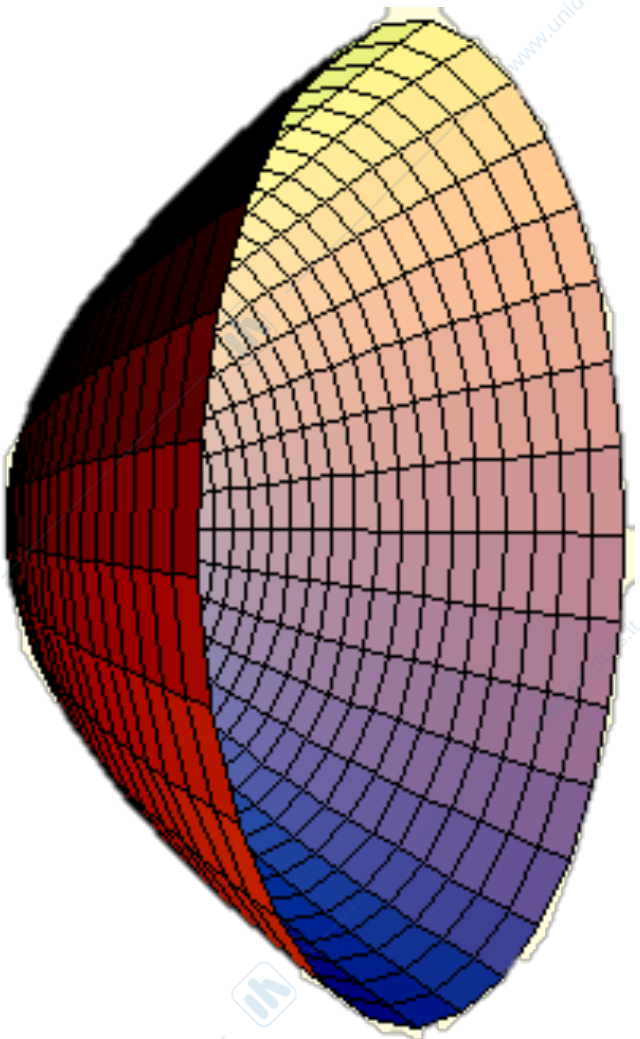


Le superfici di rotazione

La loro rappresentazione e l'applicazione in edilizia

ALCUNI CENNI

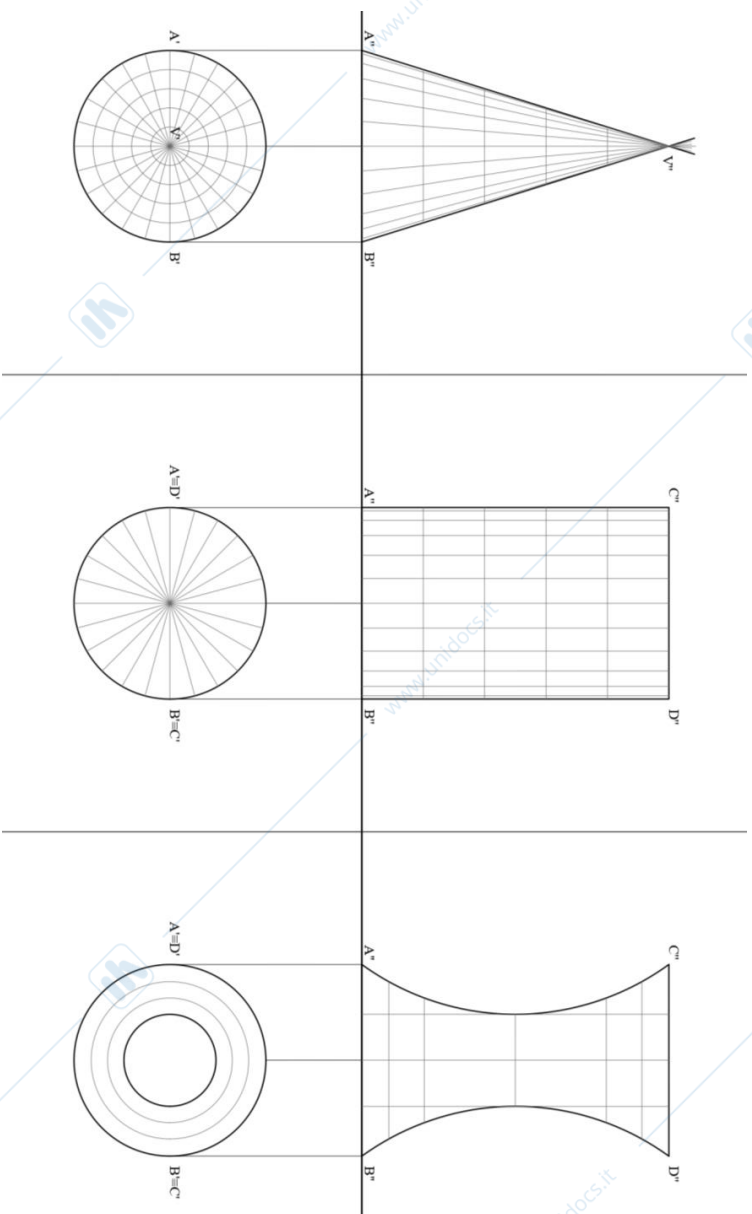


Si parla di superfici di rotazione quando si ottengono dalla rotazione di una curva ω , detta **generatrice**, intorno ad un **asse** (r). La generatrice può essere una curva sia piana sia sghemba. Può, inoltre, essere regolare o irregolare, aperta o chiusa.

Un'ulteriore classificazione delle superfici può essere fatta in funzione della natura della generatrice: ad esempio, se la generatrice è una retta, la superficie si dice **rigata**.

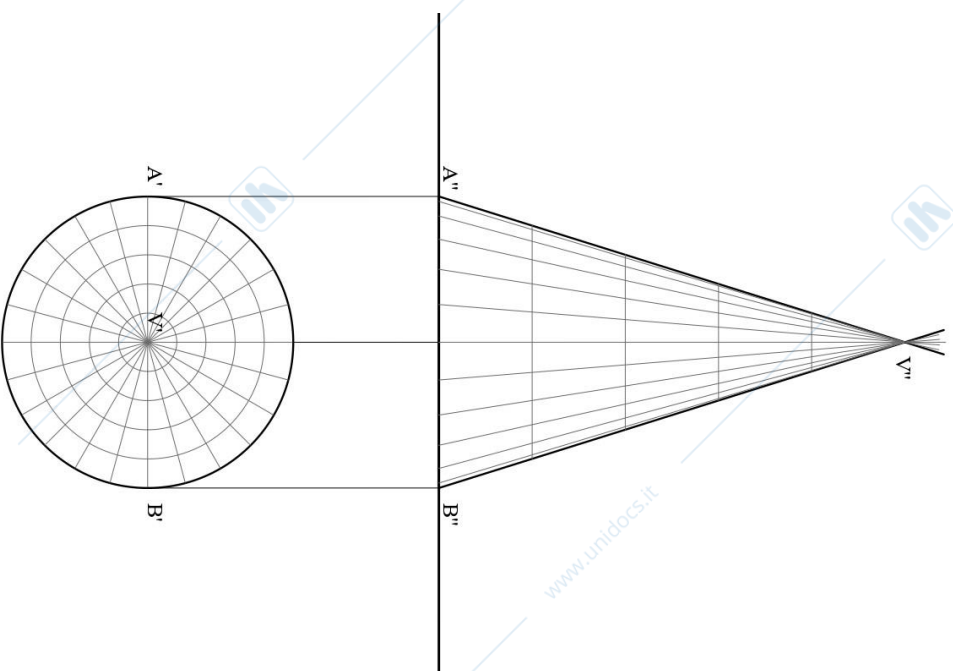
Le rigate possono essere divise in:

- **sviluppabili**: quando due generatrici consecutive sono sempre complanari e quindi incidenti e la superficie può essere distesa su un piano;
- **non sviluppabili**: quando due direttrici sono sghembe e la superficie non può essere distesa su un piano.



