

UNIVERSITA' CATTOLICA DEL S. CUORE

ECONOMIA DEL MERCATO MOBILIARE

Gli Strumenti Derivati

Anno Accademico 2020-2021

Gli Strumenti Derivati: Caratteristiche

Gli strumenti derivati traggono origine dalla loro relazione con un altro strumento finanziario. In altre parole, lo strumento derivato non può esistere senza il "titolo sottostante" (*underlying*) che ha valore di titolo originario (principale) sul quale si fonda il valore dello strumento derivato.

Al momento della stipula del contratto le parti concordano le caratteristiche dell'attività sottostante e le condizioni alle quali avverrà o potrà avvenire lo scambio. Gli strumenti derivati sono quindi contratti a termine, cioè a esecuzione differita.

Gli Strumenti Derivati: Tipologie

Esistono tre tipologie principali di strumenti derivati:

•Le opzioni

- Attribuiscono a una delle parti il diritto, ma non l'obbligo, di eseguire la prevista negoziazione dell'attività sottostante

•I futures

- Obbligano le parti a concludere la prevista negoziazione dell'attività sottostante

• Gli swap

- Impegnano le parti a scambiarsi flussi finanziari diversi per determinazione ma di identico valore atteso

Ipotesi di Non Arbitraggio

La valorizzazione degli strumenti derivati si basa sul principio di assenza di arbitraggi:

- Non è possibile effettuare un'operazione finanziaria a costo nullo il cui risultato finale sia sempre non negativo e positivo con probabilità maggiore di zero.
 - In un'operazione finanziaria con costo inferiore a zero il risultato finale non può essere sempre non negativo.
 - Se due strategie hanno lo stesso valore finale, allora avranno avuto lo stesso valore iniziale
-

Le Opzioni

Le opzioni sono contratti finanziari che contro pagamento di un premio danno al compratore il diritto, ma non l'obbligo, di acquistare o vendere una data quantità di una attività finanziaria sottostante ad un determinato prezzo di esercizio chiamato "strike" ad una data specifica o entro tale data:

- **Call Option: diritto di acquistare**
 - **Put Option: diritto di vendere**
 - **Tipo Americano: esercitabile in ogni momento**
 - **Tipo Europeo: esercitabile solo a scadenza**
-

Le Opzioni

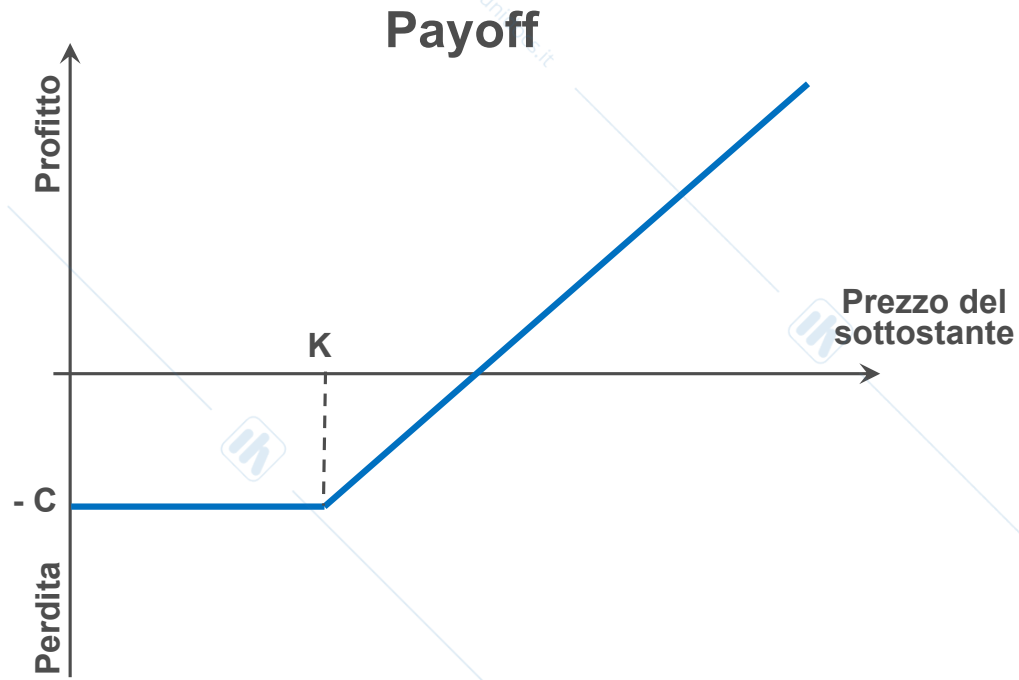
Elementi che caratterizzano un contratto d'opzione:

- l'attività sottostante: può essere un titolo azionario o obbligazionario, una valuta, un indice, una materia prima, un altro strumento derivato)
- la quantità del bene oggetto del contratto
- il prezzo d'esercizio (*strike price*)
- la facoltà d'esercizio
- la scadenza

