ESERCIZIO

Si consideri il seguente sistema a tempo discreto:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & -0.6 \\ 0.4 & 1.1 \end{bmatrix} \;,\; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} \;,\; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

1) Giudicare la stabilità del sistema.

2) Scrivendo la relazione ingresso/uscita sotto forma di un'equazione alle differenze del tipo

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2)$$

determinare i valori dei coefficienti a_1, a_2, b_1, b_2.

3) Determinare i primi 3 valori $y(0)$, $y(1)$, $y(2)$ e il valore asintotico $y(\infty)$ della risposta allo scalino.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

SOLUZIONE

1) Gli autovalori della matrice A valgono 0.8 e 0.3. Poiché entrambi hanno modulo minore di 1, il sistema è asintoticamente stabile.

2) La funzione di trasferimento del sistema vale

$$G(z) = \frac{-4.2}{z^2 - 1.1z + 0.24}$$

Quindi, osservando i coefficienti dei polinomi a numeratore e denominatore, risulta

$$a_1 = 1.1 \quad , \; a_2 = -0.24 \quad , \; b_1 = 0 \quad , \; b_2 = -4.2$$

3) Dalla relazione ingresso/uscita del punto 2 si ricava che

$$y(0) = 0 \quad , \quad y(1) = 0 \quad , \; y(2) = -4.2$$

mentre il valore asintotico coincide con il guadagno

$$y(\infty) = \mu = G(1) = -30$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari