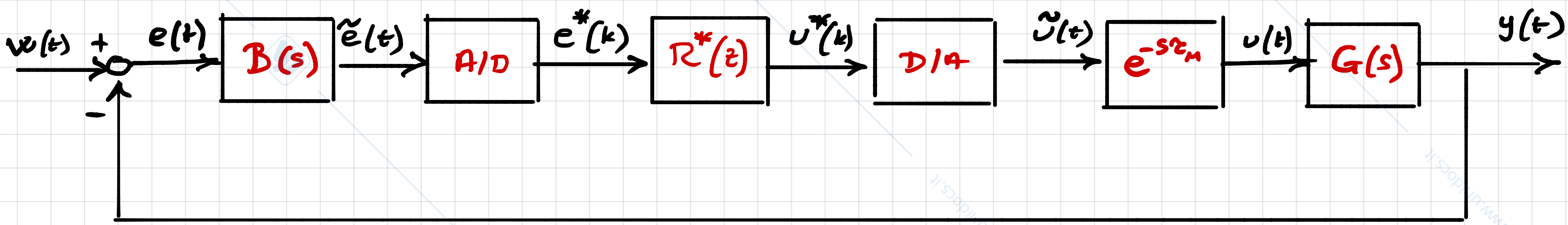
PROGETTO DI SISTEMI DI CONTROLLO DIGITALE

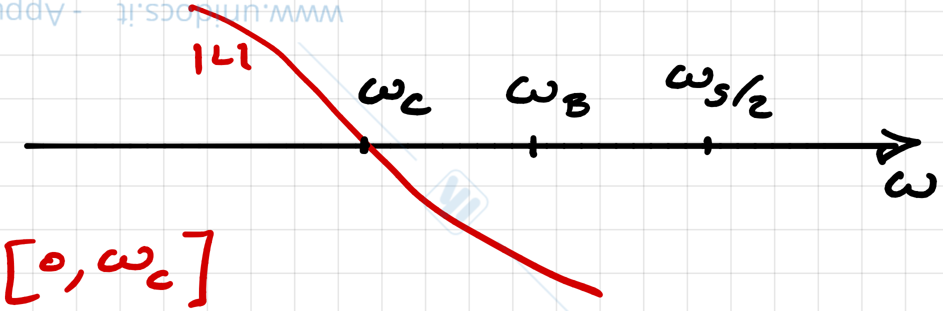
- Progetto di un controllore digitale



DATI $\begin{cases} G(s) \\ + \\ \text{SPECIFICHE DI PROGETTO} \end{cases}$ $\Longrightarrow$

1. Scelta di T
2. Scelta di $R^*(z)$

- SCELTA DI T (o di $\omega_s = \frac{2\pi}{T}$)



- INFO UTILE IN $e(t)$ NELLA BANDA $[0, \omega_c]$
  $\Longrightarrow \omega_c < \frac{\omega_s}{2}$
- FILTRO ANTI-ALIASING $\Longrightarrow \omega_c < \omega_B < \frac{\omega_s}{2}$
- EFFETTO DEL FILTRO SU φ_c $\Longrightarrow \omega_c \ll \omega_B$
- IN CONCLUSIONE: $\boxed{\omega_c \ll \frac{\omega_s}{2}}$

- VALORI ELEVATI DI ω_s COMPORTANO:
  - COSTI ELEVATI DEI CONVERTITORI
  - NECESSITÀ DI CPU VELOCI
  - CRITICITÀ NELLA QUANTIZZAZIONE
  - NESSUN VANTAGGIO NELLE PRESTAZIONI

  $\Longrightarrow$ INUTILE AUMENTARE TROPPO ω_s

- REGOLA: $\boxed{5\omega_c < \omega_s < 50\omega_c}$ OVVERO $\boxed{\frac{2\pi}{50\omega_c} < T < \frac{2\pi}{5\omega_c}}$

