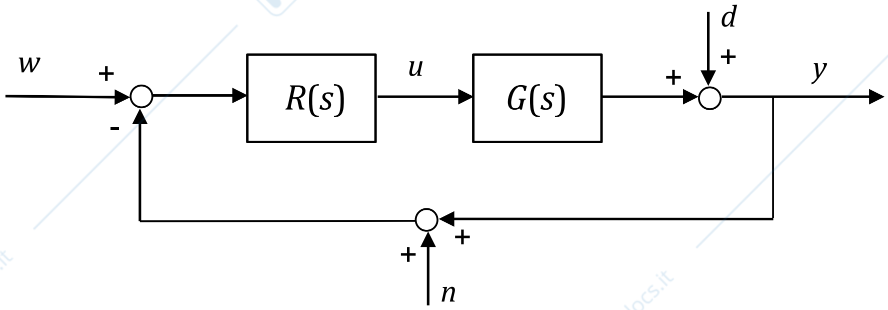
ESERCIZIO 1

Si consideri il seguente sistema di controllo, dove $G(s) = \frac{10e^{-0.2s}}{(1+100s)(1+6s)}$.



Il disturbo in andata è $d(t) = D\mathrm{sen}(\frac{2\pi}{T_d}t)$, con periodo $T_d = 300$, mentre il disturbo $n(t)$ in retroazione è un segnale periodico a valor medio nullo e periodo $T_n = 0.5$.

Si debba progettare il regolatore, con struttura $R(s) = \mu_R \frac{1+sT_1}{1+sT_2}$, in modo da rispettare le seguenti specifiche:

(a) Quando $w(t) = \mathrm{sca}(t)$ l'errore a transitorio esaurito $e_w(\infty)$ deve risultare in valore assoluto minore di 0.02.

(b) Il tempo di assestamento in risposta a $w(t) = \mathrm{sca}(t)$ deve essere $t_a \leq 25$.

(c) Il margine di fase deve essere $\varphi_m \geq 50°$.

(d) L'effetto del disturbo $d(t)$ deve essere attenuato di almeno $-20\ dB$.

(e) L'effetto del disturbo $n(t)$ deve essere attenuato di almeno $-40\ dB$.

TRACCIA DELLA SOLUZIONE

Conviene innanzitutto riformulare alcune delle specifiche.

(a) Visto che nel regolatore non è presente un'azione integrale (che renderebbe nullo $e_w(\infty)$), la specifica è soddisfatta se $\frac{1}{1+10\mu_R} < 0.02$, ovvero $\mu_R > 4.9$.

(b) Poiché dobbiamo imporre $\varphi_m \geq 50°$ (specifica (c)), lo smorzamento dei poli dominanti in anello chiuso risulterà $\xi \cong \frac{\varphi_m}{100} \geq 0.5$. Per ottenere $t_a \leq 25$ basta allora imporre $t_a \cong \frac{5}{\xi\omega_c} \leq \frac{5}{0.5\omega_c} \leq 25$, da cui $\omega_c \geq 0.4$.

(d) Poiché $\omega_d = \frac{2\pi}{T_d} \cong 0.02$, bisogna imporre $\omega_c > 0.02$ e fare in modo che $|L(j0.02)|_{dB} > 20\ dB$.

(e) L'armonica fondamentale del disturbo di misura è $\omega_{n0} = \frac{2\pi}{T_n} \cong 12.5$ e tutte le altre armoniche sono multiple della fondamentale. Quindi basta imporre $\omega_c < 12.5$ e fare in modo che $|L(j\omega)|_{dB} < -40\ dB$ nella banda $\omega_c \geq 12.5$.

A questo punto conviene completare il progetto statico, scegliendo ad esempio $\mu_R = 6$, che soddisfa la specifica (a).