Le Opzioni: Definizioni

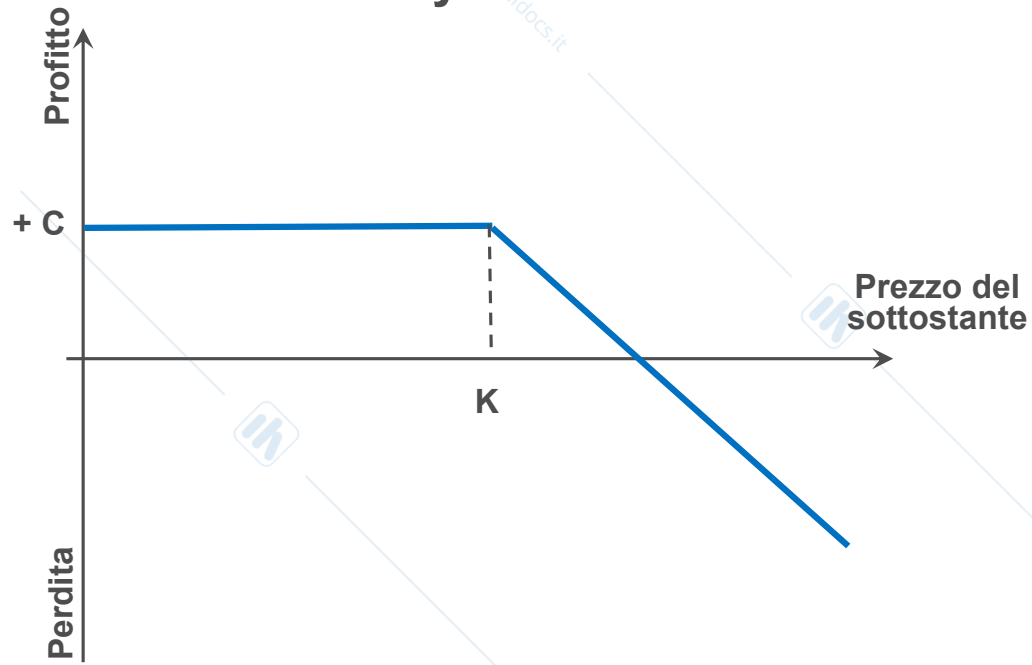
- **Call Europea:** fornisce al possessore la facoltà di acquistare alla scadenza **T** un titolo **S** al prezzo fissato **K** (*Strike Price*)
 - **Call Americana:** fornisce al possessore la facoltà di acquistare **entro** la scadenza **T** un titolo **S** al prezzo fissato **K** (*Strike Price*)
 - **Put Europea:** fornisce al possessore la facoltà di vendere alla scadenza **T** un titolo **S** al prezzo fissato **K** (*Strike Price*)
 - **Put Americana:** fornisce al possessore la facoltà di vendere **entro** la scadenza **T** un titolo **S** al prezzo fissato **K** (*Strike Price*)
-

Acquisto Call

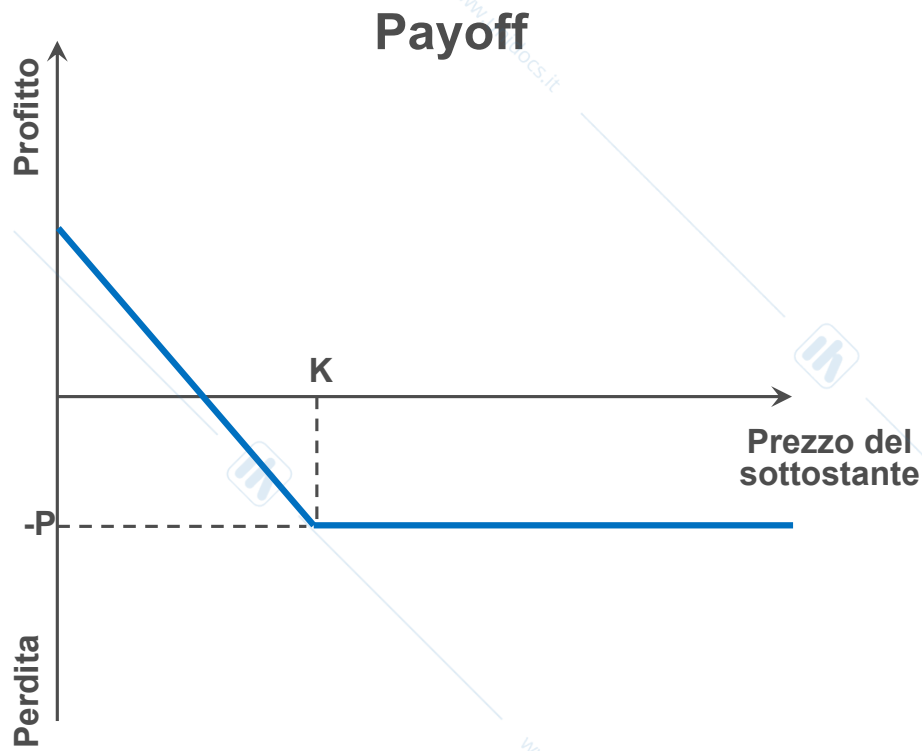


Vendita Call

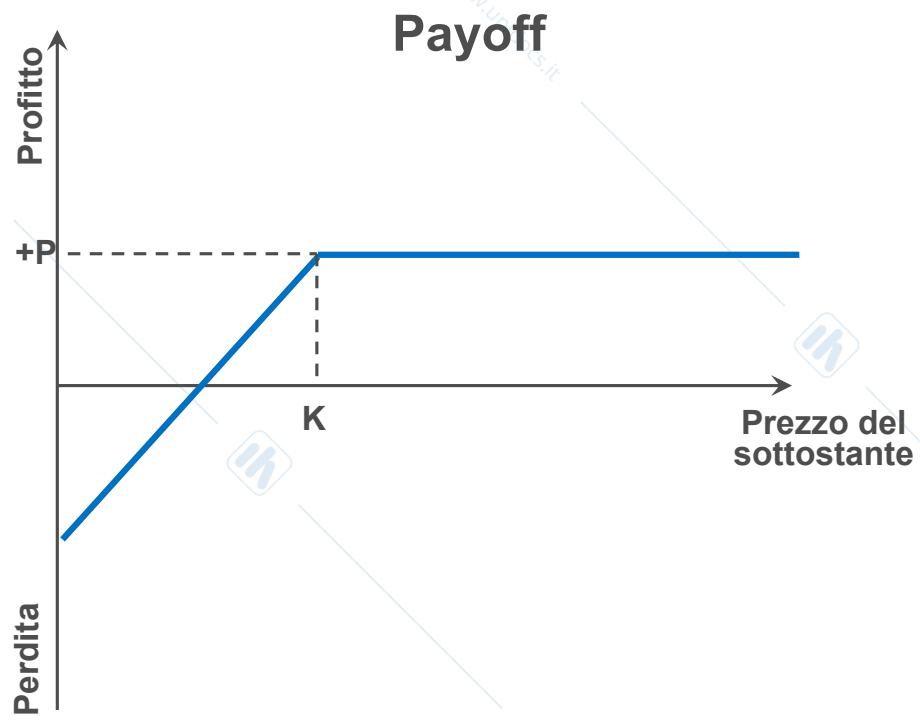
Payoff



Acquisto Put



Vendita Put



Le Opzioni: Valore a Scadenza

- **Call:** $C_T = \text{Max}(0, S_T - K)$

- **Put:** $P_T = \text{Max}(0, K - S_T)$

Le Opzioni

Con riferimento al prezzo di esercizio le opzioni si dicono:

- **in the money:** opzione call (put) in cui il prezzo di mercato del sottostante "S" è maggiore (minore) del prezzo di esercizio "K". Conviene esercitare il diritto.
- **at the money:** opzione call (put) in cui "S" è uguale a "K". Indifferenza tra esercizio e l'abbandono del diritto.
- **out of the money:** Opzione call (put) in cui "S" è minore (maggiore) di "K". L'esercizio del diritto non è conveniente.

