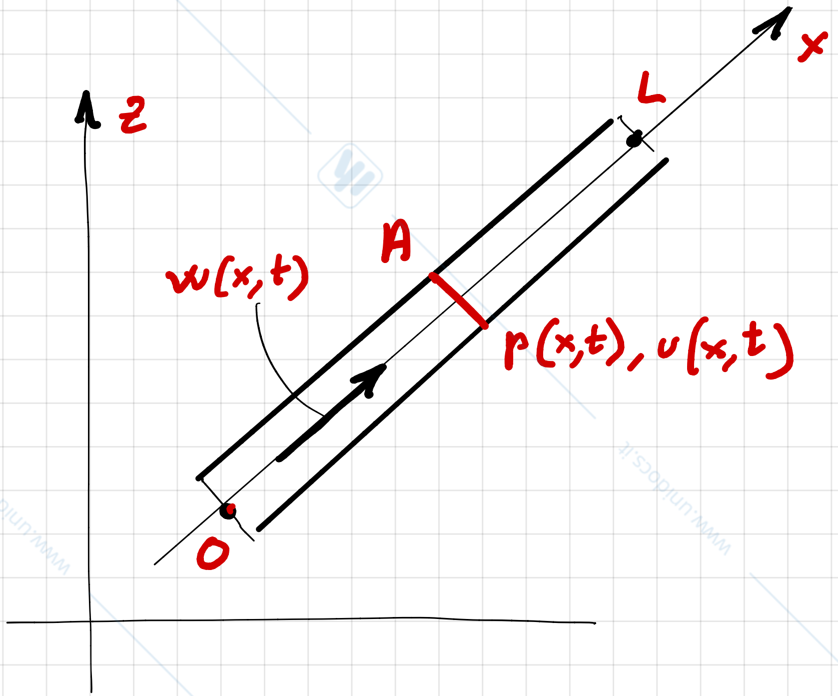
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

CONTROLLO MIMO DI LIVELLO E PORTATA

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

- MODELLO DI UNA CONDOTTA IDRAULICA



$\rho = \text{cost.}$ DENSITÀ

$A = \text{cost.}$ SEZIONE

$w(x,t)$ PORTATA >0

$u(x,t)$ VELOCITÀ >0

$p(x,t)$ PRESSIONE

- CONSERVAZIONE MASSA (1-DIM)

$$\frac{\partial}{\partial x} w(x,t) = 0$$

$\Longrightarrow$ $w(t)$ NON DIPENDE DA x

$u(t) = \dfrac{w(t)}{\rho A}$ NON DIPENDE DA x

- CONSERVAZIONE Q. DI MOTO (1-DIM)

$$\frac{\partial}{\partial t} w(t) = \underbrace{\cancel{-\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho A u^2(t)\right)}}_{=0} - A\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} - \frac{1}{2} c_f \rho u^2(t) \pi D - \rho A g \frac{dz(x)}{dx}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

- TERMINE DI ATTRITO

$$-\frac{1}{2} c_f \rho u^2(t) \pi D = -\frac{1}{2} c_f \rho \frac{w^2(t)}{\rho^2 A^2} \pi D = -\bar{f} w^2(t)$$

$$\bar{f} = \frac{1}{2} c_f \frac{\pi D}{\rho A^2}$$

COEFF. ATTRITO $[kg^{-1}]$

- CONS. Q. DI MOTO

$$\frac{dw(t)}{dt} = -\rho A g \left(\frac{1}{\rho g} \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} + \frac{dz(x)}{dx} \right) - \bar{f} w^2(t) =$$

$$= -\rho A g \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{\left(\frac{p(x,t)}{\rho g} + z(x) \right)}_{z^*(x,t)} - \bar{f} w^2(t)$$

$z^*(x,t)$ ALTEZZA DI CARICO

- INTEGRANDO DA $x=0$ A $x=L$:

$$\int_0^L \frac{dw(t)}{dt} dx = -\rho A g \int_0^L \frac{\partial}{\partial x} z^*(x,t)\, dx - \bar{f} \int_0^L w^2(t)\, dx$$