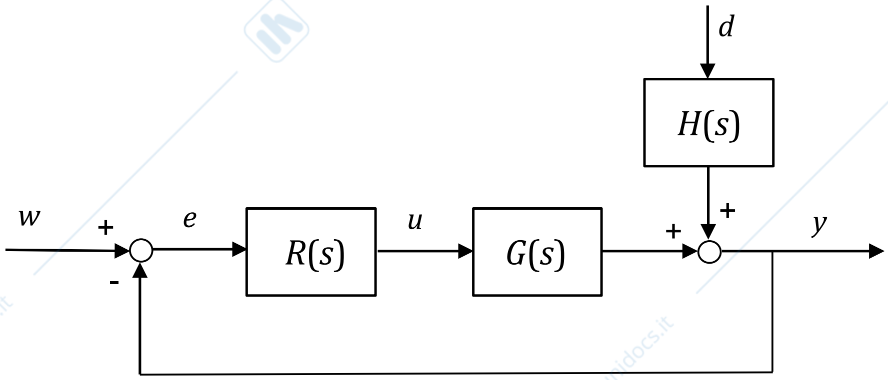
Per il progetto dinamico si può procedere per tentativi.

TENTATIVO 1: Poniamo $R(s) = \mu_R = 6$. Disegnando i diagrammi di Bode di $L(s) = 6G(s)$ si ottiene l'indicazione $\omega_c \cong 0.3$. Si nota inoltre graficamente che le specifiche (d) ed (e) sono soddisfatte. Calcolando la fase in corrispondenza di $\omega_c \cong 0.3$ si ottiene $\varphi_c \cong -152°$ e quindi un margine di fase di $\varphi_m \cong 28°$, che è insufficiente. In conclusione, le specifiche (b) e (c) non sono rispettate.

TENTATIVO 2: Poniamo $T_1 = 6$ e $T_2 = 0.6$. L'idea è quella di cancellare uno dei poli di $G(s)$ e sostituirlo con un polo a più alta frequenza (si tratta di una cosiddetta "rete anticipatrice").
Ridisegnando i diagrammi di Bode di $L(s)$ con questa taratura, si trova $\omega_c \cong 0.6$, $\varphi_m \cong 64°$ e le specifiche (d) ed (e) sono ancora rispettate. Quindi un regolatore che risolve il problema è il seguente: $R(s) = 6\frac{1+6s}{1+0.6s}$.

ESERCIZIO 2

Si consideri il seguente sistema di controllo, dove $G(s) = \frac{e^{-4s}}{(1+s)^2}$, $H(s) = \frac{0.5}{1+2s}$



Si progetti il regolatore $R(s)$ in modo da rispettare le seguenti specifiche:

(a) Quando $w(t) = \pm A\text{sca}(t)$ e $d(t) = \pm B\text{sca}(t)$, l'errore a transitorio esaurito $e(\infty)$ risulti nullo.

(b) La pulsazione critica sia $\omega_c \geq 0.1$.

(c) Il margine di fase sia $\varphi_m \geq 30°$.

TRACCIA DELLA SOLUZIONE

La specifica (a) è soddisfatta inserendo un integratore nel regolatore.

Si noti ora che la presenza dell'integratore e del ritardo pone delle limitazioni alla massima ω_c ottenibile. Infatti il loro contributo alla fase della funzione d'anello è $-90° - 4\omega\frac{180°}{\pi}$ e decresce sensibilmente all'aumentare di ω. Ad esempio, in $\omega = \frac{\pi}{12} \cong 0.26$ questo contributo è già pari a $-150°$. Tenendo conto della specifica (c), sarà difficile ottenere una pulsazione critica molto maggiore di tale valore.

Scegliamo allora un regolatore PI con funzione di trasferimento $R(s) = \mu_R \frac{1+s\tau}{s}$. E' ragionevole fissare $\tau = 1$ in modo da cancellare uno dei poli di $G(s)$. A questo punto, ragionando sui diagrammi di Bode della funzione d'anello risultante, si trova che, ponendo inizialmente $\mu_R = 1$, risulta $\omega_c \cong 1$, $\varphi_m < 0°$ e quindi il sistema è instabile. Abbassando invece il diagramma del modulo di circa 14 dB (cioè fissando $\mu_R = 0.2$), si ottiene $\omega_c \cong 0.2$, $\varphi_m \cong 33°$. Perciò il sistema è asintoticamente stabile (per il criterio di Bode) e soddisfa tutti requisiti. Un regolatore che risolve il problema è quindi $R(s) = 0.2\frac{1+s}{s}$.

Si noti che la pulsazione critica ottenuta non è lontana dalla pulsazione massima ottenibile. Per questo motivo sarebbe sostanzialmente inutile cercare altri regolatori più complicati del semplice PI progettato.