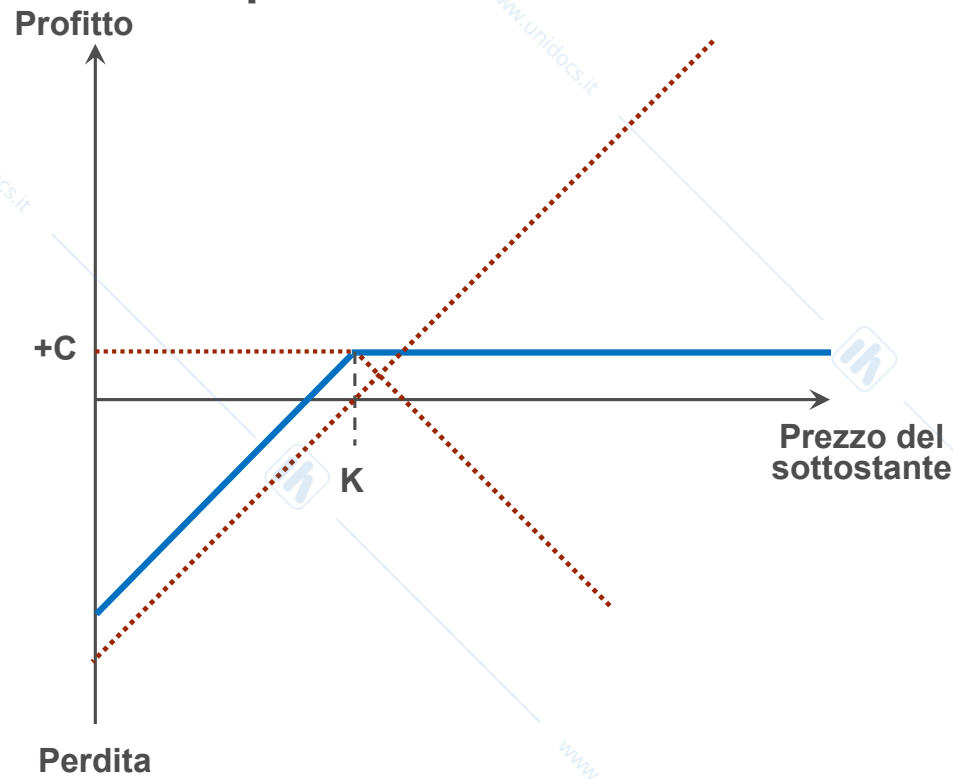
Operatività con Opzioni

Si possono individuare quattro principali strategie operative mediante opzioni:

- **Semplici:** acquisto o vendita di un'opzione
- **Coperte:** acquisto o vendita di un'opzione e del sottostante
- **Spreads:** si assumono posizioni su due o più opzioni dello stesso tipo
- **Combinazioni:** si utilizzano Call e Put sullo stesso titolo