Le sezioni ottenute con piani passanti per l'asse sono dette **meridiani** della superficie, mentre le sezioni ottenute con piani ortogonali all'asse sono i **paralleli**.

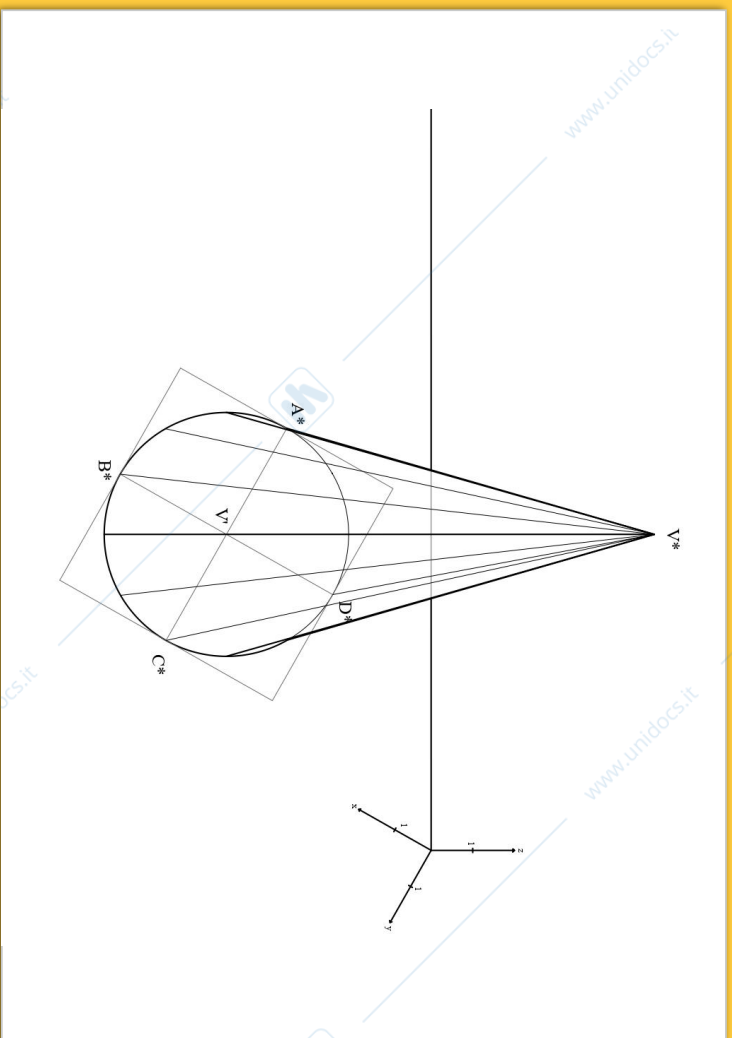
I paralleli di una superficie di rotazione variano di grandezza (ad eccezione di quanto avviene nel cilindro): è detto **parallelo di gola** quello con il raggio minimo, ma diverso da zero; è detto **parallelo equatoriale**, o di raggio massimo, quello maggiore del parallelo precedente e del seguente.



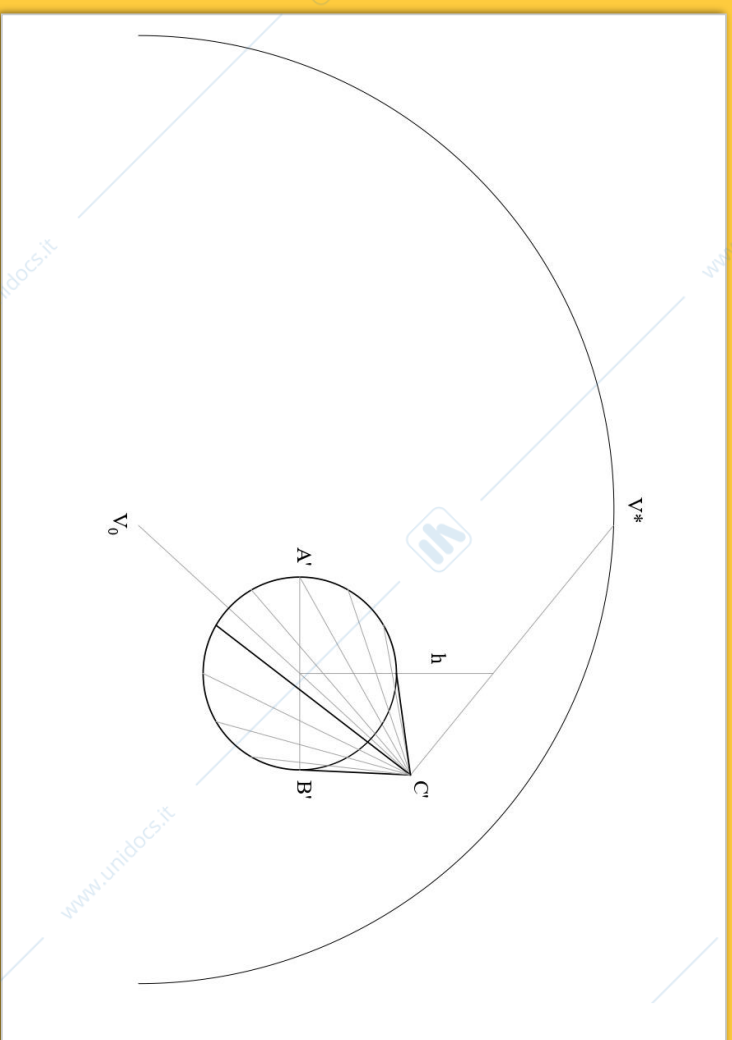
Rappresentazione del cono retto nel metodo di Monge

Per quanto sarebbe sufficiente la figura marcata in nero per identificare il cono nel metodo di Monge, per completare l'operazione si rappresentano più generatrici, dividendo in parti uguali la circonferenza e rappresentando ogni parte in seconda immagine.

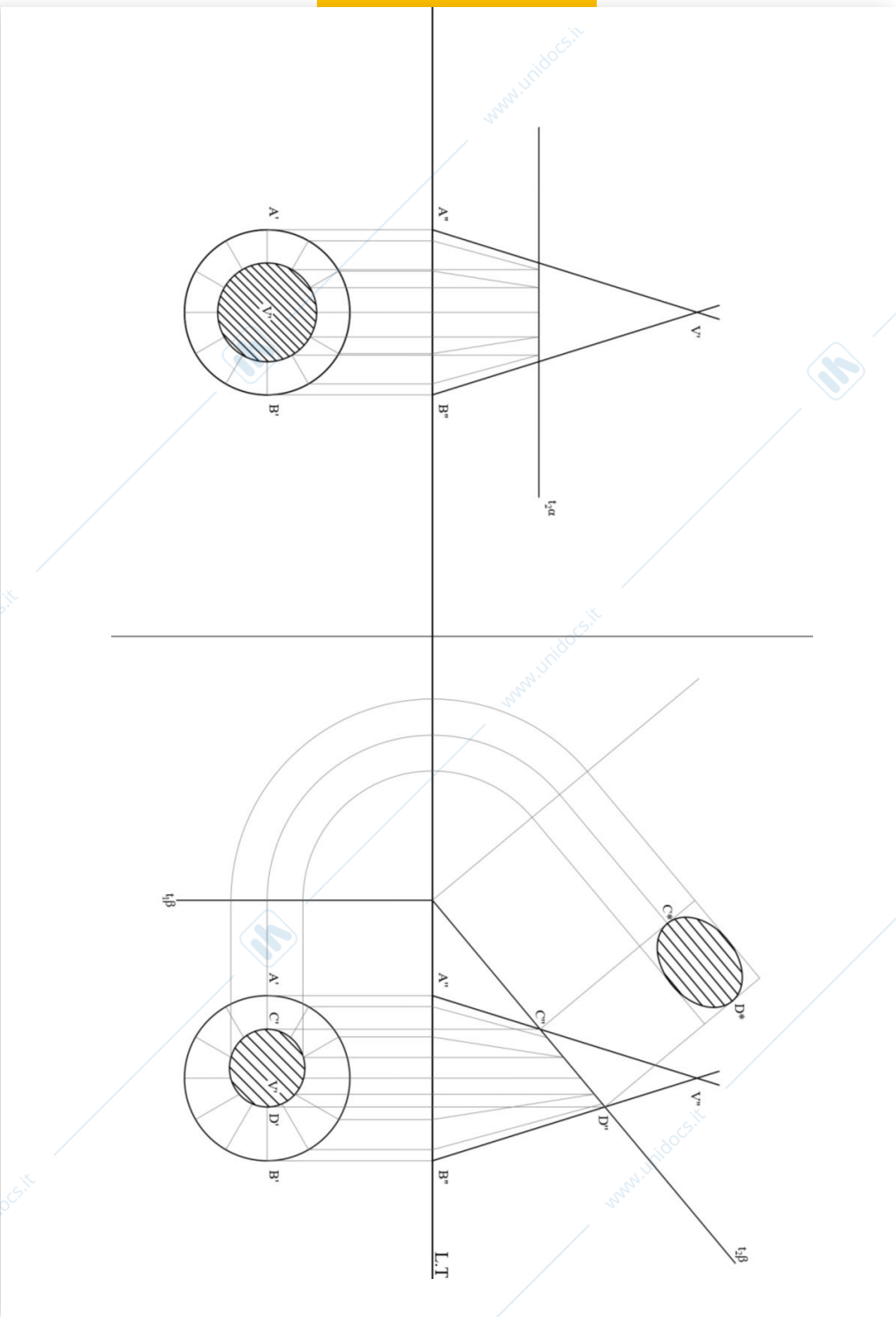
Rappresentazione del cono retto in assonometria militare