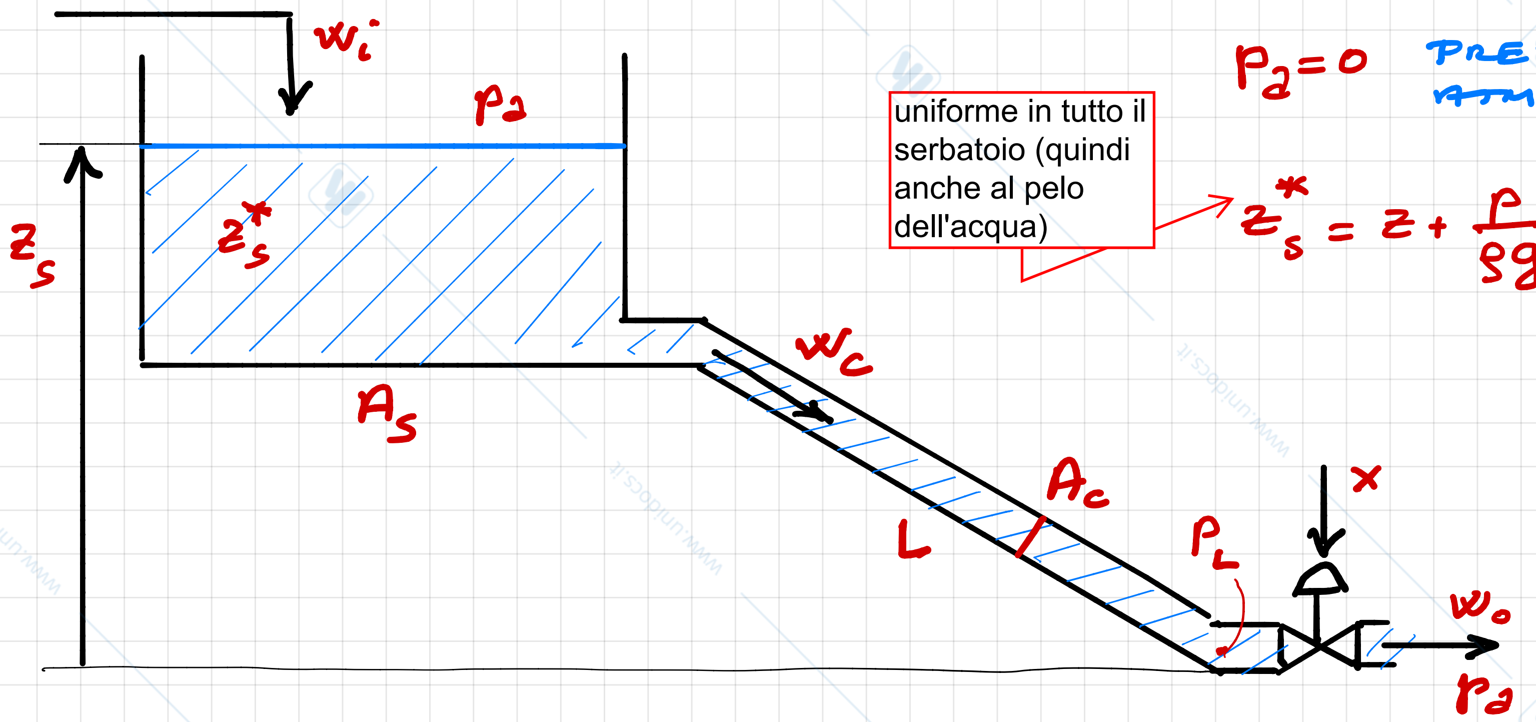
$$L \dot{w}(t) = -\rho A g \left(z^*(L,t) - z^*(0,t) \right) - \bar{f} L w^2(t)$$

$$\Longrightarrow \dot{w}(t) = -\frac{\rho A g}{L} \left(z^*(L,t) - z^*(0,t) \right) - \bar{f} w^2(t)$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

- Controllo di un Processo Serbatoio - Condotta - Valvola



$p_a = 0$ PRESSIONE ATMOSFERICA

uniforme in tutto il serbatoio (quindi anche al pelo dell'acqua)

