

## Esame di Econometria 06-07-2021

Nome e cognome:

Firma (da mettere solo se lo studente si ritira):

**Domanda 1 (punti 9)**

Si assuma di dover stimare il seguente modello lineare con il metodo OLS:

$$\log wage_i = \beta_0 + \beta_1 \log wage\ fat_i + \beta_2 (sex_i * \log wage\ fat_i) + u_i \quad (1),$$

ottenendo i risultati della tabella 1:

Tabella 1

	Coef.	Std. Err.	t	[99% Conf.	Interval]
logwagefat	0.343	0.033			
sex*logwagefat	-0.101	0.030	-3.363	-0.178	-0.023
constant term	33.291	1.721	19.350	29.914	36.668

dove  $\log wage_i$  è il logaritmo del salario annuale di un lavoratore;  $\log wage\ fat_i$  è il logaritmo del salario annuale che guadagnava il padre del lavoratore alla stessa età;  $(sex_i * \log wage\ fat_i)$  è il termine di interazione tra il sesso del lavoratore e il logaritmo del salario annuale del padre. La variabile  $sex$  è una variabile binaria che assume il valore di 1 per gli uomini e 0 per le donne.

- Si calcoli, per il regressore  $\log wage\ fat_i$ , la statistica  $t$  e l'intervallo di confidenza al 99% (pt. 2)
- Considerando la presenza del termine di interazione  $(sex_i * \log wage\ fat_i)$ , qual è l'associazione (in termini numerici) tra  $\log wage_i$  e  $\log wage\ fat_i$  nel sottogruppo delle donne? (pt. 2.5)
- Considerando la presenza del termine di interazione  $(sex_i * \log wage\ fat_i)$ , qual è l'associazione (in termini numerici) tra  $\log wage_i$  e  $\log wage\ fat_i$  nel sottogruppo degli uomini? (pt. 2.5)
- Si assuma adesso che  $\beta_2 = 0$ . In questo caso, come può essere interpretato il coefficiente stimato  $\hat{\beta}_1$ ? (pt. 2)

**Domanda 2 (punti 12)**

Sia dato il seguente modello in popolazione:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i \quad (2),$$

Considerando che:

- $cov(x_i, u_i) \neq 0$
- a) *E' possibile stimare consistentemente il parametro  $\beta_1$  utilizzando lo stimatore dei minimi quadrati? (pt. 1)*
- b) *Derivare lo stimatore two-stage least squares (2SLS). (pt. 3)*
- c) *Enunciare le proprietà che una variabile strumentale deve rispettare per correggere l'endogeneità di un regressore di interesse. (pt. 2)*
- d) *Mostrare come lo stimatore 2SLS derivato al punto (b) cambia se le proprietà che una variabile strumentale deve rispettare valgono o se, al contrario, non valgono. (pt. 2)*
- e) *Considerando che  $y_i$  è il logaritmo del salario e  $x_i$  sono gli anni di studio, si discuta la possibile esogeneità di una variabile strumentale  $z_i$ , che misura la distanza tra l'abitazione di residenza e il più vicino campus universitario. (pt. 2)*
- f) *Quale tra i modelli a variabili strumentali presentati nella tabella 2 può essere ritenuto valido dal punto di vista della validità degli strumenti utilizzati? Spiegare le motivazioni della risposta. (pt. 2)*

Tabella 2:

Modello 1	Modello 2	Modello 3
Coefficiente stimato: 0.07***	Coefficiente stimato: 0.01**	Coefficiente stimato: 0.16***
Statistica F primo stadio: 13.1	Statistica F primo stadio: 2.9	Statistica F primo stadio: 1423.2

### **Domanda 3 -Punti (12)**

Si consideri il seguente modello di popolazione:

$$y_i = \alpha + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \beta_3 x_i^3 + \varepsilon_i \quad (3),$$

con:

- $cov(x_i, \varepsilon_i) = 0$  per assunzione.
- $cov(x_i, x_i^2) > 0$  per costruzione.
- $cov(x_i, x_i^3) > 0$  per costruzione.
- $\beta_1 > 0$

- $\beta_2 < 0$
- $\beta_3 > 0$

Poiché il vero processo generatore dei dati descritto nell'equazione (3) è sconosciuto, e  $y_i$  è misurata con errore, è possibile stimare soltanto il seguente modello:

$$\tilde{y}_i = \alpha + \beta_1 x_i + u_i \quad (4),$$

dove:

$$\tilde{y}_i = y_i + w_i \quad (5),$$

$$u_i = \beta_2 x_i^2 + \beta_3 x_i^3 + \varepsilon_i \quad (6),$$

e  $w_i \sim (0, \sigma_w^2)$  è una componente di errore di misurazione classico.

In questo contesto empirico:

- Si derivi il limite in probabilità di  $\hat{\beta}_1$  ottenuto dall'equazione (4). (pt. 4)*
- Senza conoscere i valori esatti di  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  e di tutte le covarianze, è possibile dire se  $\hat{\beta}_1$  è asintoticamente distorto verso il basso o verso l'alto? (pt. 2)*
- Si assuma adesso che  $\beta_3=0$  e  $\sigma_w^2 = 0$ . Qual è la nuova formulazione del limite in probabilità di  $\hat{\beta}_1$ . (pt. 3)*
- In quest'ultimo caso, è possibile dire se  $\hat{\beta}_1$  è asintoticamente distorto verso l'alto o verso il basso? (pt. 2)*