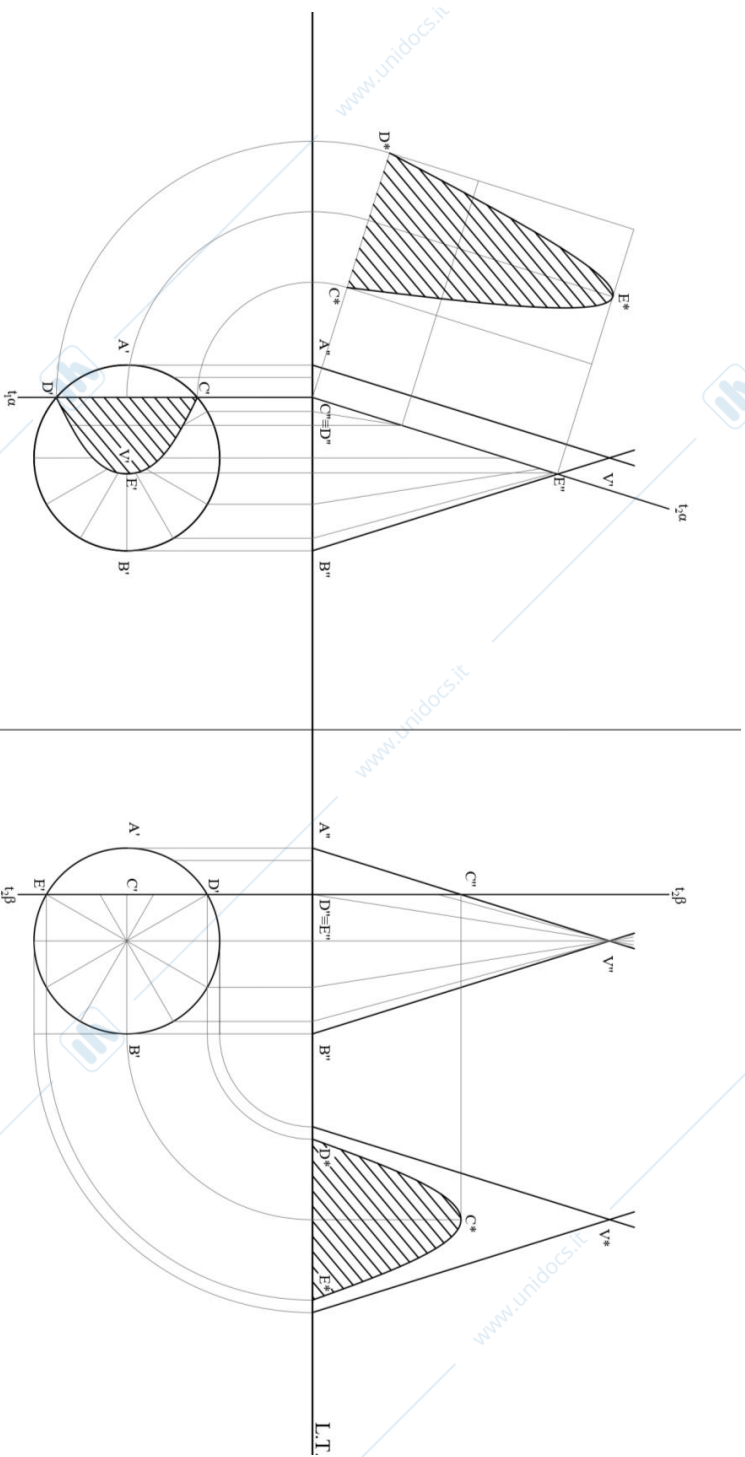
Rappresentazione del cono retto in prospettiva zenitale

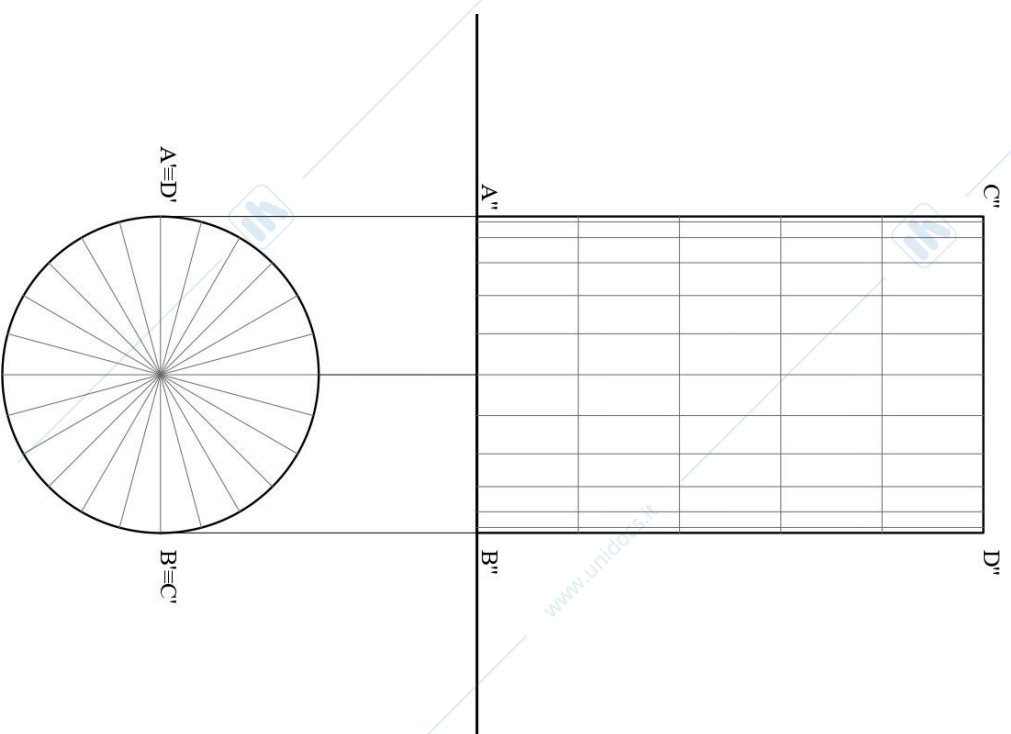


Rappresentazione delle figure rigate nel metodo di Monge: sezioni di un cono retto