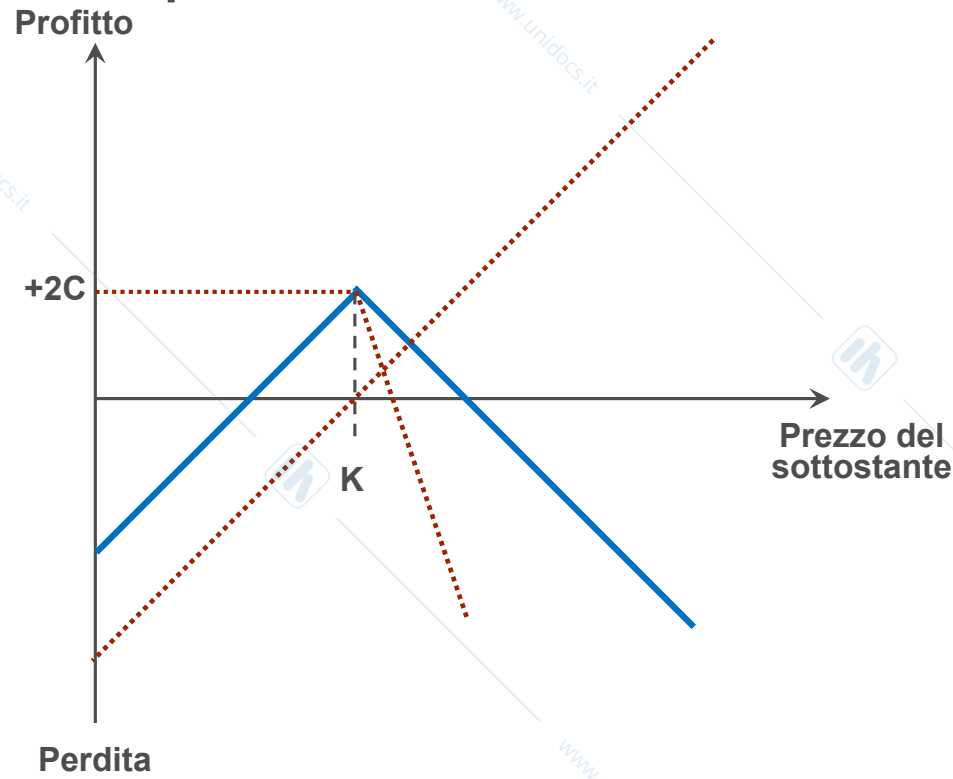
Posizioni Coperte

Acquisto Titolo e Vendita Call



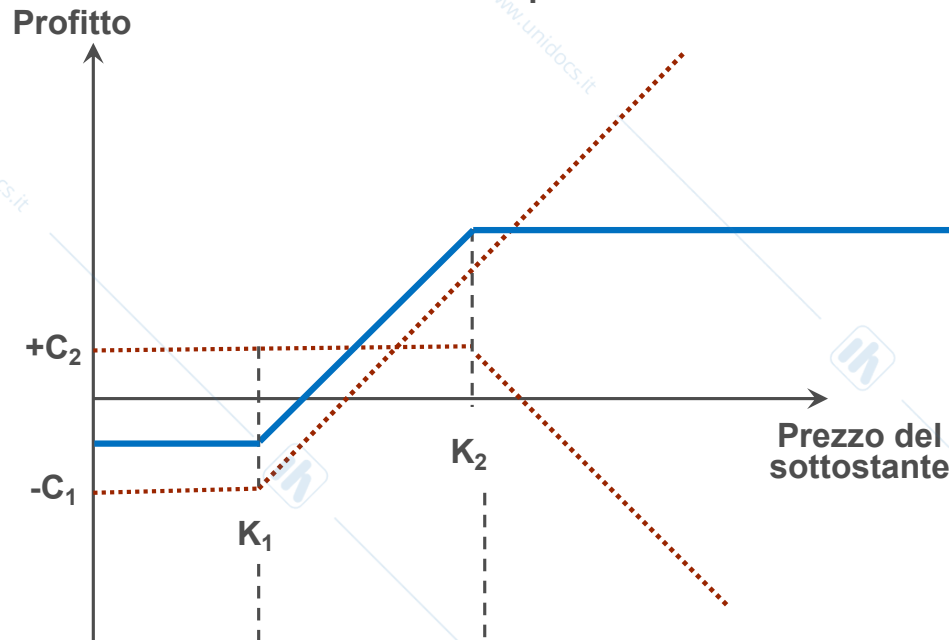
Posizioni Coperte

Acquisto Titolo e Vendita di due Call



Posizioni a Spread (Spread rialzista)

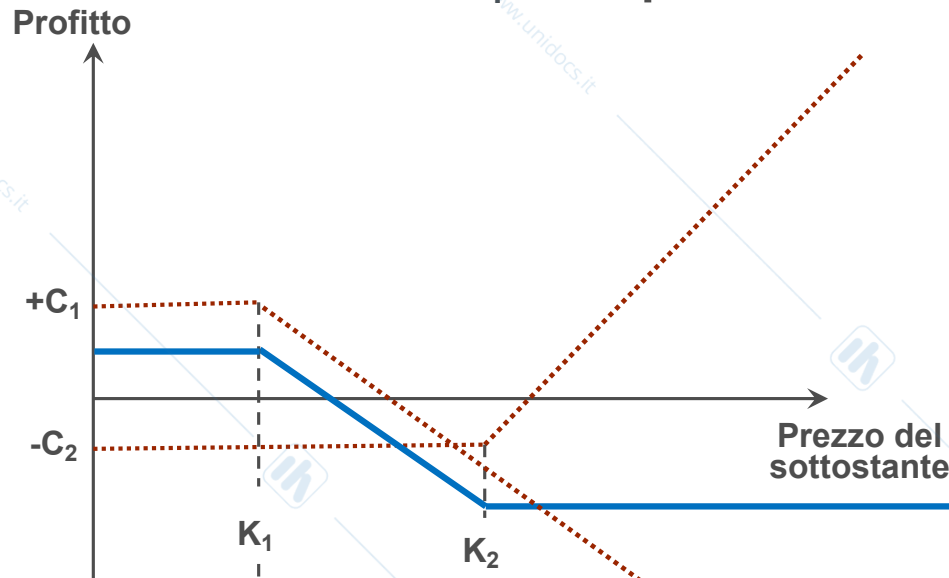
Acquisto Call con Strike K_1 e Vendita Call con Strike K_2



Acquisto call 1	$-C_1$	$-C_1+S-K_1$	$-C_1+S-K_1$
Vendita call 2	$+C_2$	$+C_2$	$+C_2-S+K_2$
Totale	C_2-C_1	$C_2-C_1+S-K_1$	$C_2-C_1+S-K_1-S+K_2$

Posizioni a Spread (Spread ribassista)

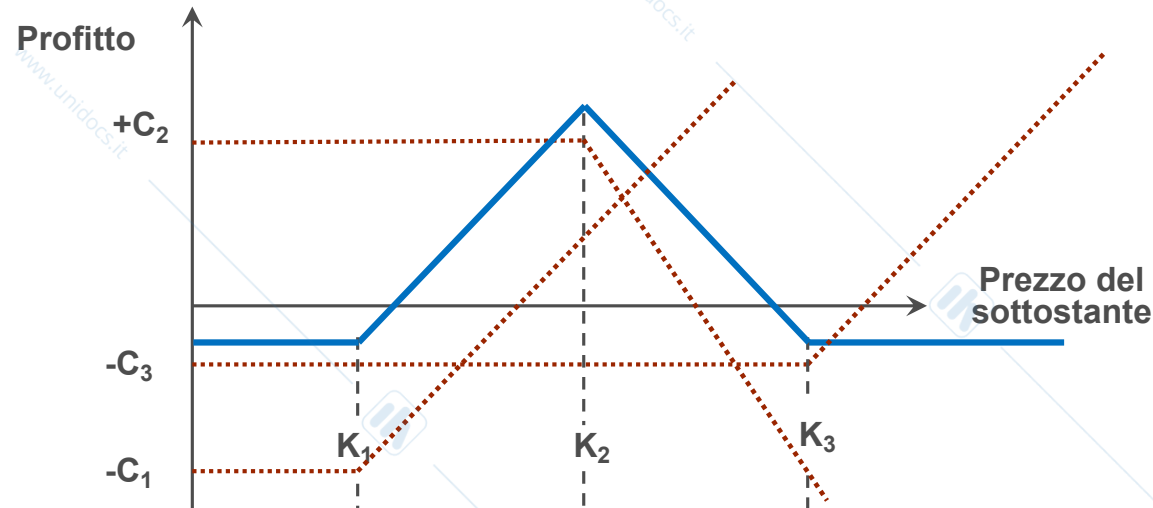
Vendita Call con Strike K_1 e Acquisto Call con Strike K_2



Vendita call 1	$+C_1$	$+C_1 - S + K_1$	$+C_1 - S + K_1$
Acquisto call 2	$-C_2$	$-C_2$	$-C_2 + S - K_2$
Totale	$C_1 - C_2$	$C_1 - S + K_1 - C_2$	$C_1 - S + K_1 - C_2 + S - K_2$

