www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

ESERCIZIO

Si consideri il seguente sistema a tempo discreto:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & -0.6 \\ 0.4 & 1.1 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} \quad , \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$
$$y(k) = Cx(k)$$

1) Giudicare la stabilità del sistema.

2) Determinare i primi 4 valori $y(0)$, $y(1)$, $y(2)$, $y(3)$ del movimento dell'uscita in risposta ad uno scalino unitario dell'ingresso (cioè quando $u(k) = 1$, $k \geq 0$) a partire da stato iniziale $x(0)$ nullo.

3) Dire se il movimento dell'uscita calcolato al punto precedente converge o meno ad un valore asintotico costante.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

SOLUZIONE

1) Gli autovalori della matrice A valgono 0.8 e 0.3. Poiché entrambi hanno modulo minore di 1, il sistema è asintoticamente stabile.

2) Dall'equazione di stato si ricava:

$$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x(1) = Ax(0) + Bu(0) = \begin{bmatrix} 0 & -0.6 \\ 0.4 & 1.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$x(2) = Ax(1) + Bu(1) = \begin{bmatrix} 0 & -0.6 \\ 0.4 & 1.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.2 \\ 14.7 \end{bmatrix}$$

$$x(3) = Ax(2) + Bu(2) = \begin{bmatrix} 0 & -0.6 \\ 0.4 & 1.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4.2 \\ 14.7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8.82 \\ 21.49 \end{bmatrix}$$

......

Corrispondentemente l'uscita vale

$$y(0) = Cx(0) = 0 \quad , \quad y(1) = Cx(1) = 0 \quad , \quad y(2) = Cx(2) = -4.2 \quad , \quad y(3) = Cx(3) = -8.82 \quad , \quad \ldots$$

3) Poiché il sistema è asintoticamente stabile e l'ingresso è costante ($\bar{u} = 1$), l'uscita tende al valore costante

$$\bar{y} = \mu\bar{u} = C(I - A)^{-1} B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ -0.4 & -0.1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{0.14} \begin{bmatrix} -0.1 & -0.6 \\ 0.4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} = -30$$

dove μ è il guadagno statico.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari