)$ $\qquad$ $\bar{G}_{22}(s)$

NUOVE VARIABILI

$\bar{u}_1 = u_2 \quad , \quad \bar{u}_2 = u_1$

- PROGETTO DI $R_1(s)$ SU $\bar{G}_{11}(s)$

$\mu_1 < 0$

$\omega_{c1} = -10\mu_1 \geq 0.4$

$$R_1(s) = \mu_1 \frac{1+10s}{s} \Longrightarrow L_1(s) = R_1(s)\bar{G}_{11}(s) = -\frac{10\mu_1}{s}$$

CON $\mu_1 = -0.05 \Longrightarrow \begin{cases} \omega_{c1} = 0.5 \\ \varphi_{m1} = 90^\circ \end{cases}$ OK

PROGETTO DI $R_2(s)$ SU $\bar{G}^*_{22}(s)$

$$\bar{G}^*_{22}(s) = \bar{G}_{22}(s) - \frac{\bar{G}_{12}(s)\bar{G}_{21}(s)R_1(s)}{1+R_1(s)\bar{G}_{11}(s)} = \frac{10}{1+s} - \frac{-0.05\,\frac{1-2s}{s(1+s)}}{1+\frac{0.5}{s}} =$$

$$= \frac{10}{1+s} + \frac{0.05(1-2s)}{(s+0.5)(1+s)} = \frac{10}{1+s} + \frac{0.1(1-2s)}{(1+2s)(1+s)} =$$

$$= \frac{10(1+2s)+0.1(1-2s)}{(1+2s)(1+s)} = \frac{10.1+19.8s}{(1+2s)(1+s)} =$$

$$= 10.1\,\frac{1+1.96s}{(1+2s)(1+s)} \simeq \boxed{\frac{10}{1+s}} = \bar{G}_{22}(s)$$

IN EFFETTI

$$\lambda = \frac{1}{101} \simeq 0$$

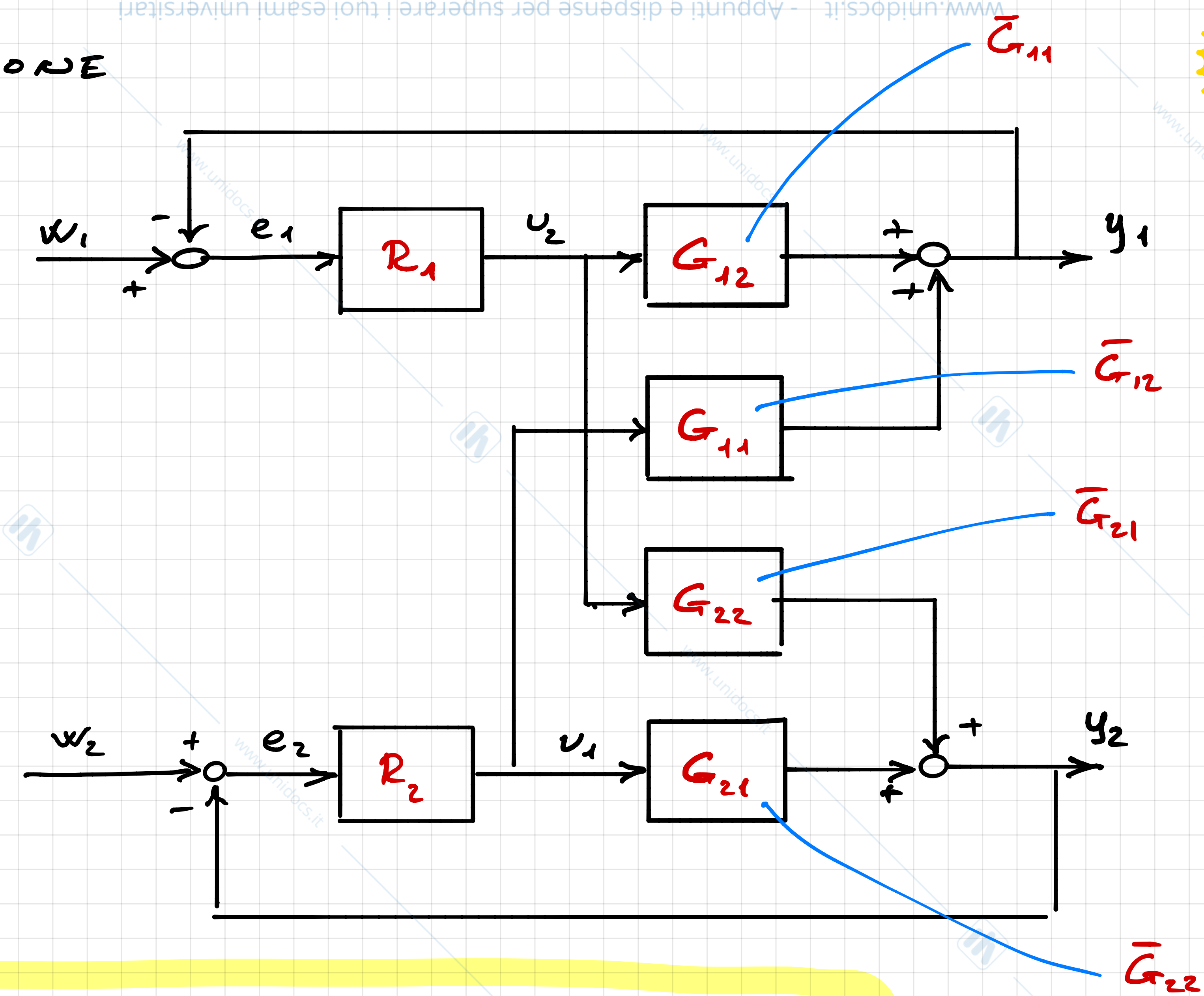
$$R_2(s) = \mu_2\,\frac{1+s}{s} \Longrightarrow L_2(s) = \frac{10\mu_2}{s}$$