- SCELTA DI $R^*(z)$

- SI RICORDI CHE: $\tilde{R}(s) \simeq e^{-sT/2} R^*(e^{sT})$

  $\tilde{L}(s) \simeq B(s)\tilde{R}(s)e^{-s\tau_m} G(s)$

- PROCEDURA

1_ PROGETTARE REGOLATORE ANALOGICO $R^o(s)$ SU

$$\underbrace{B(s)e^{-s\tau_m}}_{\text{DI SOLITO TRASCURABILI}} G(s)e^{-sT/2}$$

(OPPURE SU $G(s)$ CON ECCEDENZA SU φ_m)

2_ DETERMINARE $R^*(z)$ TALE CHE $R^*(e^{sT}) \simeq R^o(s)$

OVVERO $R^*(e^{j\omega T}) \simeq R^o(j\omega)$

ALMENO IN $\left[0, \frac{\omega_s}{2}\right]$

$\Longrightarrow$ METODO DI DISCRETIZZAZIONE DI UN REGOLATORE ANALOGICO DI RIFERIMENTO

- TRASFORMAZIONE DI CAMPIONAMENTO INVERSA

$z = e^{sT}$ TRASF. CAMPIONAMENTO

$s = \frac{1}{T} \ln z$ TRASF. CAMP. INVERSA

$$R^{o}(s) \longrightarrow \boxed{R^{*}(z) = R^{o}\left(\frac{1}{T} \ln z\right)}$$

- PROBLEMI

- $\ln z$ È UNA FUNZIONE A PIÙ VALORI
- $R^{*}(z)$ NON È RAZIONALE !
  (NON CORRISPONDE A UN'EQ. RICORSIVA)

- Metodi connessi all'integrazione numerica

$$e(t) \longrightarrow \boxed{R^{\circ}(s)} \longrightarrow u(t)$$

$R^{\circ}(s) \Longrightarrow$ Eq. differenziale (lineare)

$\Downarrow$ integrazione numerica approssimata

Eq. ricorsiva (lineare)

$\Downarrow$

$R^{*}(z)$

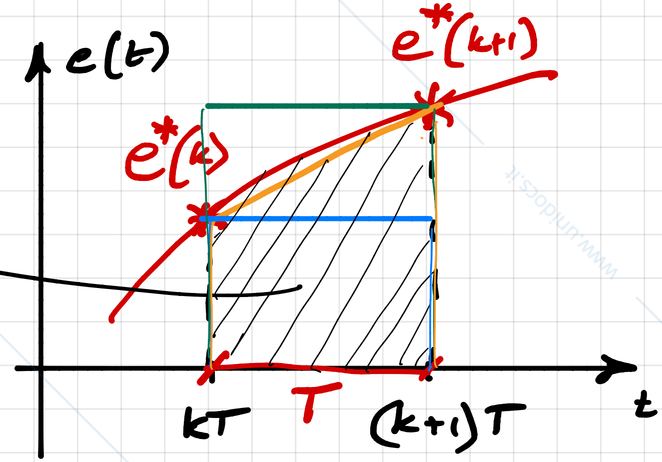
- CASO PARTICOLARE - INTEGRATORE

$$e(t) \rightarrow \boxed{R^o(s)} \rightarrow u(t) \qquad R^o(s) = \frac{1}{s} \implies \dot{u}(t) = e(t)$$

- INTEGRANDO IN $[kT, (k+1)T]$:

$$u^*(k+1) - u^*(k) = \int_{kT}^{(k+1)T} e(t)\,dt$$

AREA SOTTESA DALLA CURVA NELL'INTERVALLO



- APPROSSIMAZIONE NUMERICA

$$\int_{kT}^{(k+1)T} e(t)\,dt \simeq \left[(1-\alpha)e^*(k) + \alpha e^*(k+1)\right]T, \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