Posizioni a Spread (Butterfly)

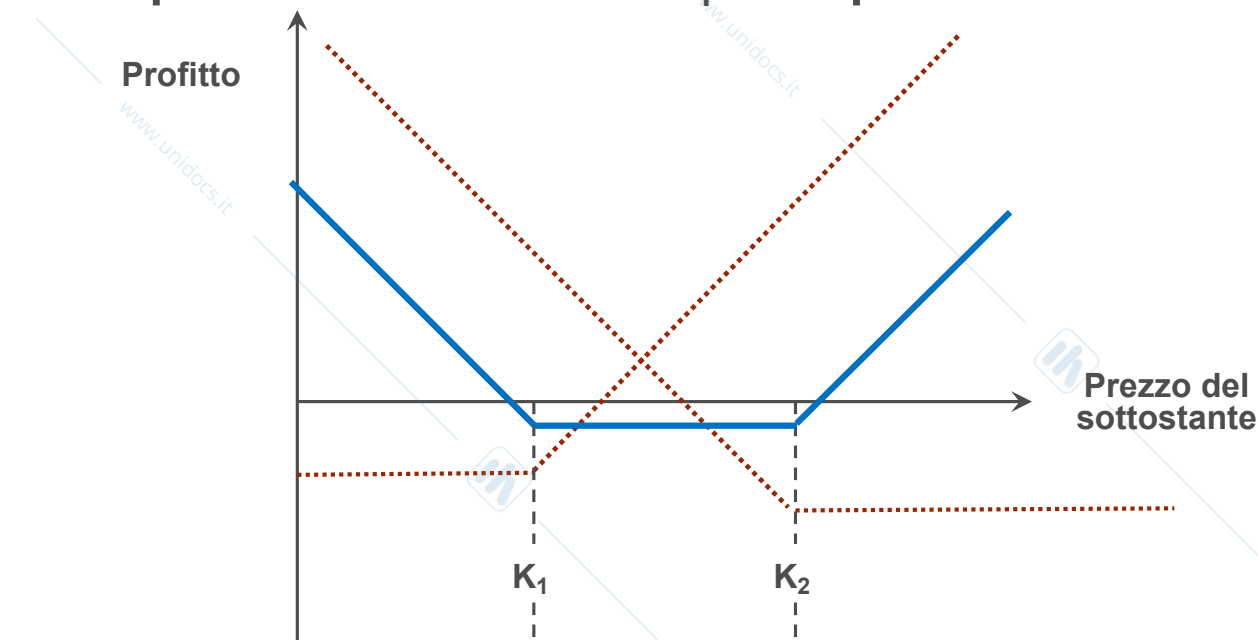
Acquisto Call con Strike K_1 ; Acquisto Call con Strike K_3 ;
Vendita due Call con Strike K_2



Acquisto call 1	$-C_1$	$-C_1+S-K_1$	$-C_1+S-K_1$	$-C_1+S-K_1$
Vendita 2 call 2	$2C_2$	$2C_2$	$2(C_2-S+K_2)$	$2(C_2-S+K_2)$
Acquisto call 3	$-C_3$	$-C_3$	$-C_3$	$-C_3+S-K_3$
Totale	$2C_2-C_1-C_3$	$2C_2-C_1+S-K_1-C_3$	$2(C_2+K_2)-S-C_1-K_1-C_3$	$2(C_2+K_2)-C_1-K_1-C_3-K_3$

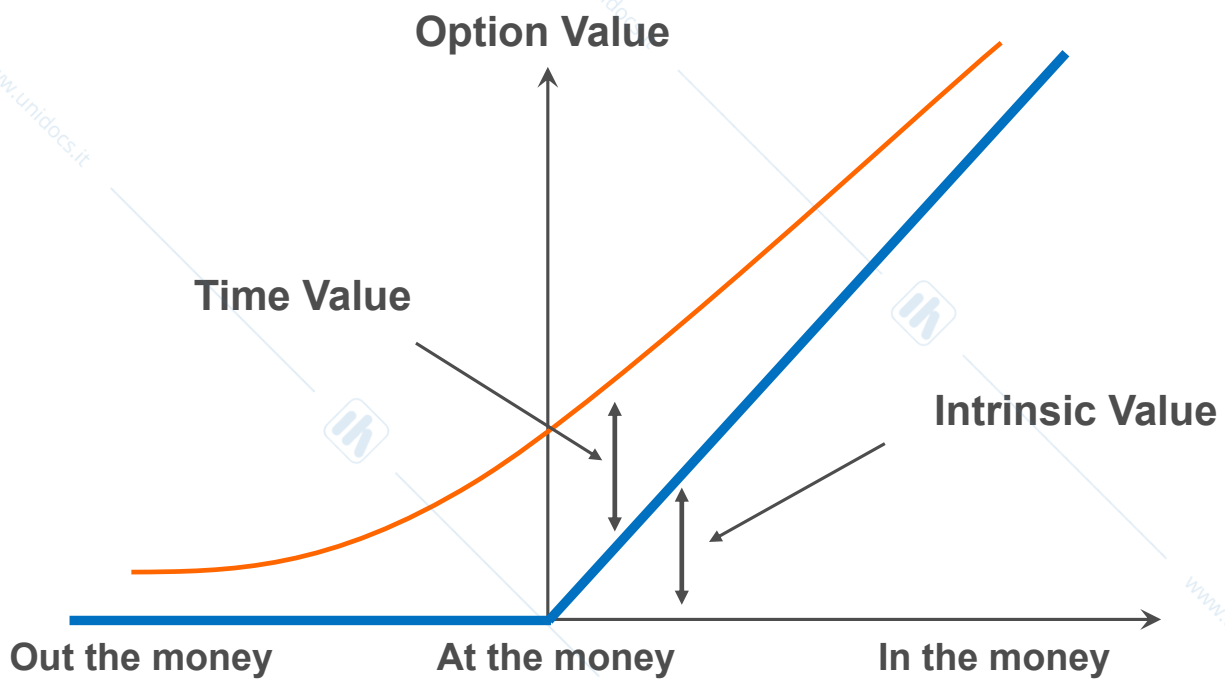
Combinazioni di Opzioni Differenti

Acquisto Call con Strike K_1 e Acquisto Put con Strike K_2



Acquisto call 1	$-C_1$	$-C_1+S-K_1$	$-C_1+S-K_1$
Acquisto put 2	$-P_2+K_2-S$	$-P_2+K_2-S$	$-P_2$
Totale	$-C_1 -P_2+K_2-S$	$-C_1-K_1 -P_2+K_2$	$-C_1+S-K_1-P_2$