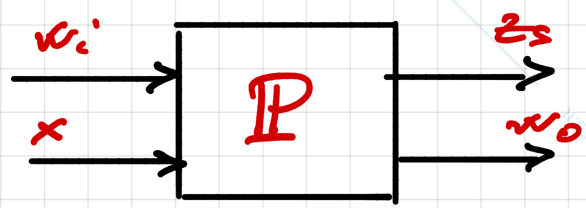
$$z_s^* = z + \frac{p}{\rho g} = z_s$$

ALTEZZA DI CARICO NEL SERBATOIO

considero la pressione pa=0 al pelo dell'acqua

- Problema

Controllo MIMO di z_s, w_o mediante w_i, x



www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

- MODELLO

- SERBATOIO (MASSA) $\qquad \dot{z}_s^*(t) = \dot{z}_s(t) = \dfrac{1}{\rho A_s}\left(w_i(t) - w_c(t)\right)$

- CONDOTTA (MASSA) $\qquad w_c(t) = w_o(t)$

- CONDOTTA (Q. DI MOTO)

$$\dot{w}_o(t) = -\frac{\rho A_c g}{L}\left(\underbrace{z^*(L,t)}_{z^*(L,t)=\frac{p(L,t)}{\rho g}} - \overbrace{z^*(0,t)}^{z^*(0,t)=z_s^*(t)=z_s(t)}\right) - \bar{f}\, w_o^2(t)$$

- VALVOLA (LINEARE) $\qquad w_o(t) = k A_v x(t)\sqrt{\rho\,(p(L,t) - 0)} =$

$$p(L,t) = \frac{w_o^2(t)}{k^2 A_v^2 \rho\, x^2(t)}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\dot{w}_o(t) = \frac{\rho A_c g}{L} z_s(t) - \left(\frac{A_c}{L k^2 A_v^2 \rho\, x^2(t)} + \bar{f}\right) w_o^2(t)}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

- MODELLO

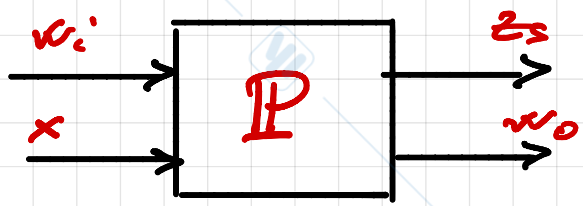
SIST. DINAMICO MIMO 2×2
NON LINEARE
DI ORDINE n=2

$$\begin{cases} \dot{z}_s(t) = \dfrac{1}{\rho A_s}\left(w_i(t) - w_o(t)\right) \\ \dot{w}_o(t) = \dfrac{\rho A_c g}{L} z_s(t) - \left(\dfrac{A_c}{L k^2 A_v^2 \rho x^2(t)} + \bar{f}\right) w_o^2(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} z_s(t) \\ w_o(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

USCITA

INGRESSO

$$u(t) = \begin{bmatrix} w_i(t) \\ x(t) \end{bmatrix}$$



www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

- EQUILIBRIO

$$\begin{cases} \bar{w}_o = \bar{w}_i \\ \bar{z}_s = \dfrac{L}{\rho A_c g}\left(\dfrac{A_c}{L k^2 A_v^2 \rho \bar{x}^2} + \bar{f}\right)\bar{w}_o^2 \end{cases}$$

FISSATI $\bar{w}_i$, $\bar{x}$ L'EQUILIBRIO È UNICO

- LINEARIZZAZIONE

$$\begin{cases} \delta \dot{z}_s(t) = \underbrace{-\dfrac{1}{\rho A_s}}_{-\alpha}\,\delta w_o(t) + \underbrace{\dfrac{1}{\rho A_s}}_{\alpha}\,\delta w_i(t) \\ \delta \dot{w}_o(t) = \underbrace{\dfrac{\rho A_c g}{L}}_{\beta_1}\,\delta z_s(t) \underbrace{- 2\bar{w}_o\left(\dfrac{A_c}{L k^2 A_v^2 \rho \bar{x}^2} + \bar{f}\right)}_{-\beta_2}\delta w_o(t) + \underbrace{\dfrac{2 A_c \bar{w}_o^2}{L k^2 A_v^2 \rho \bar{x}^3}}_{\beta_3}\,\delta x(t) \end{cases}$$

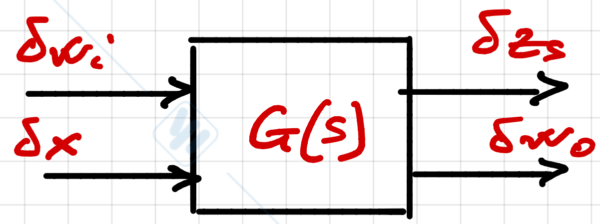
$\Downarrow$

$$\begin{cases} \delta \dot{z}_s(t) = -\alpha\,\delta w_o(t) + \alpha\,\delta w_i(t) \\ \delta \dot{w}_o(t) = \beta_1 \delta z_s(t) - \beta_2 \delta w_o(t) + \beta_3 \delta x(t) \end{cases}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