$\mu_2 > 0$

$\omega_{c2} = 10\mu_2 \geq 0.4$

CON $\mu_2 = 0.05 \Longrightarrow \begin{cases} \omega_{c2} = 0.5 \\ \varphi_{m2} = 90^\circ \end{cases}$ OK

CONCLUSIONE



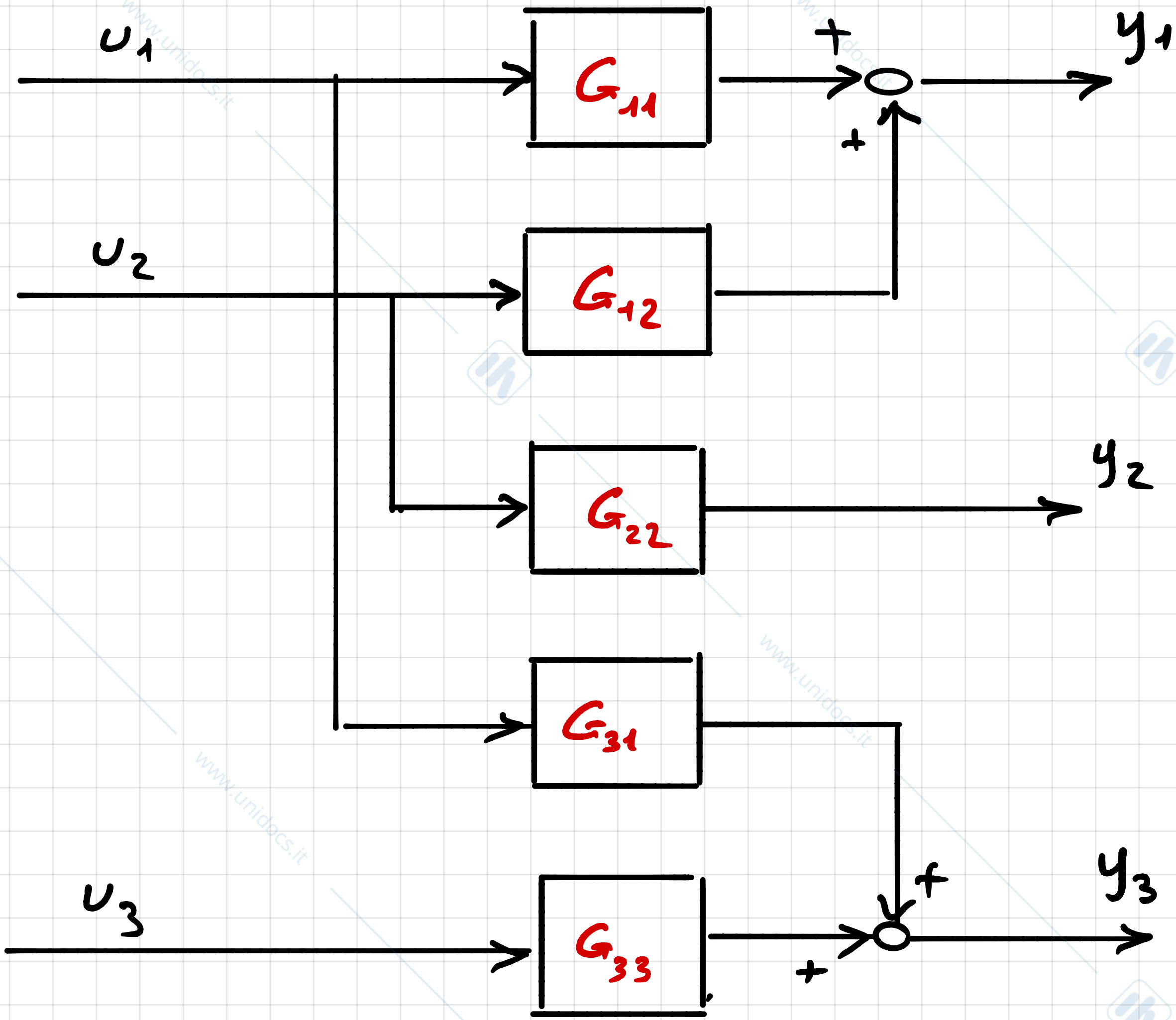
$$R_1(s) = -0.05\,\frac{1+10s}{s} \qquad R_2(s) = 0.05\,\frac{1+s}{s}$$

