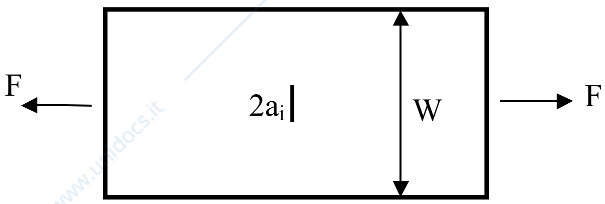
MECCANICA DELLA FRATTURA – ESERCIZI SVOLTI

ESERCIZIO 7.12

Si consideri la lamiera sottile mostrata in figura, di spessore **s**, larghezza **W** e indebolita da una cricca centrale di semi-ampiezza $\mathbf{a_i}$.

1. Si determini la forza F_R che porta a rottura staticamente la piastra criccata.
2. Nell'ipotesi che la piastra sia sollecitata con una forza variabile tra $\mathbf{+F_1}$ e $\mathbf{-0.1F_1}$, si valuti la vita residua della lamiera.



DATI

s=5 mm W=450 mm a_i=4 mm

F_1=220 kN

K_{Ic}=70 MPa $\sqrt{m}$

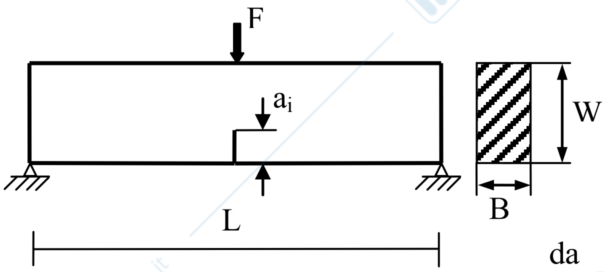
ΔK_{th}=6 MPa $\sqrt{m}$

$$\frac{da}{dN} = 8 \cdot 10^{-12} \cdot (\Delta K)^3 \text{ m/ciclo} \qquad \left(\text{con } \Delta K \text{ in MPa}\sqrt{m}\right)$$

SOLUZIONE: F_R= 1.405 kN N. totale cicli = $6.05 \cdot 10^5$ cicli

ESERCIZIO 7.13

Si consideri un componente criccato soggetto a flessione a tre punti, come quello rappresentato in figura. Nell'ipotesi che la forza F applicata vari con un rapporto di ciclo R=0, si determini la vita residua del componente, suddividendo l'intervallo di integrazione in un numero adeguato di sottointervalli. Per il calcolo del K_I si utilizzi l'espressione riportata.



DATI:

F=800'000 N
K_{Ic}=100 MPa $m^{0.5}$
ΔK_{th}=10 MPa $m^{0.5}$
a_i=10 mm
L=1500 mm
B=100 mm
W=400 mm

$$\frac{da}{dN} = 8 \cdot 10^{-12} \Delta K_I^3 \quad m/\text{ciclo} \ (con\ \Delta K_I\ in\ MPa\sqrt{m})$$

$$K_I = \alpha\, \sigma_{f\,max} \sqrt{\pi a} = \frac{6M}{B \cdot W^2} \sqrt{\pi a} \cdot \left[1.12 - 1.39\left(\frac{a}{w}\right) + 7.32\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 13.1\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 14\left(\frac{a}{w}\right)^4\right]$$

SOLUZIONE: N. totale cicli = $2 \cdot 10^5$ cicli

SVOLGIMENTO:

Fatica – stima vita residua

$$\alpha(a) = 1.12 - 1.39 \cdot \left(\frac{a}{W}\right) + 7.32 \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^2 - 13.1 \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^3 + 14 \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^4$$