- MODELLO LINEARIZZATO



$$\begin{cases} \delta \dot{z}_s(t) = -\alpha\,\delta w_o(t) + \alpha\,\delta w_i(t) \\ \delta \dot{w}_o(t) = \beta_1 \delta z_s(t) - \beta_2 \delta w_o(t) + \beta_3 \delta x(t) \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ \beta_1 & -\beta_2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta_3 \end{bmatrix} \qquad C = I$$

- MATRICE DI TRASFERIMENTO

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B = \frac{1}{\underbrace{s^2 + \beta_2 s + \alpha\beta_1}_{\varphi(s)}} \begin{bmatrix} \alpha(s+\beta_2) & -\alpha\beta_3 \\ \alpha\beta_1 & \beta_3 s \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} G_{zw}(s) & G_{zx}(s) \\ G_{ww}(s) & G_{wx}(s) \end{bmatrix}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

- CONTROLLO DECENTRALIZZATO - SCELTA ACCOPPIAMENTI CON RGA

$$G(0) = \begin{bmatrix} \mu_{zw} & \mu_{zx} \\ \mu_{ww} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_2/\beta_1 & -\beta_3/\beta_1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \frac{0}{-\mu_{ww}\mu_{zx}} = 0 \Longrightarrow$$ MIGLIORI ACCOPPIAMENTI

$$\{x, z_s\}, \{w_i, w_o\}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

- ESEMPIO NUMERICO

- DATI

$A_s = 8\ [m^2]$ $A_c = 0.15\ [m^2]$ $L = 15\ [m]$ $\bar{f} = 1.24 \cdot 10^{-6}\ [kg^{-1}]$

$A_v = 35 \cdot 10^{-4}\ [m^2]$ $k = 4$ ($c_f \simeq 0.0035$

$\rho = 1000\ [kg/m^3]$ $g = 9.8\ [m/s^2]$

- EQUILIBRIO

$\bar{w}_i = \bar{w}_o = 70\ [kg/s]$

$\bar{z}_s = 10\ [m]$

$\bar{x} = 0.5048$

- PARAMETRI MODELLO LINEARIZZATO

$\alpha = 1.25 \cdot 10^{-4}$

$\beta_1 = 98.1$ $\beta_2 = 28.03$ $\beta_3 = 3.887 \cdot 10^3$

$\varphi(s) = s^2 + \beta_2 s + \alpha\beta_1 = s^2 + 28.03s + 0.0123$ POLINOMIO CARATTERISTICO

AUTOVALORI

$s_1 = -4 \cdot 10^{-4}$

$s_2 = -28.03$

COSTANTI DI TEMPO

$\tau_1 = 2286 \longleftarrow$ DOMINANTE

$\tau_2 = 0.0357$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

- FDT

$$G_{zw}(s) = \frac{\alpha(s+\beta_2)}{\varphi(s)} = \frac{\mu_{zw}(1+sT)}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} \simeq \frac{\mu_{zw}}{1+s\tau_1}$$

$T \simeq \tau_2$ $\qquad \mu_{zw} = \frac{\beta_2}{\beta_1} \simeq 0.28$

$$G_{zx}(s) = \frac{-\alpha\beta_3}{\varphi(s)} = \frac{\mu_{zx}}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

$\mu_{zx} = -\frac{\beta_3}{\beta_1} \simeq -39.62$

$$G_{ww}(s) = \frac{\alpha\beta_1}{\varphi(s)} = \frac{\mu_{ww}}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

$\mu_{ww} = 1$

$$G_{wx}(s) = \frac{\beta_3 s}{\varphi(s)} = \frac{\mu_{wx}\, s}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

$\mu_{wx} = \frac{\beta_3}{\alpha\beta_1} \simeq 3.2 \cdot 10^5$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

- SPECIFICHE DI PROGETTO

(a) $e(\infty) = 0$

(b) $\omega_c \simeq 0.002$

(c) $\varphi_m > 75^\circ$

$$\Longrightarrow \quad t_a \simeq 2500$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari