

## Curve e Superfici per il Design - Allievi DESIGN del PRODOTTO

Prof. Francesca Bonizzoni, Dott. Luca Liverotti

A.A. 2022/2023, Appello — 7 Luglio 2023

NOME..... COGNOME..... MATRICOLA.....

DOCENTE..... AULA..... PC.....

©I seguenti quesiti e il relativo svolgimento sono coperti da diritto d'autore; pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale. Ogni abuso sarà punito a termini di legge dal titolare del diritto.

### Esercizio 1

Siano  $A = [1, 1, 2]$ ,  $B = [1, 0, 1]$  e  $C = [0, 1, 0]$  tre punti dello spazio.

1. **(2 punti)** Determinare l'equazione parametrica del piano  $\pi$  passante per  $A, B, C$ .
2. **(2 punto)** Determinare un vettore normale  $\mathbf{n}$  al piano.
3. **(2 punti)** Determinare l'equazione della retta  $r$  ortogonale a  $\pi$  e passante per il punto  $Q = [2, -1, 2]$ .
4. **(2 punti)** Determinare la distanza tra  $\pi$  e il punto  $P = [2, 1, 2]$ .
5. **(3 punti)** Disegnare  $P, Q$  il piano  $\pi$  e la retta  $r$  su FranzPlot.

### Soluzione

1.  $\pi(t, s) = [-s, -t + 1, -t - 2s]$ .
2.  $\mathbf{n} = [2, 1, -1]$ .
3.  $r(t) = [2t + 2, t - 1, -t + 2]$ .
4.  $d(P, \pi) = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

### Esercizio 2

Applicare alla spirale di Archimede posta sul piano  $zx$ , con coefficiente  $a = 0.04$  e parametro  $\theta \in [0, 6\pi]$  la trasformazione composta da:

- ( $R$ ) riflessione rispetto al piano con normale  $\mathbf{n} = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right]$ ,
- ( $S$ ) scaling di ragione  $k_x = 1$ ,  $k_y = \frac{1}{2}$  e  $k_z = \frac{1}{3}$ ,
- ( $T$ ) traslazione di vettore  $\mathbf{v} = [6a\pi, 0, a\pi]$ .

1. **(2 punti)** Determinare le matrici di trasformazioni  $R, S$  e  $T$ .

2. **(1 punto)** Se  $W$  è la matrice ottenuta dall'applicazione complessiva delle tre trasformazioni suindicate, in quale ordine devono essere moltiplicate?
3. **(3 punti)** Determinare la matrice  $W$  e stabilire se la trasformazione è invertibile.
4. **(3 punti)** Determinare le equazioni della spirale trasformata.
5. **(2 punti)** Disegnare su FranzPlot la spirale originale e quella trasformata.

### Soluzione

$$1. R = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 6a\pi \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a\pi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. W = TSR.$$

$$3. W = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 6a\pi \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & a\pi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \text{ La trasformazione è invertibile poiché } \det(W) = -\frac{1}{6} \neq 0.$$

4. La spirale trasformata ha equazioni parametriche  $c(\theta) = [6a\pi, -\frac{a}{2}\theta \cos(\theta), \frac{a}{2}\theta \sin(\theta)]$ , con  $\theta \in [0, 6\pi]$ .

### Esercizio 3

Si consideri la schematizzazione del logo di AirBnB riportata in Figura 1: tale schematizzazione è ottenuta mediante 6 curve di Bezier di grado 3.

La curva rossa e la curva verde sono, rispettivamente, definite dai seguenti set di punti di controllo  $P_0 = (0, 0, 0)$ ,  $P_1 = (4.5, 5.25, 0)$ ,  $P_2 = (-4.5, 5.25, 0)$ ,  $P_3 = (0, 0, 0)$  e  $Q_0 = (4, 0, 0)$ ,  $Q_1 = (3.25, 1.8, 0)$ ,  $Q_2 = (2.25, 4.2, 0)$ ,  $Q_3 = (1.5, 6, 0)$ .

Sapendo che la figura è simmetrica rispetto all'asse  $y$  e che tutte le curve si raccordano con continuità  $C^1$ :

1. **(3 punti)** determinare i punti di controllo della curva gialla;
2. **(3 punti)** determinare i punti di controllo della curva ciano;
3. **(1 punto)** determinare i punti di controllo della curva blu;
4. **(1 punto)** determinare i punti di controllo della curva magenta;
5. **(3 punti)** rappresentare le 6 curve di Bezier usando FranzPlot.

### Soluzione

1.  $G_0 = P_0 = (0, 0, 0)$ ,  $G_1 = (4.5, -5.25, 0)$ ,  $G_2 = (4.75, -1.8, 0)$ ,  $G_3 = Q_0 = (4, 0, 0)$ .
2.  $C_0 = Q_3 = (1.5, 6, 0)$ ,  $C_1 = (0.75, 7.8, 0)$ ,  $C_2 = (-0.75, 7.8, 0)$ ,  $C_3 = B_0 = (-1.5, 6, 0)$ .
3.  $B_0 = (-1.5, 6, 0)$ ,  $B_1 = (-2.25, 4.2, 0)$ ,  $B_2 = (-3.25, 1.8, 0)$ ,  $B_3 = (-4, 0, 0)$ .
4.  $M_0 = B_3 = (-4, 0, 0)$ ,  $M_1 = (-4.75, -1.8, 0)$ ,  $M_2 = (-4.5, -5.25, 0)$ ,  $M_3 = P_0 = (0, 0, 0)$ .

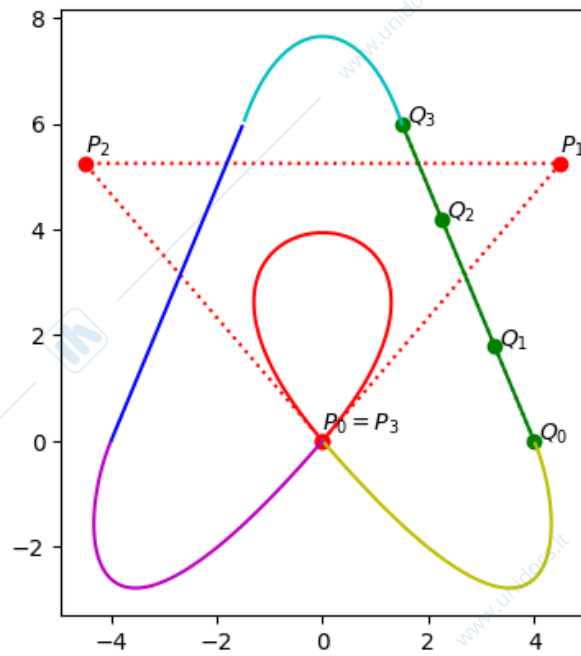


Figura 1: Schematizzazione del logo di AirBnB mediante curve di Bezier