Valore delle Opzioni Prima della Scadenza



www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Le Opzioni: Limiti per i Prezzi

- **Limiti Superiori:**

Call: $C \leq S$

Put: $P \leq Ke^{rT}$

- **Limiti Inferiori:**

Call: $C \geq S - Ke^{rT}$

Put: $P \geq Ke^{rT} - S$

La Put-Call Parity

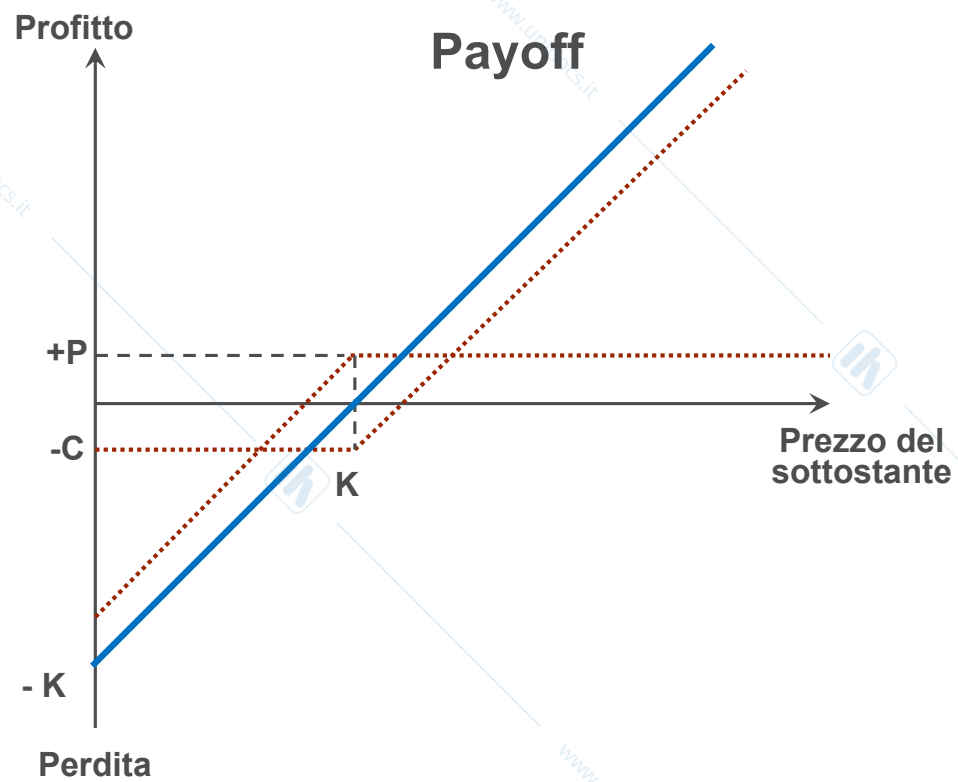
Il prezzo di una Call è legato al prezzo di una Put dalla seguente relazione:

$$P_0 = C_0 - Ke^{-r(T-t)} + S_0$$

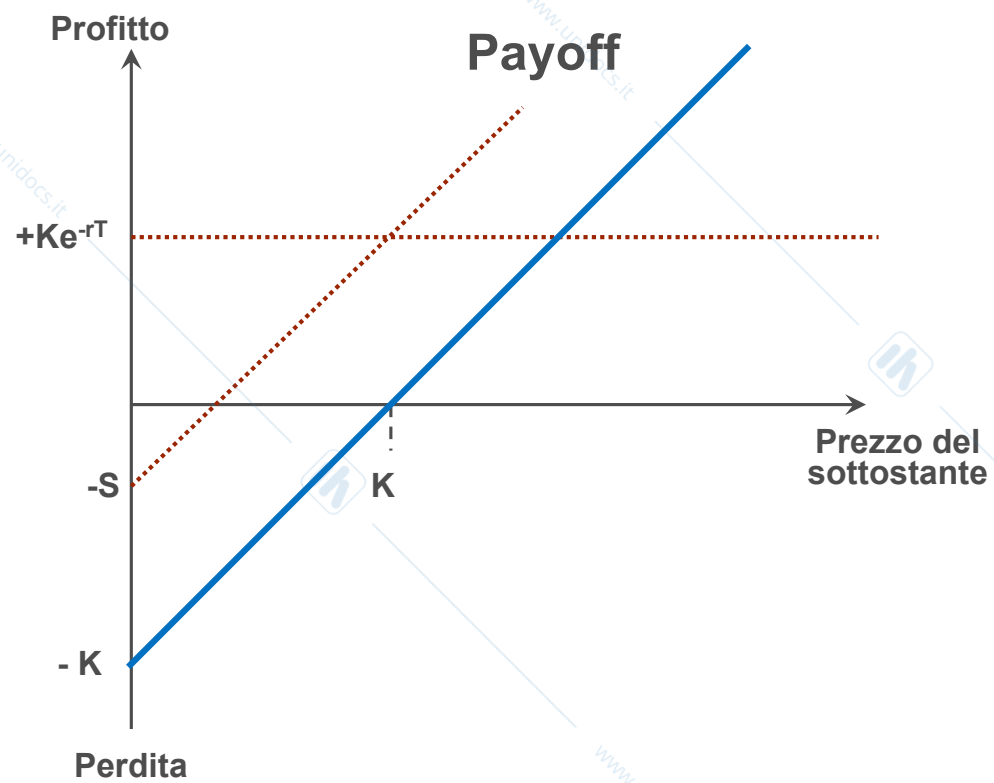
Ipotesi:

- Assenza di arbitraggi
- Assenza di flussi di cassa intermedi
- Le opzioni sono di tipo europeo

