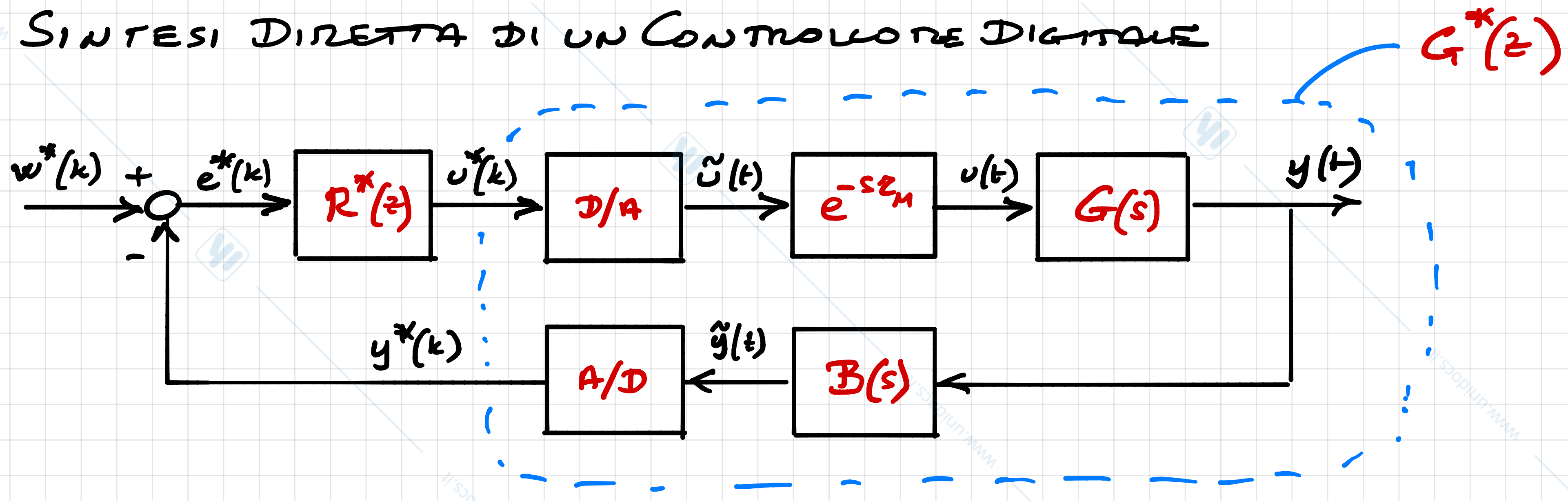
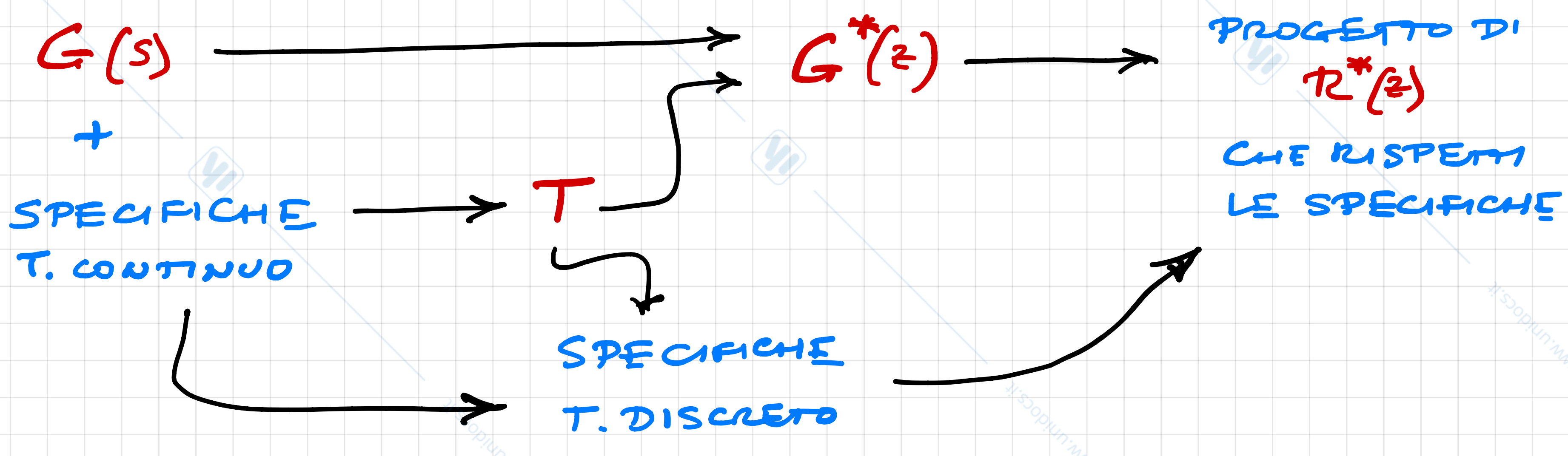