Rappresentazione delle figure rigate nel metodo di Monge: sezioni di un cono retto

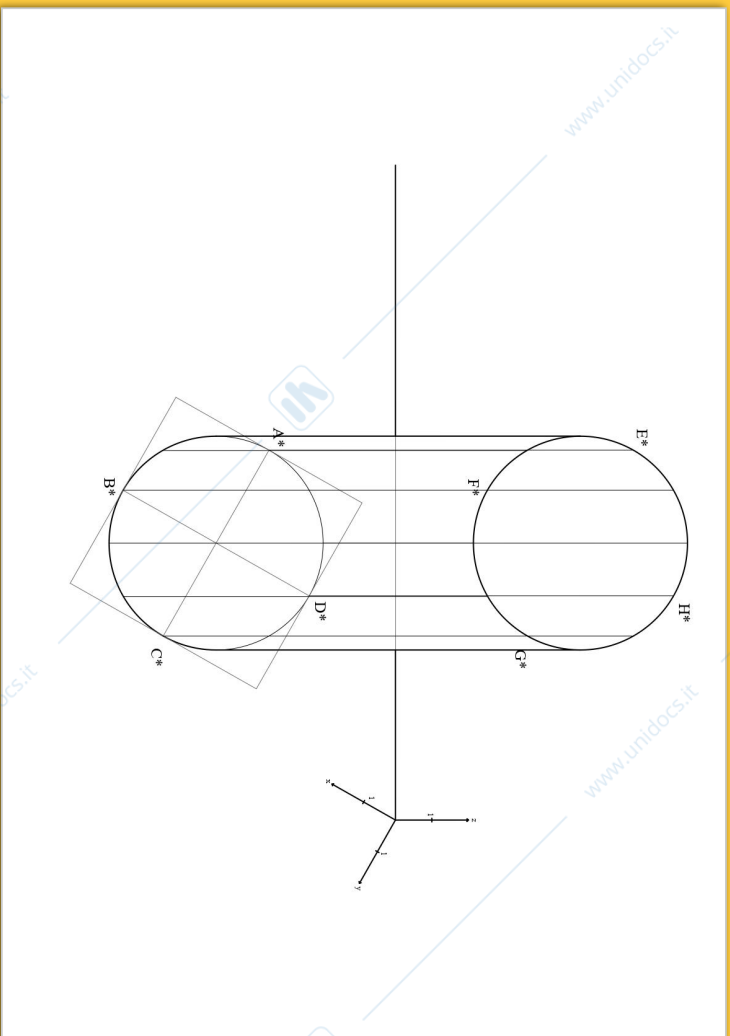




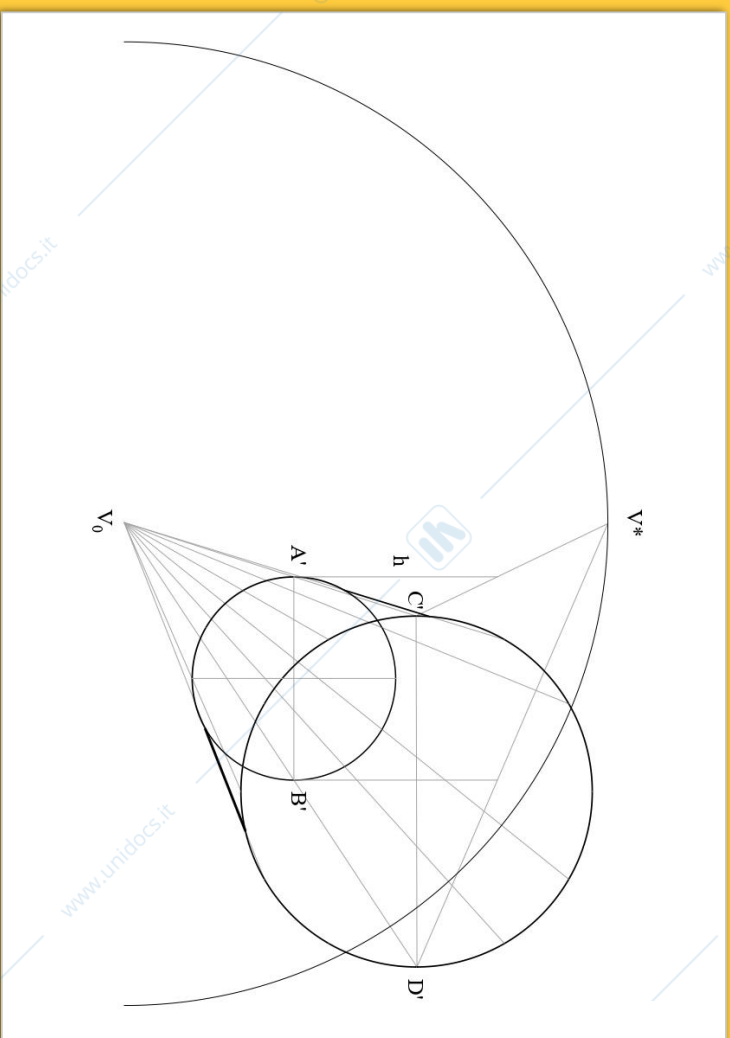
Rappresentazione del cilindro retto nel metodo di Monge

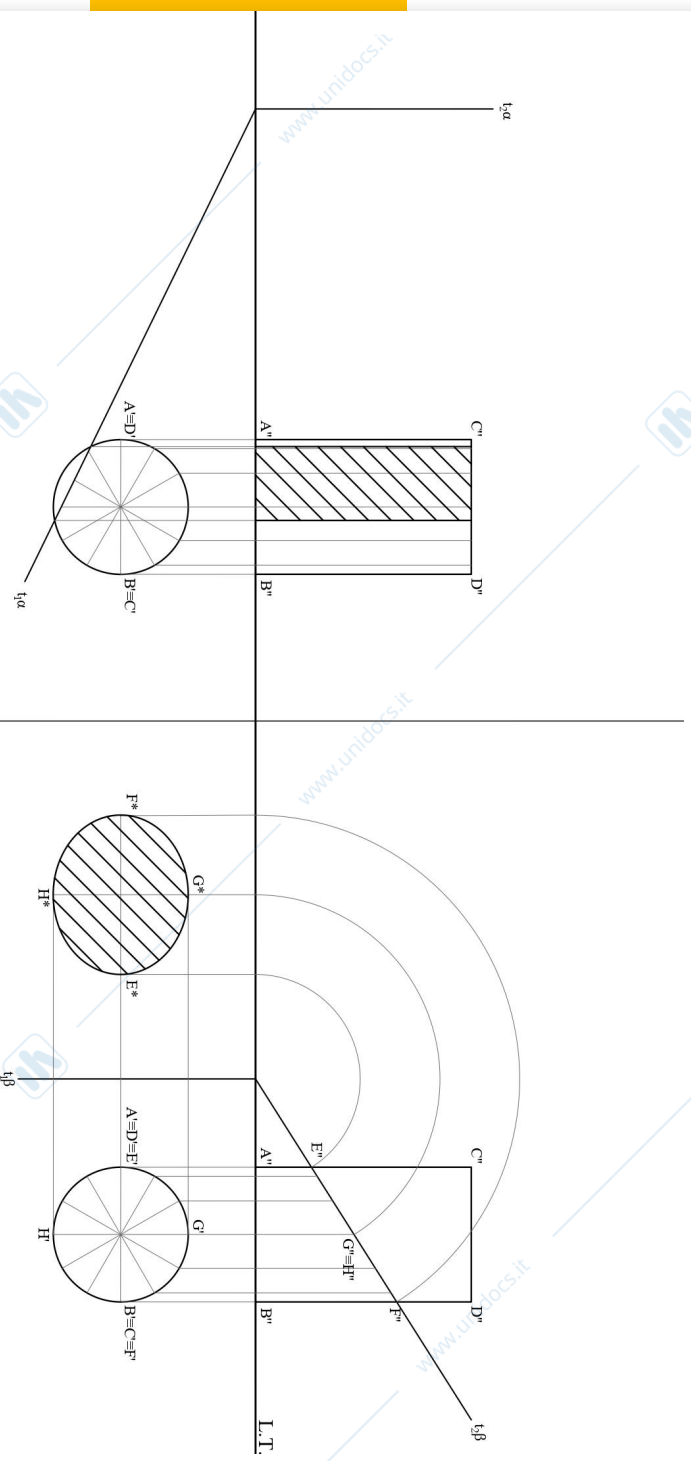
Per quanto sarebbe sufficiente la figura marcata in nero per identificare il cilindro nel metodo di Monge, per completare l'operazione si rappresentano più generatrici, dividendo in parti uguali la circonferenza e rappresentando ogni parte in seconda immagine.