Acquisto Call e Vendita Put



Finanziamento e Acquisto Titolo



La Put-Call Parity

Operazione	t	$S_T > K$	$S_T < K$
Acquisto Call	-C	$S_T - K$	0
Vendita Put	+P	0	$S_T - K$
Payoff strategia	P-C	$S_T - K$	$S_T - K$

Operazione	t	$S_T > K$	$S_T < K$
Acquisto Titolo	$-S_0$	S_T	S_T
Indebitamento	$+Ke^{-r(T-t)}$	-K	-K
Payoff strategia	$Ke^{-r(T-t)} - S_0$	$S_T - K$	$S_T - K$

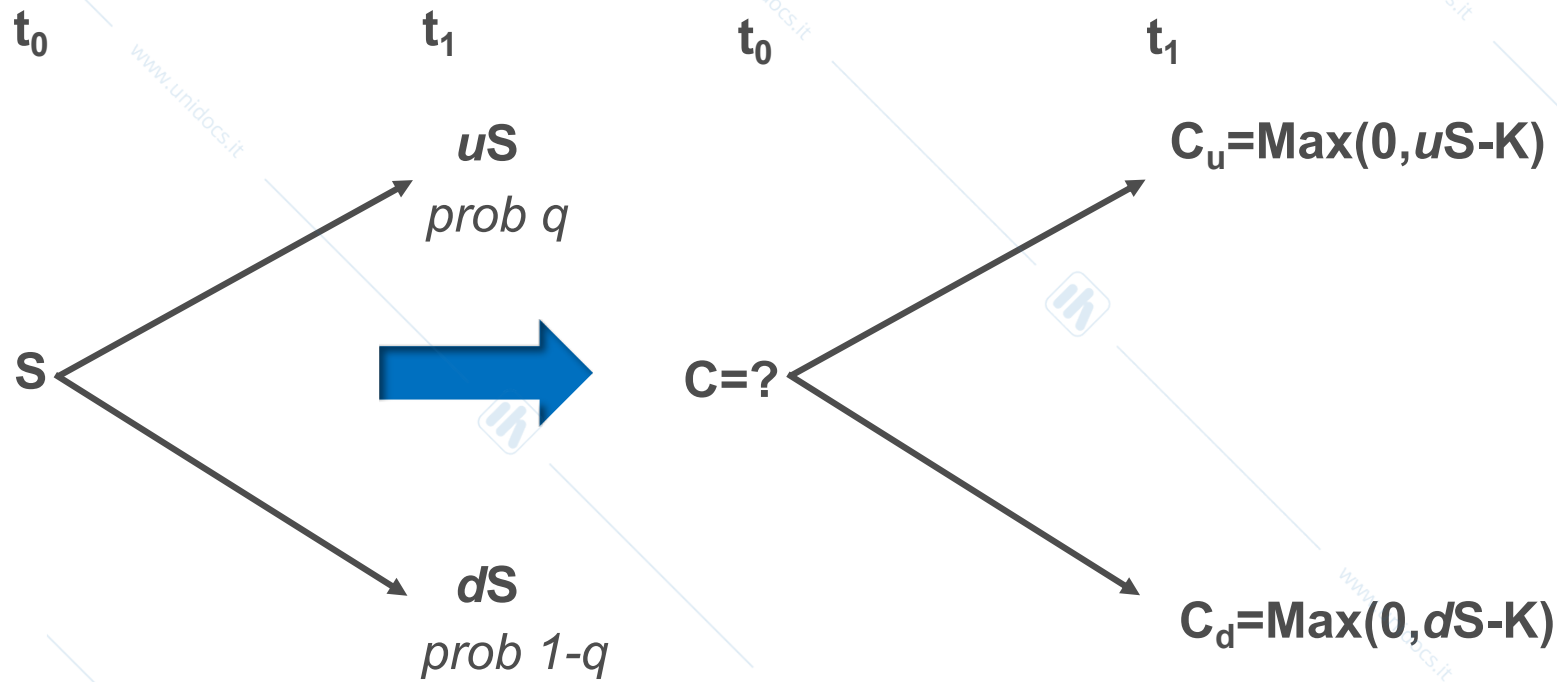
Quindi: $P - C = Ke^{-r(T-t)} - S_0$

Fattori che Influenzano il Prezzo

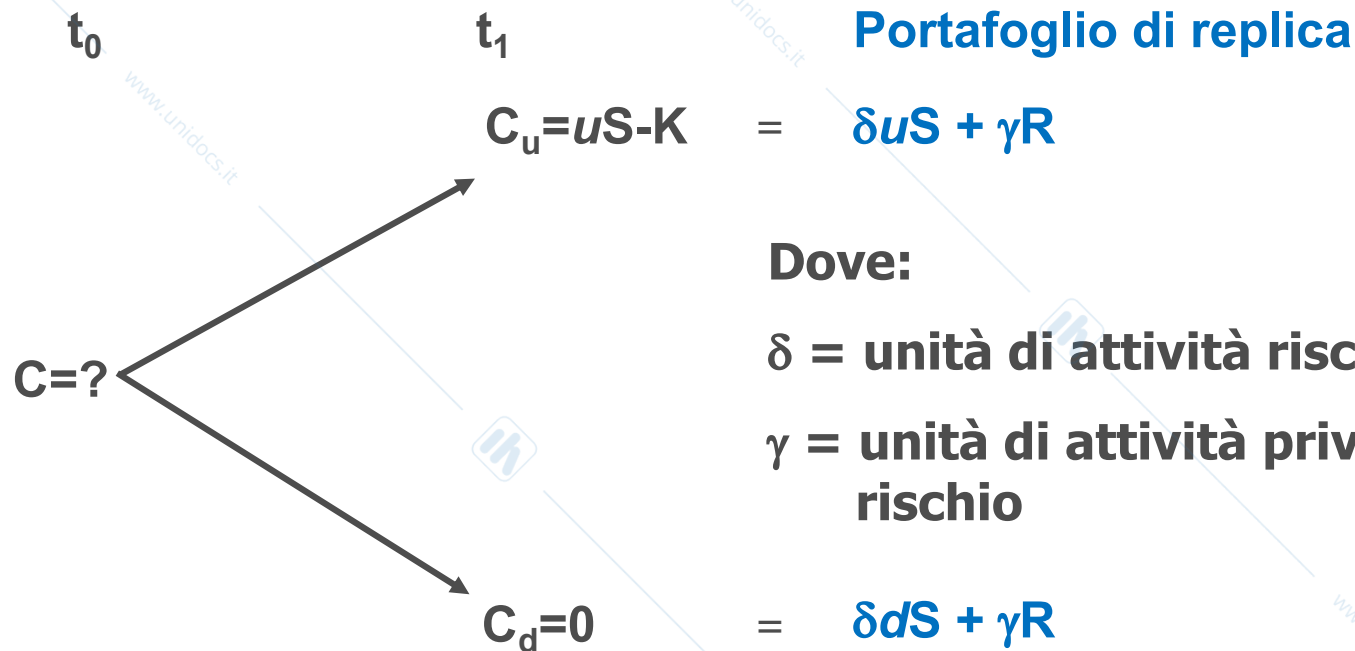
	Call	Put
Prezzo Sottostante	+	-
Prezzo d'Esercizio	-	+
Vita Residua	+	+
Volatilità	+	+
Tasso d'Interesse	+	-