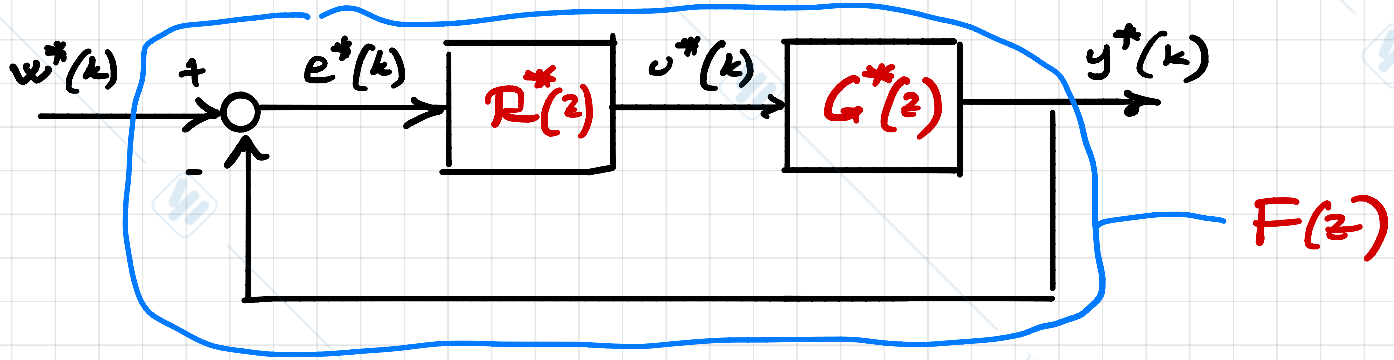
SINTESI DIRETTA A TEMPO DISCRETO DI UN CONTROLLORE DIGITALE