Rappresentazione del cilindro retto in assonometria militare

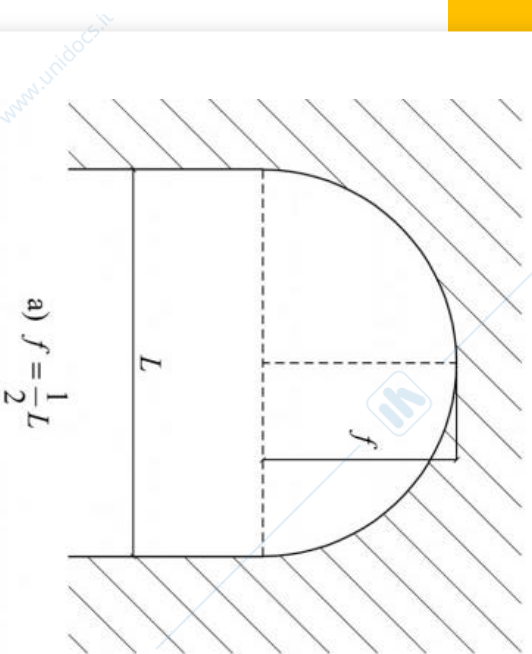


Rappresentazione del cilindro retto in prospettiva zenitale

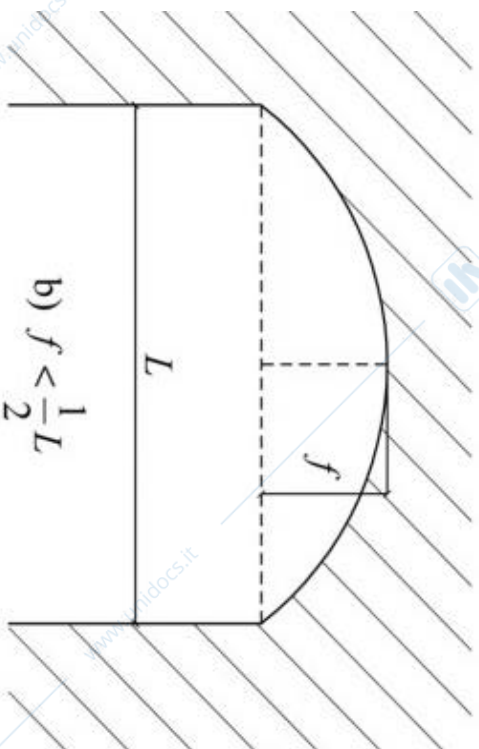




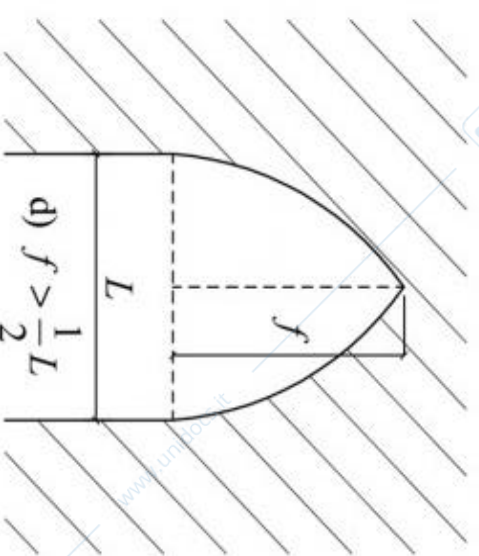
Rappresentazione
delle figure rigate
nel metodo di
Monge: sezioni di
un cilindro retto



$$\text{a) } f = \frac{1}{2}L$$



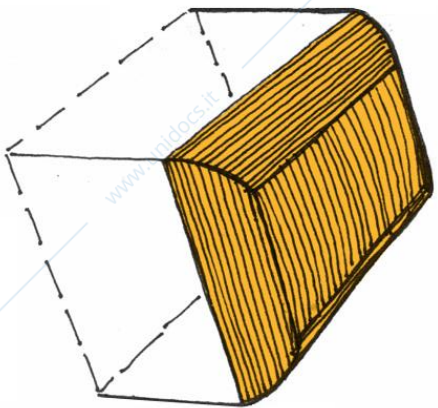
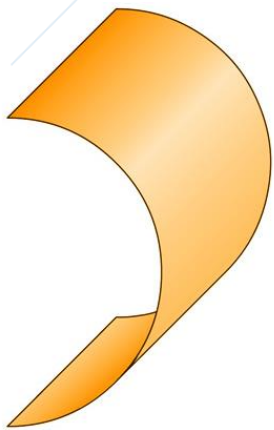
$$\text{b) } f < \frac{1}{2}L$$



$$\text{d) } f > \frac{1}{2}L$$

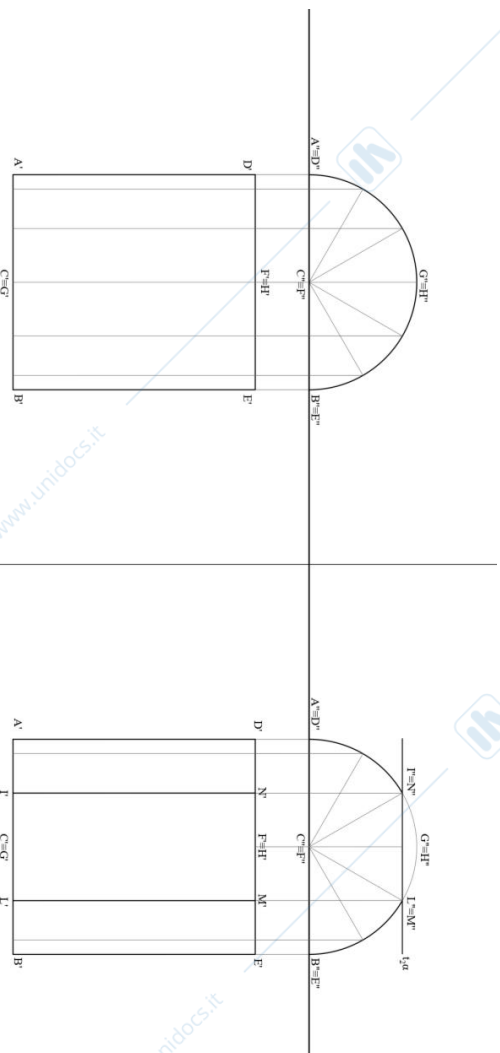
Archi e volte

Se supponiamo di avere una superficie rigata cava, come ad esempio una sezione di cilindro posta in orizzontale, possiamo definirla **arco**. Se l'arco è caratterizzato da un forte spessore, ad esempio nel caso in cui esso debba ricoprire un vasto ambiente, prenderà il nome di **volta**.