Verifica propagazione:

$$\Delta\sigma_g = \sigma_{f,max} = \frac{M_f}{W_f} = \frac{\left(\frac{F \cdot L}{4}\right)}{\frac{1}{6} \cdot B \cdot W^2} = \frac{\left(\frac{800000\ N \cdot 1500\ mm}{4}\right)}{\frac{1}{6} \cdot 100\ mm \cdot (400\ mm)^2} = 112.5\ MPa$$

$$\alpha(a_i) = 1.12 - 1.39 \cdot \left(\frac{a_i}{W}\right) + 7.32 \cdot \left(\frac{a_i}{W}\right)^2 - 13.1 \cdot \left(\frac{a_i}{W}\right)^3 + 14 \cdot \left(\frac{a_i}{W}\right)^4 = 1.09$$

$$\Delta K_{I,i} = \alpha(a_i) \cdot \Delta\sigma_g \cdot \sqrt{\pi \cdot a_i} = 1.09 \cdot 112.5\ MPa \cdot \sqrt{\pi \cdot 0.010\ m} = 21.727\ MPa\sqrt{m} > \Delta K_{th}$$
$$= 10\ MPa\sqrt{m} \ \rightarrow \ \text{la cricca propaga}$$

Stima della lunghezza di cricca finale a_f procedendo in maniera iterativa fino alla verifica della condizione:

$$K_{I,max} = \alpha(a_f) \cdot \sigma_{f,max} \cdot \sqrt{\pi \cdot a_f} = K_{Ic} = 100\ MPa\sqrt{m} \ \rightarrow \ \text{rottura statica}$$

a_f (mm)	α_f	$K_{I,max} = \alpha(a_f) \cdot \sigma_{f,max} \cdot \sqrt{\pi \cdot a_f}$ (MPa $m^{0.5}$)	$\Delta\% = (K_{Imax} - K_{Ic})/ K_{Ic}$
40	1.043	41.575	-58%
80	1.052	59.354	-41%
120	1.122	77.467	-23%
140	1.179	87.936	-12%
160	**1.255**	**100.11**	**0.11%**

Quindi si ricava:

$a_f = 160 \text{ mm} = 0.160 \text{ m}$

$\alpha_f = 1.255$

Lo stesso risultato si sarebbe ottenuto risolvendo numericamente l'equazione:

$$K_{I,max} = \alpha(a_f) \cdot \sigma_{f,max} \cdot \sqrt{\pi \cdot a_f} = K_{Ic} = 100 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} \rightarrow$$

$$\left[1.12 - 1.39 \cdot \left(\frac{a_f}{0.400 \text{ m}}\right) + 7.32 \cdot \left(\frac{a_f}{0.400 \text{ m}}\right)^2 - 13.1 \cdot \left(\frac{a_f}{0.400 \text{ m}}\right)^3 + 14 \cdot \left(\frac{a_f}{0.400 \text{ m}}\right)^4\right] \cdot 112.5 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\pi \cdot a_f} = 100 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} \quad \rightarrow \quad a_f = 0.1598 \text{ m} = 159.8 \text{ mm}$$

Stima vita residua a fatica suddividendo in tre intervalli il range di variazione della lunghezza di cricca a → [10 mm, 60 mm]; [60 mm, 100 mm]; [100 mm, 160 mm]

1. $a_i = 0.010 \text{ m} < a < a' = 0.060 \text{ m} \quad \rightarrow \quad \alpha_1 = \alpha(a') = 1.039$

$$N_1 = \frac{(a_i)^{1-m/2} - (a')^{1-m/2}}{\left(\frac{m}{2} - 1\right) \cdot C \cdot (\alpha_1 \cdot \Delta\sigma_g)^m \cdot \pi^{\frac{m}{2}}}$$

$$= \frac{(0.010 \text{ m})^{1-3/2} - (0.060 \text{ m})^{1-3/2}}{\left(\frac{3}{2} - 1\right) \cdot 8 \cdot 10^{-12} \frac{\text{m}^{-0.5}}{\text{MPa}^3} \cdot (1.039 \cdot 112.5 \text{ MPa})^3 \cdot \pi^{\frac{3}{2}}} = 1.663 \cdot 10^5 \text{ cicli}$$