- Sintesi Diretta di un Controllore Digitale





- METODO AD ASSEGNAMENTO DEL MODELLO (RAGAZZINI)



J.R. RAGAZZINI
1912 - 1988

1. SI SCEGLIE $F(z)$ CHE RISPETTA LE SPECIFICHE

2. SI RICAVA $R^*(z)$

$$F(z) = \frac{R^*(z)G^*(z)}{1+R^*(z)G^*(z)} \implies \left(1+R^*(z)G^*(z)\right)F(z) = R^*(z)G^*(z)$$

$$R^*(z)G^*(z)\left(1-F(z)\right) = F(z)$$

$$\boxed{R^*(z) = \frac{F(z)}{G^*(z)\left(1-F(z)\right)}}$$

FORMULA DI RAGAZZINI

- PROBLEMI
  - REALIZZABILITÀ ?
  - CANCELLAZIONI ?
  - STABILITÀ IN A.C. ?
  - PRECISIONE STATICA ?
  - PRECISIONE DINAMICA ?

- NOTAZIONE

$$G^*(z) = \frac{N(z)}{D(z)} \qquad F(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \qquad R^*(z) = \frac{Q(z)}{P(z)}$$

FORMULA DI RAGAZZINI

$$\boxed{R^*(z) = \frac{D(z)}{N(z)} \cdot \frac{B(z)}{A(z) - B(z)}}$$

- DATO UN POLINOMIO $X(z)$, n_X INDICA IL GRADO
- DATA UNA FDT $H(z)$, ν_H INDICA IL GRADO RELATIVO

- IPOTESI: $n_A > n_B$ OVVERO $F(z)$ STR. PROPRIA

- REALIZZABILITÀ DI $R^*(z)$

$$R^*(z) = \frac{Q(z)}{P(z)} = \frac{D(z)B(z)}{N(z)\underbrace{(A(z)-B(z))}_{\text{GRADO } n_A}}$$

REALIZZABILITÀ

$$\boxed{n_P \geq n_Q}$$

$$n_N + n_A \geq n_D + n_B$$

$$\underbrace{n_A - n_B}_{\nu_F} \geq \underbrace{n_D - n_N}_{\nu_{G^*}} \implies \boxed{\nu_F \geq \nu_{G^*}}$$

VINCOLO NELLA SCELTA DI $F(z)$

NOTA: DI SOLITO SI SCEGLIE $\nu_F = \nu_{G^*}$ PER NON AUMENTARE IL TEMPO DI LATENZA

- CANCELLAZIONI CRITICHE

$$R^*(z) = \frac{D(z)B(z)}{N(z)(A(z)-B(z))} \qquad G^*(z) = \frac{N(z)}{D(z)}$$

1 - SE $G^*(z)$ HA UNO ZERO $\bar{z}$ CON $|\bar{z}| \geq 1$,
$R^*(z)$ NON DEVE AVERE UN POLO IN $\bar{z}$

- PERCHÈ CIÒ ACCADA DEVE ESSERE $\boxed{B(\bar{z}) = 0}$

EVENTUALI VINCOLI NELLA SCELTA DI $F(z)$

2 - SE $G^*(z)$ HA UN POLO $\hat{z}$ CON $|\hat{z}| \geq 1$,
$R^*(z)$ NON DEVE AVERE UNO ZERO IN $\hat{z}$

- PERCHÈ CIÒ ACCADA DEVE ESSERE $A(\hat{z}) - B(\hat{z}) = 0$

OVVERO

$$\boxed{A(\hat{z}) = B(\hat{z})}$$

- STABILITÀ IN ANELLO CHIUSO

POLI IN ANELLO CHIUSO: POLI DI $F(z)$ = RADICI DI $A(z)$

$$\boxed{\text{AS. STAB.} \iff \text{TUTTI I POLI DI } F(z) \text{ HANNO } |\cdot| < 1}$$