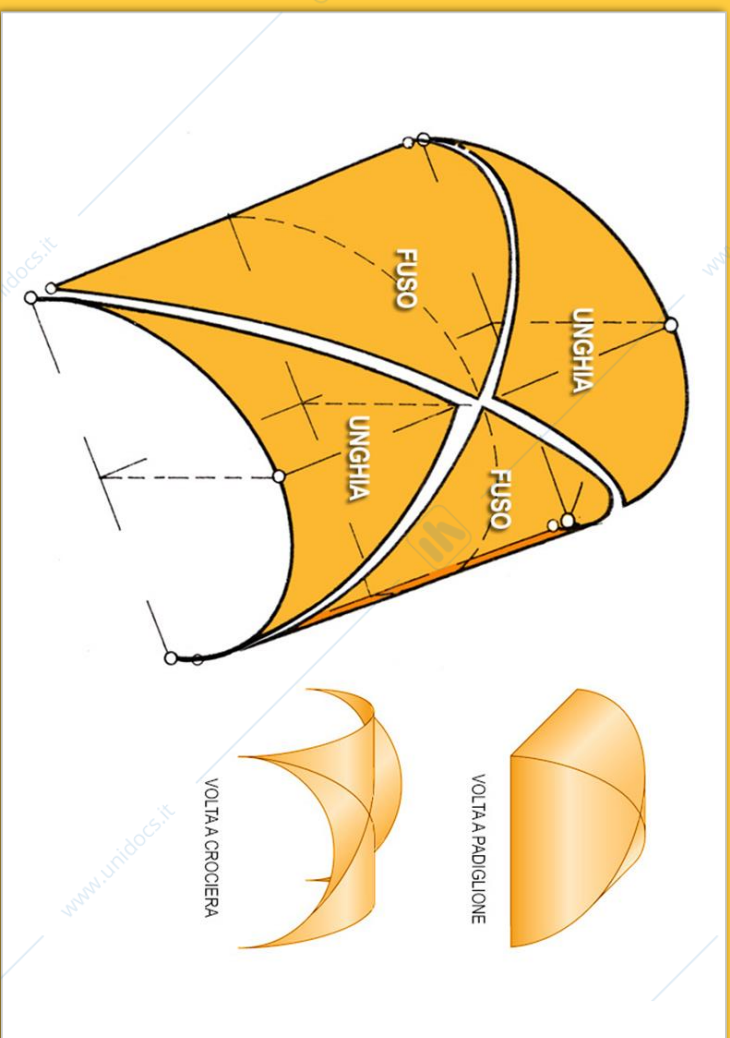
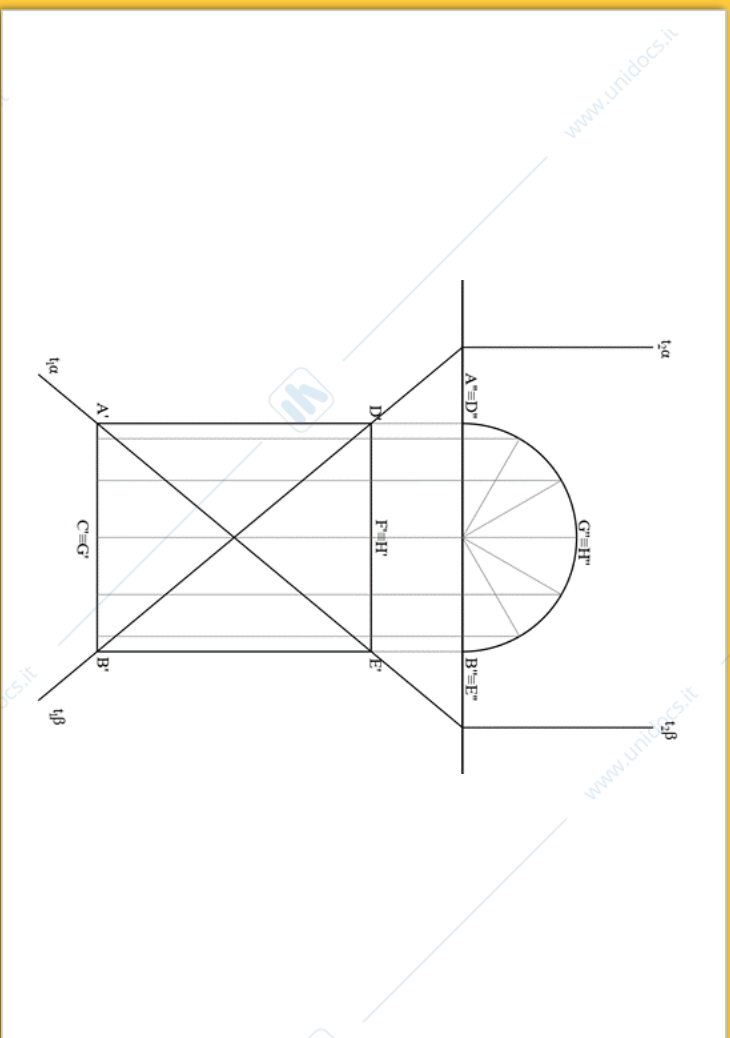


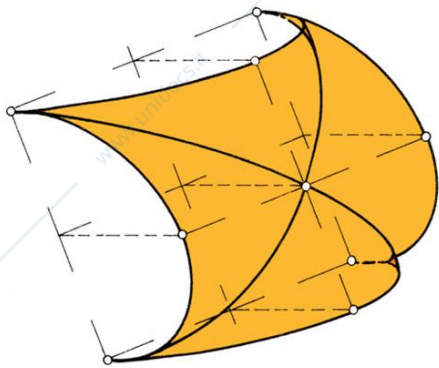
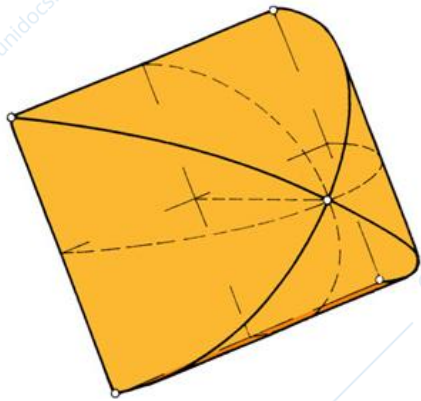
Volta a botte

Volta a schifo



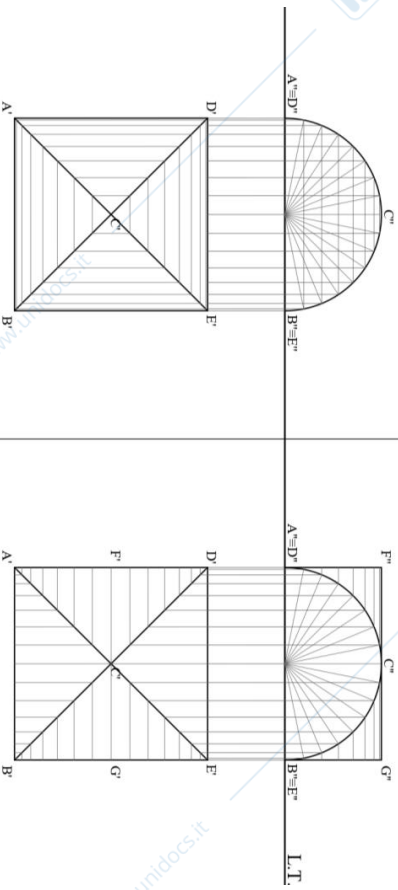
Sezioni della volta a botte con piani proiettanti





