

Esame di Econometria 16-09-2021**Nome e cognome:****Firma (da compilare solo se lo studente si ritira):****Domanda 1 (punti 12)**

Si assuma di dover stimare il seguente modello lineare con il metodo OLS o utilizzando la ridge regression:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1,i} + \beta_2 X_{2,i} + \beta_3 X_{3,i} + \dots + \beta_k X_{k,i} + u_i \quad (1),$$

con i seguenti risultati in termini di Mean squared prediction error (MSPE):

Tabella 1

Model	MSPE in-sample	MSPE out-of-sample	Sample size
OLS	0.343	11.20	1200
Ridge regression	8.291	1.645	1200

- Si derivi lo stimatore OLS nel caso multivariato (pt. 4)
- Si derivi lo stimatore ridge regression nel caso multivariato (pt. 4)
- Qual è la principale differenza tra i due stimatori derivati ai precedenti punti? Argomentare la risposta con particolare attenzione al vantaggio dello stimatore Ridge rispetto allo stimatore OLS nel caso multivariato. (pt. 2)
- Considerando i risultati presentati nella tabella 1, con quale dei due stimatori si ottiene la migliore performance predittiva? Argomentare la risposta (pt. 2)

Domanda 2 (punti 11)

Sia dato il seguente modello:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 t_i + \beta_2 g_i + \beta_3 (t_i * g_i) + u_i \quad (2),$$

Considerando che:

- L'analisi si svolge su due periodi
- y_i è il salario individuale
- t_i è una variabile dicotomica che è uguale a 1 nel secondo periodo e 0 nel primo periodo
- g_i è una variabile dicotomica che è uguale a 1 per il gruppo di individui che vivono in una regione in cui nel secondo periodo viene istituito un salario minimo per legge; g_i è invece uguale a 0 per gli individui che vivono in un'altra regione in cui, anche nel secondo periodo, non è previsto un salario minimo per legge

si risponda ai seguenti punti:

- Cosa rappresentano i coefficienti $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ e β_3 ? (pt. 4)*
- Si derivi lo stimatore della differenza nelle differenze (diff and diff) (pt. 4)*
- Quali sono le assunzioni necessarie per poter usare il diff and diff per stimare l'effetto causale della riforma del salario minimo sui salari? (pt. 3)*

Domanda 3 -Punti (10)

Si consideri il seguente modello di popolazione:

$$y_i = \alpha + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \quad (3),$$

con:

- $cov(x_i, \varepsilon_i) = 0$ per assunzione.
- $\beta_1 > 0$

Poiché sia y_i , sia x_i sono variabili misurate con errore, si stima seguente modello:

$$\tilde{y}_i = \alpha + \beta_1 + \tilde{x}_i + u_i \quad (4),$$

dove:

$$\tilde{y}_i = y_i + w_i \quad (5),$$

$$\tilde{x}_i = x_i + z_i \quad (6),$$

con $w_i \sim (0, \sigma_w^2)$ e $z_i \sim (0, \sigma_z^2)$ che rappresentano componenti di errore di misurazione classico.

In questo contesto empirico:

- Si derivi il limite in probabilità di $\hat{\beta}_1$ ottenuto dall'equazione (4). (pt. 4)*
- E' possibile dire se $\hat{\beta}_1$ è asintoticamente distorto verso il basso o verso l'alto? (pt. 2)*

- c. Si assuma adesso che $\sigma_w^2 = 0$. Qual è la nuova formulazione del limite in probabilità di $\hat{\beta}_1$.
(pt. 2)
- d. Si assuma adesso che $\sigma_z^2 = 0$. Qual è la nuova formulazione del limite in probabilità di $\hat{\beta}_1$.
(pt. 2)