- PRECISIONE STATICA

$w^*(k) = sca^*(k)$ $\qquad$ $F(z) = \dfrac{B(z)}{A(z)}$

- PER AVERE $y^*(\infty) = 1$ OCCORRE CHE $\mu_F = F(1) = 1$

OVVERO

VINCOLO NELLA SCELTA DI $F(z)$

$$\boxed{A(1) = B(1)}$$

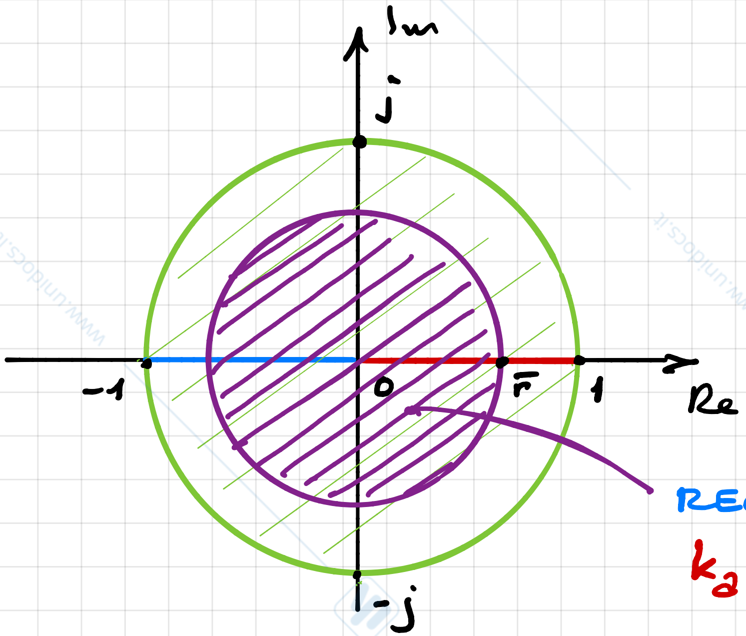
- PRECISIONE DINAMICA

  - VELOCITÀ DI RISPOSTA
  - SMORZAMENTO OSCILLAZIONI

$\Longrightarrow$ I POLI DI $F(z)$ (POLI IN A.C.) DEVONO STARE IN OPPORTUNE REGIONI DEL PIANO z

RADICI DI $A(z)$

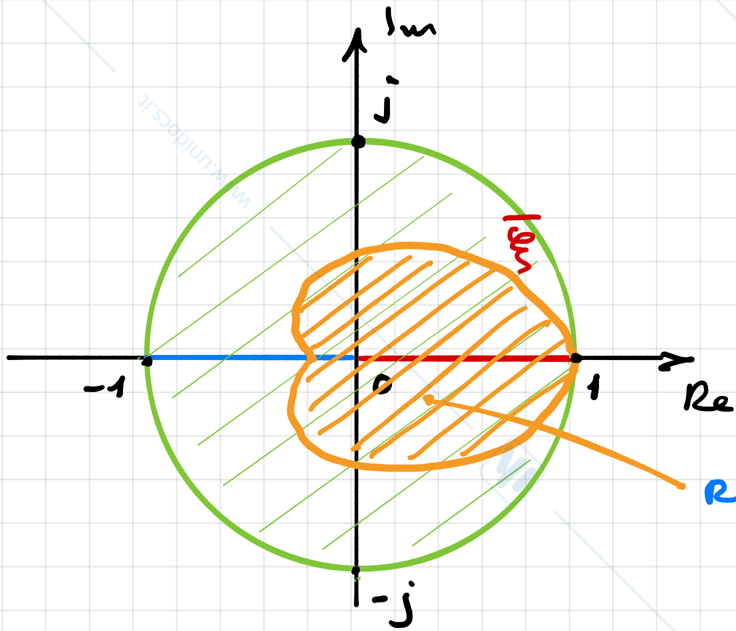
VINCOLO SU k_a



REGIONE CON

$k_a \leq \bar{k}_a = -\frac{5}{\ln \bar{r}}$

VINCOLO SU ξ



REGIONE CON

$\xi \geq \bar{\xi}$

- ESEMPIO

$$G(s) = \frac{0.2}{(1+s)(1+0.2s)}$$

- SPECIFICHE (SULLA RISPOSTA ALLO SCALINO)

1. $e(\infty) = 0$ ERRORE A REGIME
2. $t_a \leq 5$ TEMPO DI ASSESTAMENTO $\Longrightarrow k_a \leq 50$ $\left(\frac{t_a}{T}\right)$
3. $\Delta \leq 0.1$ MAX. SOVRAELONGAZIONE $\Longrightarrow \xi \geq 0.6$

$$\Downarrow$$

$$\varphi_m \geq 60°$$

- STIMA DI ω_c

$$t_a = \frac{500}{\varphi_m \omega_c} \leq \frac{500}{60\omega_c} \leq 5 \Longrightarrow \omega_c \geq \frac{500}{300} \simeq 1.7$$