Volta a padiglione

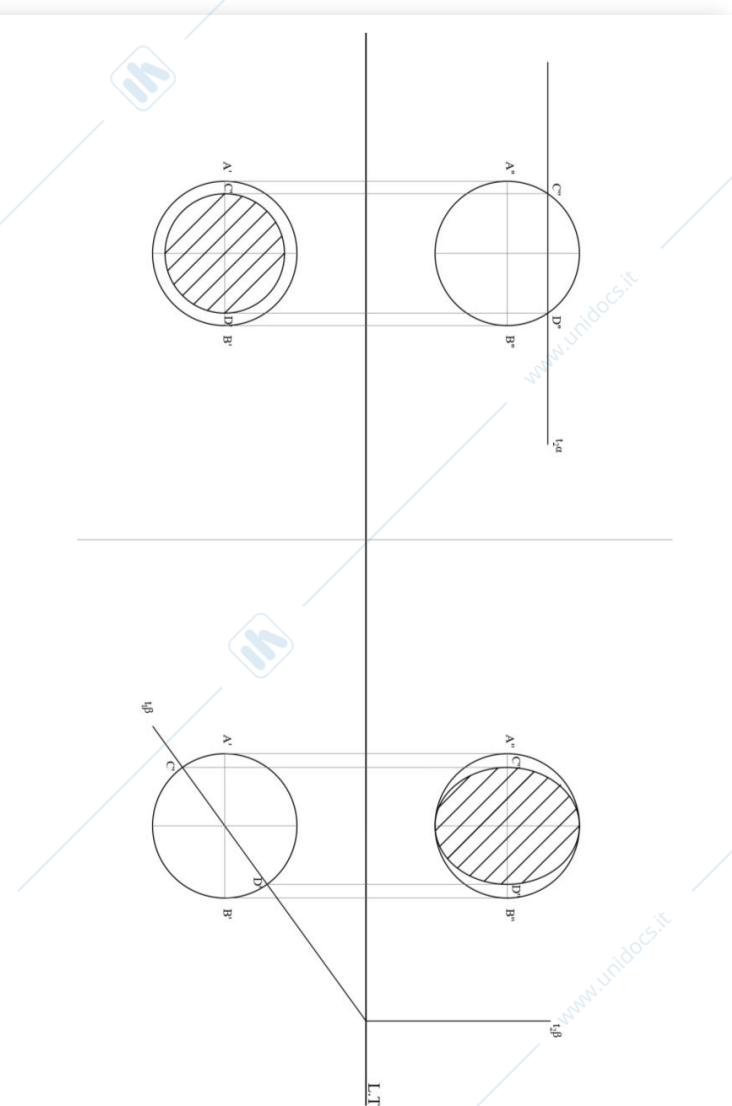
Volta a crociera

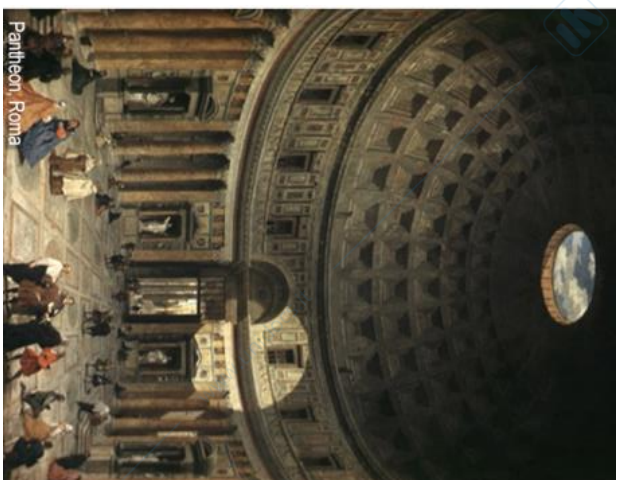
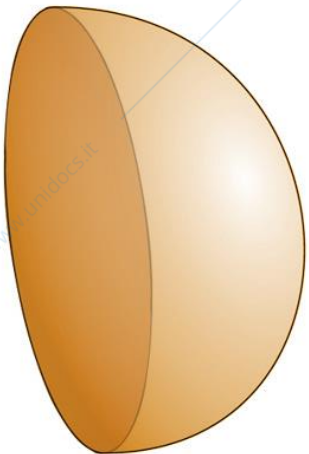
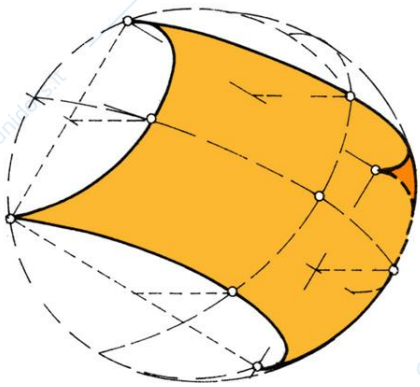
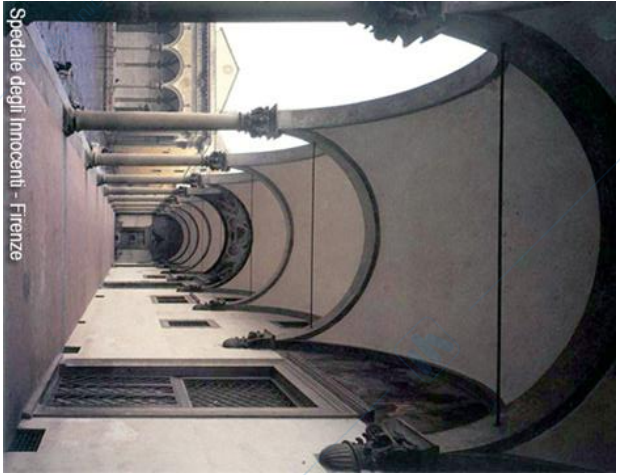


Rappresentazione della sfera nel metodo di Monge

La sfera è una superficie generata dalla rotazione di una semicirconferenza intorno al diametro, che si assume come asse.

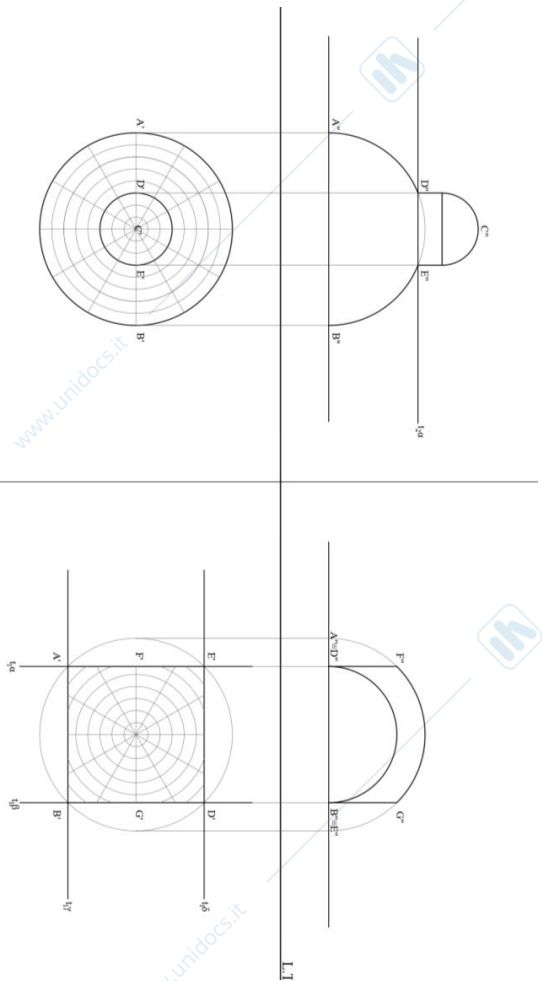
Si ha che le sezioni ottenute con piani passanti per l'asse sono i meridiani, mentre quelle ottenute considerando piani ortogonali all'asse sono i paralleli. Il parallelo passante per il centro della sfera è detto equatore.