- ESERCIZIO 4 (NON SVOLTO IN AULA)

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & 0 \\ 0 & G_{22} & 0 \\ G_{31} & 0 & G_{33} \end{bmatrix}$$

1. DISEGNARE SCHEMA A BLOCCHI DI $G(s)$
2. PROGETTARE UN DISACCOPPIATORE $\Delta(s)$

1. Schema a Blocchi



7. Progetto Disaccoppiatore

$$\Delta(s) = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{13} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \Delta_{23} \\ \Delta_{31} & \Delta_{32} & \Delta_{33} \end{bmatrix}$$

(9 PARAMETRI)

$G'(s) = G(s)\,\Delta(s)$ DIAGONALE

$G'_{ij}(s) = 0 \,, \quad i \neq j$

(6 EQUAZIONI)

$\Longrightarrow$ PONIAMO $\Delta_{11} = \Delta_{22} = \Delta_{33} = 1$

(RESTANO 6 PARAMETRI)

$$\begin{cases} G'_{12} = G_{11}\Delta_{12} + G_{12}\cancel{\Delta_{22}}^{\,1} = 0 \\ G'_{13} = G_{11}\Delta_{13} + G_{12}\Delta_{23} = 0 \\ G'_{21} = G_{22}\Delta_{21} = 0 \\ G'_{23} = G_{22}\Delta_{23} = 0 \\ G'_{31} = G_{31}\cancel{\Delta_{11}}^{\,1} + G_{33}\Delta_{31} = 0 \\ G'_{32} = G_{31}\Delta_{12} + G_{33}\Delta_{32} = 0 \end{cases}$$

$$\Delta_{12} = -\frac{G_{12}}{G_{11}}$$

$$\Delta_{21} = 0$$

$$\Delta_{23} = 0$$

$$\Delta_{31} = -\frac{G_{31}}{G_{33}}$$

$$\Delta_{13} = 0$$

$$\Delta_{32} = \frac{G_{31}}{G_{33}}\,\frac{G_{12}}{G_{11}}$$

SOLUZIONE

$$\Delta(s) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{G_{12}}{G_{11}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{G_{31}}{G_{33}} & \frac{G_{12}G_{31}}{G_{11}G_{33}} & 1 \end{bmatrix}$$

- VERIFICA

DIAGONALE

$$G'(s) = G(s)\Delta(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & 0 & 0 \\ 0 & G_{22} & 0 \\ 0 & 0 & G_{33} \end{bmatrix}$$