- SCELTA DI T

$$\frac{2\pi}{50\omega_c} < T < \frac{2\pi}{5\omega_c} \quad \text{CON } \omega_c = 1.7 \Longrightarrow 0.07 < T < 0.7$$

p.e. $T = 0.1$, $\omega_s = 20\pi \simeq 63$

- CALCOLO DI $G^*(z)$

ZERO DI CAMPIONAMENTO

$$G^*(z) = \frac{0.0041\,(z+0.819)}{(\underbrace{z-0.905}_{e^{-0.1}})(\underbrace{z-0.607}_{e^{-0.5}})}$$

$$\mu^* = G^*(1) = 0.2 = G(0)$$

OK

$\nu_{G^*} = 1$

- NON CI SONO ZERI CON $|\cdot| \geq 1$
- NON CI SONO POLI CON $|\cdot| \geq 1$

$\Downarrow$

- VINCOLI SU $F(z)$:

$$F(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

- REALIZZABILITÀ $\nu_F \geq \nu_{G^*} = 1$

p.e. $\nu_F = 1$

- PRECISIONE STATICA $A(1) = B(1)$
- STABILITÀ A.C. RADICI DI $A(z)$ CON $|\cdot| < 1$
- VELOCITÀ DI RISPOSTA

$$k_a = -\frac{5}{\ln|z|} \leq 50 \Rightarrow |z| \leq e^{-5/50} \simeq 0.9$$

- MAX. SOVRAELONGAZIONE

$$\xi \geq 0.6$$

- TENTATIVO 1

$$F(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\rho}{z-0.8}$$

$$A(1) = B(1) \Longrightarrow \rho = 0.2$$

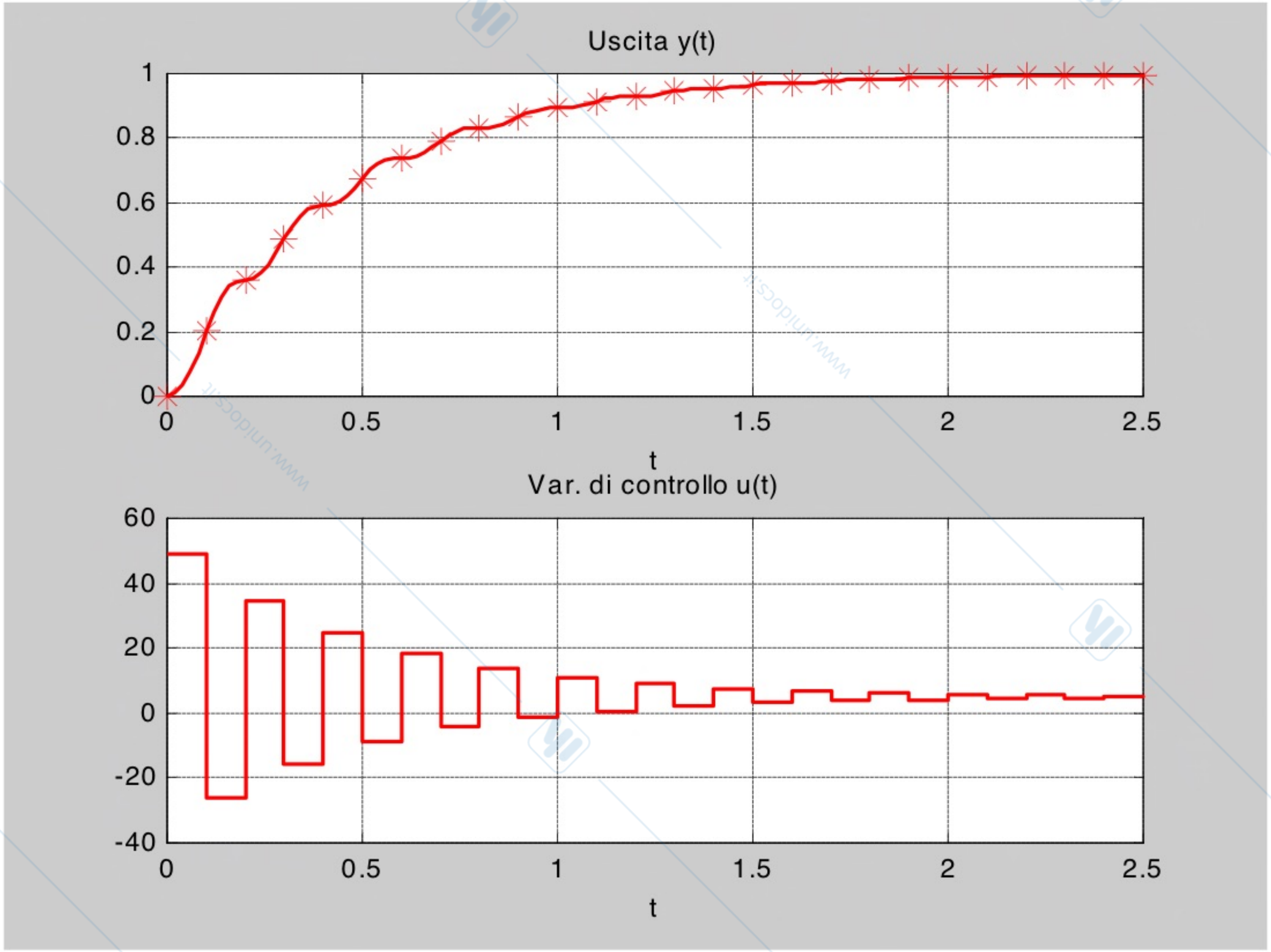
$$R^*(z) = \frac{48.8(z-0.905)(z-0.607)}{(z+0.819)\underbrace{(z-1)}_{\text{AZIONE INTEGRALE}}}$$