Pricing delle Opzioni

Il modello Binomiale



Modello Binomiale



Dove:

δ = unità di attività rischiosa

γ = unità di attività prive di rischio

Modello Binomiale

t_0

t_1

Portafoglio di replica

$$C_u = uS - K = \delta uS + \gamma R$$

Risolvendo:

$$\delta = \frac{uS - K}{S(u - d)}$$

$$\gamma = \frac{d(uS - K)}{R(u - d)}$$

$$C = \delta S + \gamma$$

Ovvero:

$$C = \frac{(R - d)S}{R(u - d)}$$

$$C_d = 0 = \delta dS + \gamma R$$

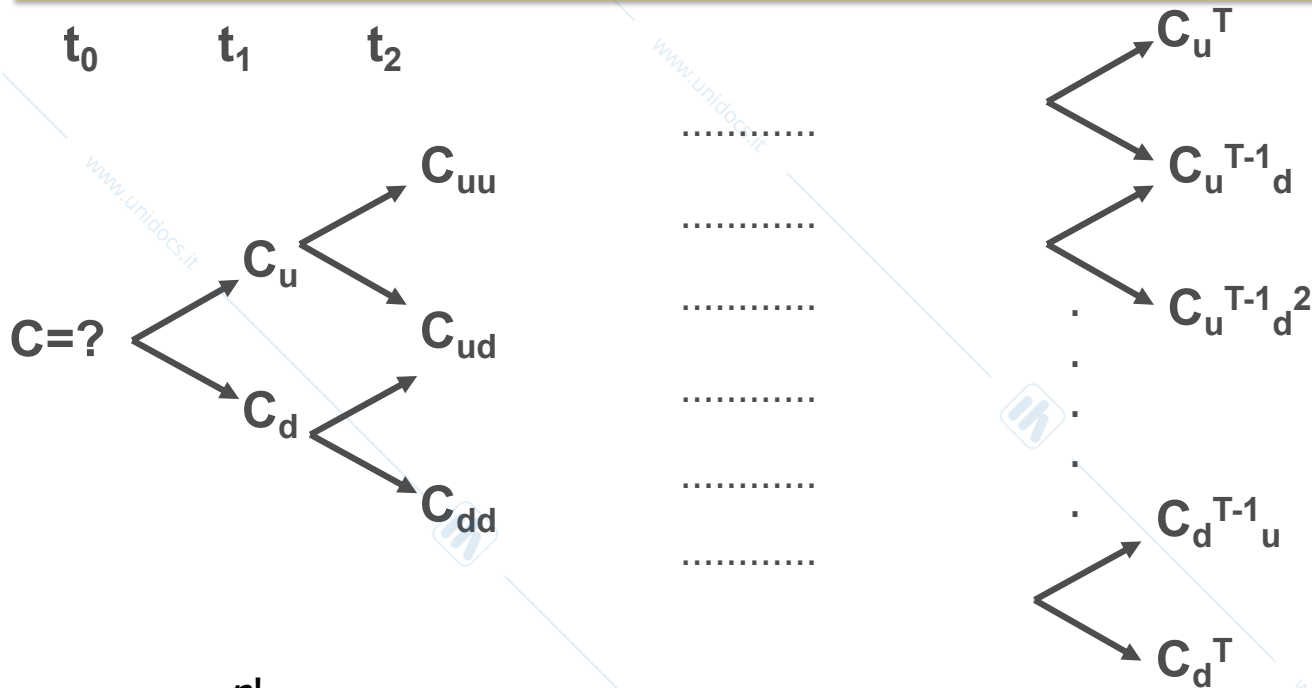
Ponendo: $p = \frac{R - d}{u - d}$

Otteniamo: $C = \frac{1}{R} [p C_u + (1 - p) C_d]$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Modello Binomiale Multiperiodale



$$C = \sum_{j=0}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j} \max(0, u^j d^{n-j} S - K)$$

R^n

j = numero di salti verso l'alto n = numero dei salti

Il Modello di Black & Scholes

Assunzioni:

- Lo strumento finanziario rischioso può essere negoziato liberamente sul mercato;
- È possibile investire o finanziarsi tramite attività prive di rischio al tasso r ;
- L'opzione è di tipo europeo con strike K e scadenza T ;
- Non vi sono costi di transazione e imposizioni fiscali;
- L'andamento del titolo rischioso segue un processo stocastico:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

μ = rendimento medio del titolo

σ = volatilità del titolo

dz = variabile casuale con distribuzione normale standard

Il Modello di Black & Scholes

La formula di Black & Scholes è interpretabile come derivazione del modello binomiale nel tempo continuo. È possibile individuare un portafoglio investito in attività rischiosa e attività priva di rischio che duplica perfettamente il valore dell'opzione:

$$C = S N(D_1) - K e^{-r(T-t)} N(D_2)$$
$$D_1 = \frac{\ln \frac{S}{K} + r \frac{1}{2} \sigma^2 (T-t)}{\sigma \sqrt{(T-t)}} \quad D_2 = \frac{\ln \frac{S}{K} + r \frac{1}{2} \sigma^2 (T-t)}{\sigma \sqrt{(T-t)}} - \sigma \sqrt{(T-t)}$$

$N[.]$ = funzione di distribuzione normale cumulata.