2. $a' = 0.060 \text{ m} < a < a'' = 0.100 \text{ m} \quad \rightarrow \quad \alpha_2 = \alpha(a'') = 1.080$

$$N_2 = \frac{(a')^{1-m/2} - (a'')^{1-m/2}}{\left(\frac{m}{2} - 1\right) \cdot C \cdot (\alpha_2 \cdot \Delta\sigma_g)^m \cdot \pi^{\frac{m}{2}}}$$

$$= \frac{(0.060\ \mathrm{m})^{1-3/2} - (0.100\ \mathrm{m})^{1-3/2}}{\left(\frac{3}{2} - 1\right) \cdot 8 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{m}^{-0.5}}{\mathrm{MPa}^3} \cdot (1.080 \cdot 112.5\ \mathrm{MPa})^3 \cdot \pi^{\frac{3}{2}}} = 2.303 \cdot 10^4 \text{ cicli}$$

3. $a'' = 0.100\ \mathrm{m} < a < a_f = 0.160\ \mathrm{m} \quad \rightarrow \quad \alpha_3 = \alpha(a_f) = 1.255$

$$N_3 = \frac{(a'')^{1-m/2} - (a_f)^{1-m/2}}{\left(\frac{m}{2} - 1\right) \cdot C \cdot (\alpha_3 \cdot \Delta\sigma_g)^m \cdot \pi^{\frac{m}{2}}}$$

$$= \frac{(0.100\ \mathrm{m})^{1-3/2} - (0.160\ \mathrm{m})^{1-3/2}}{\left(\frac{3}{2} - 1\right) \cdot 8 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{m}^{-0.5}}{\mathrm{MPa}^3} \cdot (1.255 \cdot 112.5\ \mathrm{MPa})^3 \cdot \pi^{\frac{3}{2}}} = 1.056 \cdot 10^4 \text{ cicli}$$

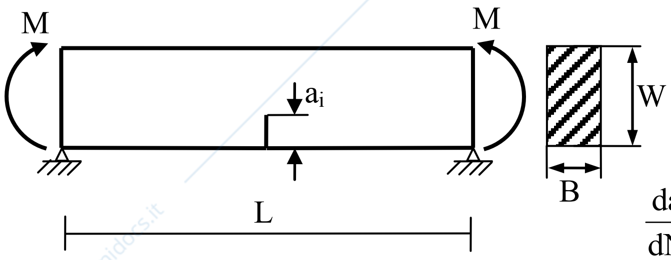
Quindi:

$$\mathbf{N_{tot}} = N_1 + N_2 + N_3 = 1.663 \cdot 10^5 + 2.303 \cdot 10^4 + 1.056 \cdot 10^4 = \mathbf{2 \cdot 10^5\ cicli}$$

ESERCIZIO 7.14

Si consideri il componente criccato soggetto a momento flettente, rappresentato in figura.

3. Si determini il momento M_R che porta a rottura staticamente il componente.
4. Nell'ipotesi che il momento M applicato vari con un rapporto di ciclo R=0, si determini la vita residua del componente, suddividendo l'intervallo di integrazione in un numero adeguato di sottointervalli. Per il calcolo del K_I si utilizzi l'espressione riportata.



DATI:

$M=10^8$ N·mm	B=50 mm
K_{Ic}=70 MPa $m^{0.5}$	W=450 mm
ΔK_{th}=6 MPa $m^{0.5}$	L=1500 mm
a_i=20 mm	

$$\frac{da}{dN} = 8 \cdot 10^{-12} \Delta K_I^{\,3} \quad \text{m / ciclo} \ \textit{(con } \Delta K_I \textit{ in } MPa\sqrt{m}\textit{)}$$

$$K_I = \alpha\,\sigma_{f\,max}\sqrt{\pi a} = \frac{6M}{B \cdot W^2}\sqrt{\pi a} \cdot \left[1.12 - 1.39\left(\frac{a}{w}\right) + 7.32\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 13.1\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 14\left(\frac{a}{w}\right)^4\right]$$

SOLUZIONE: $M_R = 4.398 \cdot 10^8$ N·mm N. totale cicli = $8.354 \cdot 10^5$ cicli