- SIMULAZIONE : AMPIE OSCILLAZIONI DI $u(t)$ DOVUTE AL POLO DI $R^*(z)$ IN $z = -0.819$ (A BASSO SMORZAMENTO)

FIG. 1

PRODUCE UNA CANCELLAZIONE NON CRITICA, MA DA EVITARE

Fig.1 $$R^*(z) = \frac{48.8(z-0.905)(z-0.607)}{(z+0.819)(z-1)}$$



- TENTATIVO 2

$$F(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\rho(z+0.819)}{(z-0.8)^2}$$

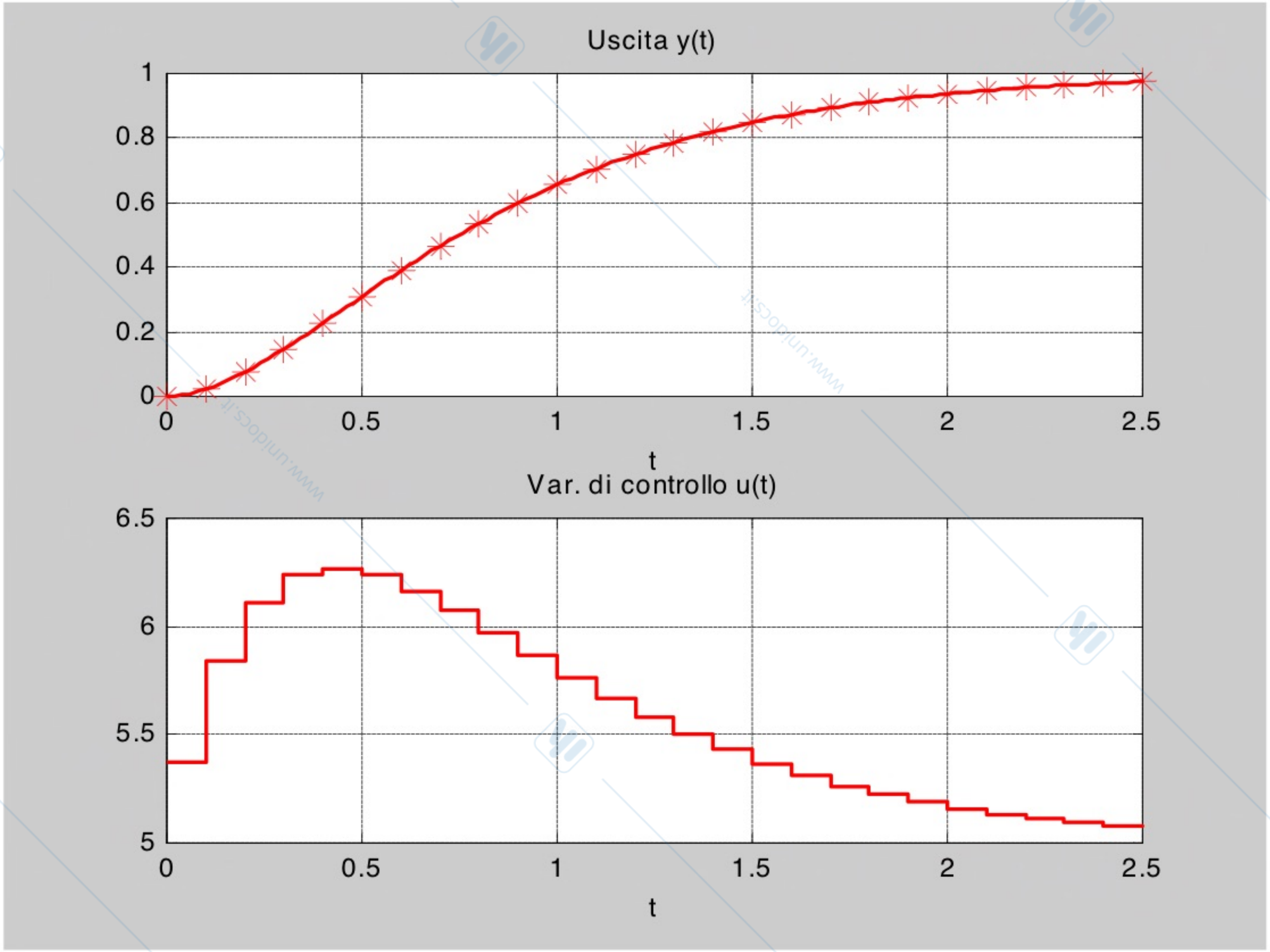
$$A(1) = B(1) \Longrightarrow \rho = 0.022$$