$\alpha = 0$ $\quad e^*(k)T$ $\quad$ EULERO AVANTI $\quad$ EA

$\alpha = 1$ $\quad e^*(k+1)T$ $\quad$ EULERO INDIETRO $\quad$ EI

$\alpha = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{e^*(k) + e^*(k+1)}{2}T$ $\quad$ TRAPEZIO (O TUSTIN) $\quad$ TU

- RISULTA:

$$u^*(k+1) - u^*(k) = \left[(1-\alpha)e^*(k) + \alpha e^*(k+1)\right]T$$

$$\Longrightarrow \quad R^*(z) = \frac{U^*(z)}{E^*(z)} = \frac{T(\alpha z + 1 - \alpha)}{z-1}$$

$R^o(s) = \frac{1}{s}$

- REGOLA DI SOSTITUZIONE

$$\boxed{s = \frac{1}{T}\,\frac{z-1}{\alpha z + 1 - \alpha}\,, \quad 0 \le \alpha \le 1}$$

TRASFORMAZIONE BILINEARE

- CASO GENERALE (DIM. SUL LIBRO BSS)

$R^o(s)$ GENERICA $\Longrightarrow$ $\boxed{R^*(z) = R^o\left(\frac{1}{T}\,\frac{z-1}{\alpha z + 1 - \alpha}\right)}$

- OSSERVAZIONI

- $R^0(s)$ RAZIONALE $\Longrightarrow$ $R^*(z)$ RAZIONALE
- $R^0(s)$ PROPRIA $\Longrightarrow$ $R^*(z)$ PROPRIA

  SE $R^0(s)$ NON HA POLI IN $\frac{1}{\alpha T}$
- $R^0(s)$ AS. STABILE $\Longrightarrow$ $R^*(z)$ AS. STABILE

  SOLO SE $\alpha \geq \frac{1}{2}$
- FORMULA INVERSA:

$$\boxed{z = \frac{1+(1-\alpha)sT}{1-\alpha sT}}$$

- METODI PARTICOLARI

EA	$\alpha = 0$	$s = \frac{z-1}{T}$	EULERO AVANTI
EI	$\alpha = 1$	$s = \frac{z-1}{Tz}$	EULERO INDIETRO
TU	$\alpha = \frac{1}{2}$	$s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$	TUSTIN

- INTERPRETAZIONE IN TERMINI DI $z = e^{sT}$

$$z = e^{sT} \simeq 1 + sT \implies s = \frac{z-1}{T} \qquad \text{EA}$$

$$z = e^{sT} = \frac{1}{e^{-sT}} \simeq \frac{1}{1-sT} \implies s = \frac{z-1}{Tz} \qquad \text{EI}$$

$$z = e^{sT} = \frac{1}{e^{-sT}} \simeq \frac{1+sT/2}{1-sT/2} \implies s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1} \qquad \text{TU}$$

PADE'

- CIASCUNO DEI 3 METODI PUÒ ESSERE OTTENUTO COME APPROSSIMAZIONE DEL METODO DELLA TRASF. DI CAMP. INVERSA

- ESEMPIO PI

$$R^{o}(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{sT_i}\right)$$

- METODO TU

$$R^{*}(z) = K_p\left(1 + \frac{T}{2T_i}\,\frac{z+1}{z-1}\right) = \frac{K_p}{2T_i}\cdot\frac{2T_i(z-1)+T(z+1)}{z-1} =$$

$$= \frac{K_p}{2T_i}\,\frac{(T+2T_i)z+(T-2T_i)}{z-1} = \frac{\beta_0 z+\beta_1}{z-1}$$

$$\begin{cases} \beta_0 = \dfrac{K_p}{2T_i}(T+2T_i) \\ \beta_1 = \dfrac{K_p}{2T_i}(T-2T_i) \end{cases}$$

- ALGORITMO DI CONTROLLO

$$u^{*}(k) = u^{*}(k-1) + \beta_0 e^{*}(k) + \beta_1 e^{*}(k-1)$$

- CODICE SOFTWARE

```
INPUT e
u = uold + b0 * e + b1 * eold
uold = u
eold = e
OUTPUT u
```