Volta a vela

Cupola



POWER POINT

1. In questa presentazione ci soffermeremo su alcune superfici di rotazione, la loro rappresentazione attraverso i tre metodi studiati e la loro applicazione in campo architettonico.
2. In questa prima slide, prima di addentrarci nella costruzione dei solidi presi in considerazione, ho riportato alcune definizioni fondamentali per capire di cosa stiamo parlando: si parla di **superficie di rotazione** quando è generata da una curva, detta appunto generatrice, che ruota intorno a un asse. In particolare si parla di **rigata** quando la generatrice è una retta.
3. In una superficie di rotazione si dicono **meridiani** tutte le sezioni passanti per l'asse di rotazione, mentre sono i **paralleli** tutte le sezioni ortogonali all'asse. I paralleli si distinguono in base alla loro grandezza: abbiamo il parallelo di gola, cioè quello con raggio minore ma diverso da zero; poi il parallelo equatoriale, con raggio maggiore del precedente e del successivo. Nelle figure rappresentate non tutte presentano queste tipologie di paralleli: nel cilindro coincidono, perché tutti hanno uguale raggio; nel cono non si ha né l'uno né l'altro; nell'iperboloide c'è solo un parallelo di gola. Nelle prossime slide vedremo in particolare coni e cilindri, cioè delle rigate sviluppabili (= con una superficie che può essere distesa su un piano, quindi con due direttrici consecutive complanari).
4. Si definisce **cono** la superficie creata da una generatrice che passa per un punto fisso, detto vertice. Quando la generatrice è illimitata, il cono risulta essere a due falde opposte e ogni piano dello spazio lo incontra. Il cono che solitamente incontriamo è a una falda, cioè sezionato da un piano che contiene solo il vertice V. Con il metodo di Monge si rappresenta in prima immagine la circonferenza di base ed il punto V del vertice, mentre in seconda immagine, data l'altezza di V, si collegano A'' e B'' a V''. Per una rappresentazione più allusiva indichiamo le altre generatrici con uno spessore minore.
5. In questa slide vediamo la rappresentazione del cono retto secondo il metodo dell'assonometria e della prospettiva. L'assonometria è quella militare, cioè un'assonometria monometrica che non causa alterazioni della base. Quella tipicamente utilizzata è con gli angoli di 30 e 60 gradi. Per evidenziare la rotazione della circonferenza, è stata inscritta in un quadrato. L'ultima operazione è quella di alzare l'altezza reale dal vertice. Per quanto riguarda la prospettiva, si tratta di quella zenitale, in cui il quadro di rappresentazione è parallelo o coincidente con il piano geometrico. Impostata la distanza del centro di proiezione V dal piano, si può eseguire il ribaltamento e costruire il cerchio delle distanze, dove V_0 è la proiezione di V (VV_0 =distanza principale), mentre V^* è il suo ribaltamento. In questo tipo di prospettiva la retta fondamentale e quella di orizzonte sono improprie, quindi è sufficiente rappresentare il cerchio delle distanze. Per determinare l'altezza prospettica, si alza l'altezza reale dal punto preso in considerazione (nel nostro caso il vertice), si congiunge l'estremo inferiore con V_0 , quello superiore con V^* . Prolungando le due rette ottenute, otterremo l'altezza prospettica nella loro intersezione. Ciò succede perché, data una retta generica n ortogonale al piano, essa lo interseca nella traccia T_n ; rappresentando l'immagine prospettica della retta, si osserva che ha la fuga in V_0 . Quindi, immaginando un'altezza h su n e unendo V con h, il prolungamento di Vh coinciderà proprio con il punto cercato su n' .
6. Sezionando un cono, retto o obliquo che sia, con un piano non passante per il vertice, si determinano delle curve che prendono il nome di **coniche**. Se sezioniamo con piani orizzontali, otteniamo sempre circonferenze, di raggio maggiore man mano che ci avviciniamo alla base. Se invece vogliamo ottenere un'ellisse, si considera un piano non orizzontale tangente al cono nel vertice e si prende un qualsiasi piano parallelo ad esso. Essendoci una corrispondenza tra i punti rispetto a V, possiamo affermare che l'ellisse è una trasformata omologica della circonferenza. (In Monge si utilizzano piani proiettanti in seconda)
7. Allo stesso modo, considerando un piano tangente ad una generatrice e poi uno ad esso parallelo (sempre proiettante in seconda in Monge), otterremo una parabola. Infine, con un piano che contiene il vertice e due generatrici (in Monge un piano di profilo) si determinerà un'iperbole. In questo caso abbiamo un solo ramo, ma se ricordiamo che il cono è a doppia falda, il piano di profilo intersecherà anche la falda superiore e quindi abbiamo il secondo ramo dell'iperbole.
8. Quando il vertice del cono è posto a distanza infinita, la superficie che si ottiene prende il nome di **cilindro**, che può essere retto oppure obliquo. La rappresentazione della superficie "chiusa" si ottiene sezionando con un piano orizzontale il solido all'altezza desiderata. Anche questa rappresentazione in Monge ha una circonferenza come prima immagine, mentre come

seconda presenta un rettangolo. Anche qui si rappresentano, come nel cono, le altre generatrici con uno spessore minore.

9. In questa slide vediamo la rappresentazione di un cilindro retto in assonometria militare e prospettiva zenitale. Il procedimento è ovviamente lo stesso utilizzato per il cono, la differenza sta nel fatto che l'altezza si alza dai punti della circonferenza, perché il vertice è all'infinito.
10. Anche per quanto riguarda il cilindro, sezionandolo si ottengono coniche, ma non solo: ad esempio nel primo caso, utilizzando un piano proiettante in prima, ho ottenuto un rettangolo come seconda immagine. Se utilizziamo piani orizzontali, ovviamente, si ottengono circonferenze tutte con uguale raggio. Proprio come nel cono, invece, utilizzando il piano proiettante in seconda, otteniamo un'ellisse.
11. Per quanto riguarda l'applicazione all'architettura, possiamo supporre di sezionare un cilindro cavo verticalmente. Si viene quindi a formare una figura comunemente detta **arco**. Questa distanza (*col mouse*) prende il nome di luce; mentre questa (*col mouse*) prende il nome di freccia. In base al rapporto tra le due, avremo archi a tutto sesto, a sesto ribassato o rialzato. Quando lo spessore dell'arco è molto forte, parliamo di **volte**, cioè elementi utilizzati per la copertura di vasti ambienti.
12. Vediamo ora qualche esempio. La prima è la volta a botte, la più semplice, che è praticamente il cilindro cavo sezionato di cui parlavo poco fa. La seconda è la volta a schifo, che deriva da quella a botte: infatti la volta a botte viene sezionata con un piano orizzontale.
13. Queste altre due coperture derivano sempre dalla volta a botte, ma con delle sezioni un po' diverse: tagliando una volta a botte con due piani verticali aventi la prima traccia coincidente con le diagonali del rettangolo visto in prima proiezione, vediamo che esso viene diviso in quattro parti a due a due uguali, che prendono il nome di **unghia**, cioè quella aperta, e **fuso**, quella chiusa. Unendo 4 unghie o 4 fusi, si ottengono le volte qui riportate: la volta a padiglione è quella che deriva da 4 fusi ed è quindi una volta chiusa (deve per forza scaricare su mura portanti); la volta a crociera deriva da 4 unghie, è quindi aperta e può scaricare anche su pilastri.
14. Qui alcuni esempi e le rappresentazioni mongiane.
15. Un'altra superficie di rotazione da cui derivano particolari coperture è la **sfera**, cioè una superficie generata dalla rotazione di una semicirconferenza intorno al suo diametro. Qualsiasi piano la sezioni, il risultato è sempre una circonferenza, infatti anche nella seconda rappresentazione qui presente quella che ci può sembrare un'ellisse in seconda proiezione, è in realtà una circonferenza a grandezza reale. Precisamente è quella di raggio massimo, perché la sezione in questione passa per il centro. Qui ritorna un po' la nomenclatura utilizzata nelle prime slide, infatti i piani verticali passanti per il centro si chiamano meridiani, mentre tutti quelli orizzontali paralleli. Il parallelo maggiore è detto equatore.
16. Le volte generate da una sfera sono: la cupola, che è una sfera sezionata sul "piano di imposta" e può coprire una superficie circolare o quadrata. Quella noi solitamente incontriamo nelle nostre zone è ulteriormente sezionata e presenta una lanterna al di sopra; la volta a vela, che è determinata dall'ulteriore sezione della cupola con piani verticali (è tipica del Brunelleschi).