$$R^*(z) = \frac{5.37(z-0.905)(z-0.607)}{(z-0.622)\underbrace{(z-1)}_{\text{AZIONE INTEGRALE}}}$$

- SIMULAZIONE : PRESTAZIONI ACCETTABILI

FIG. 2

Fig.2 $$R^*(z) = \frac{5.37(z-0.905)(z-0.607)}{(z-0.622)(z-1)}$$



- TENTATIVO 3

$$F(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\rho(z+0.819)}{z^2}$$

FIR

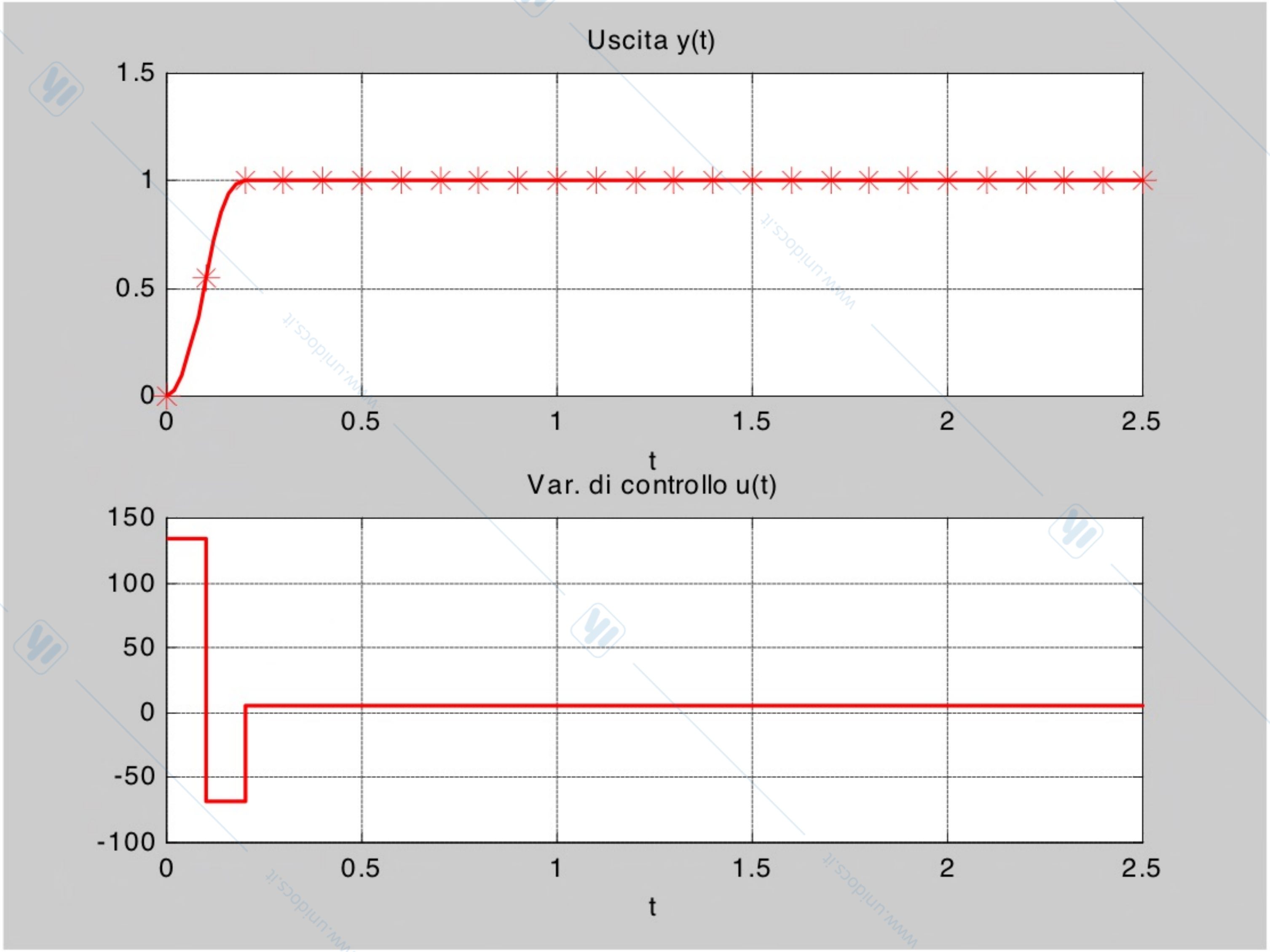
$$A(1) = B(1) \Longrightarrow \rho = 0.55$$

$$R^*(z) = \frac{134(z-0.905)(z-0.607)}{(z+0.45)\underbrace{(z-1)}_{\text{AZIONE INTEGRALE}}}$$

- SIMULAZIONE : OTTIMA VELOCITÀ DI RISPOSTA,
FIG. 3 MA SCARSA MODERAZIONE

Fig.3

$$R^*(z) = \frac{134(z-0.905)(z-0.607)}{(z+0.45)(z-1)}$$



- ESEMPIO - CON METODO DI TUSTIN

$$R^{o}(s) = 10\,\frac{1+s}{s} \Longrightarrow L(s) = \frac{2}{s(1+0.25s)} \quad \begin{cases} \omega_c \simeq 1.9 \\ \varphi_m \simeq 69^\circ \end{cases}$$

OK

- DISCRETIZZAZIONE CON TUSTIN

$$R^{*}(z) = \frac{10.5z-9.5}{z-1} \quad \begin{cases} \omega_c \simeq 1.9 \\ \varphi_m \simeq 64^\circ \end{cases}$$

PEGGIORAMENTO DOVUTO AL RITARDO

$$\frac{T}{2} = 0.05$$

$$\Delta\varphi_m \simeq 5^\circ$$

- SIMULAZIONE : BUONE PRESTAZIONI, MA MINORE MODERAZIONE RISPETTO AL TENTATIVO 2

FIG. 4

Fig.4 $R^*(z) = \dfrac{10.5(z-0.905)}{(z-1)}$, $R^\circ(s) = \dfrac{10(1+s)}{s}$