Basilea spiegata con i dadi. Semplicità, complessità e buon senso nella regolamentazione sul capitale

Basel regulation explained with dice. Simplicity, complexity and common sense

Simone Casellina, Banca d'Italia | **Mario Quagliariello**, Autorità Bancaria Europea

Keywords
Basilea 3, capitale, banche

Jel codes
G21, G28

Negli anni recenti si è diffusa l'idea che la regolamentazione bancaria sia divenuta troppo complessa e che tale complessità sia in fondo inutile in quanto sostituibile con regole più semplici e di buon senso. Accompagnando il lettore nel framework sottostante all'attuale normativa, con semplici esempi si introducono i concetti di perdita attesa e inattesa e di perdita condizionata e si evidenziano i pregi di tale impostazione rispetto ad una apparentemente più semplice e intuitiva. Armati di tali concetti, si può arrivare ad avere una visione complessiva, seppur semplificata, di buona parte dello strumentario del regolatore bancario.

In recent years it has spread the idea that banking regulation has become too complex and that this complexity is basically useless as it can be replaced with simpler rules and common sense. In this article we try to explain the framework underlying the current legislation. With simple examples, we introduce the concepts of expected and unexpected loss and of conditional loss and we show the advantages of this approach compared to a seemingly more simple and intuitive one. The paper also shows how, equipped with these concepts, it is easy to get an overall view, albeit simplified, of most of banking regulation's instruments.

1. Premessa

Le banche sono imprese particolari che investono in attività rischiose fondi che non sono, in grandissima parte, di loro proprietà. Chi affida questi fondi alle banche si aspetta che prima o poi gli vengano restituiti interamente. Ma gli investimenti rischiosi possono generare perdite. Per ridurre entro limiti accettabili la possibilità che queste perdite intacchino i fondi gestiti, il regolatore impone alle banche alcune misure prudenziali. Da una parte, a fronte del rischio previsto – ovvero la perdita media che ci si aspetta di osservare – si determina un accantonamento di una parte delle risorse generate dagli investimenti; dall'altra ci si preoccupa che le banche dispongano di fondi propri sufficienti nel caso in cui la perdita effettiva sia maggiore di quella media prevista; si chiede cioè di disporre di fondi propri da usare per coprire le eventuali maggiori perdite. Se le risorse accantonate (rettifiche) e i fondi propri (capitale) non sono sufficienti, allora la banca non sarà in grado di restituire interamente i fondi consegnati in gestione, sarà insolvente. Questi semplici concetti hanno portato, negli anni, a sviluppare un corpo normativo volto ad assicurare la misurazione dei rischi connessi alla attività bancaria e la quantificazione delle risorse di cui le banche devono disporre.

Negli anni recenti si è diffusa l'idea che la regolamentazione bancaria sia divenuta troppo complessa e che tale complessità sia in fondo inutile in quanto sostituibile con regole più semplici e di buon senso. In questo articolo si prova ad accompagnare il lettore nel framework sottostante all'attuale normativa. Con semplici esempi si introducono i concetti di perdita attesa e inattesa e di perdita condizionata e si evidenziano i pregi di tale impostazione rispetto ad una impostazione più semplice e intuitiva. Si mostra anche come, armati di tali concetti, si possa arrivare ad avere una visio-

Le opinioni espresse sono personali e non coinvolgono le istituzioni di appartenenza. Si ringraziano per gli utili suggerimenti e consigli e per la pazienza: Andrea Resti, Francesco Piersante, Antonio Ilari, Giuseppe Pandolfo, Marco Bottasso, Giacomo Manzelli.

ne complessiva, seppur semplificata, di buona parte dello strumentario del regolatore bancario. Il tutto senza parlare di banche, di finanza o di normativa: basta un dado.

2. Il dado è tratto

Si prenda in considerazione il seguente gioco. Al giocatore vengono consegnati 60 euro. Prima o poi dovrà restituirli ma nel frattempo può investirli senza rischio, diciamo a un tasso del 10%. Per ogni periodo il giocatore potrebbe dunque ricevere una rendita di 6 euro che può spendere come vuole. Al giocatore è però anche richiesto di lanciare un dado. Il giocatore subisce una perdita pari al numero uscito. Ad esempio, se esce il numero «3», il giocatore perde 3 euro. In questo caso la sua vincita netta sarebbe 3 euro, ovvero, il 10% di 60 = 6 euro meno una perdita pari a 3 euro.

Se il giocatore decide di consumare interamente la vincita di 6 euro, per coprire le perdite deve intaccare i 60 euro consegnati all'inizio. Questo significa che non potrà restituire interamente la somma che gli era stata messa a disposizione. Ad esempio, se esce «6» il giocatore dovrà prelevare 6 euro dai 60 consegnati per far fronte alla perdita ma allora può restituire solo 54 euro. In questo caso diremo che il giocatore è insolvente.

Diciamo che il giocatore, prima di lanciare il dado e quindi di conoscere le perdite, decide di accantonare una parte della rendita ovvero evita di spendere subito una parte della vincita. Tale riserva servirà a far fronte alle perdite. Il valore accantonato è pari alla perdita attesa che, in questo caso, è 3,5 euro[1] e spende i rimanenti 2,5 euro. Se il risultato del lancio è un numero compreso tra 1 e 3, il giocatore può coprire la perdita ma, se esce un numero maggiore, il giocatore non ha abbastanza risorse. A questo punto interviene l'organizzatore del gioco che impone, per poter partecipare, di avere risorse proprie e disponibili sufficienti a coprire eventuali perdite maggiori della perdita attesa. Un organizzatore particolarmente prudente potrebbe per esempio richiedere risorse aggiuntive pari a 2,5 euro che consentirebbero di coprire le perdite in ogni possibile Stato del mondo. Abbiamo quindi 3,5 euro accantonati per far fronte alla perdita attesa e 2,5 euro di capitale proprio a copertura della eventuale eccedenza di perdita rispetto a quella attesa (chiameremo tale quantità perdita inattesa).

Immaginiamo ora che i dati lanciati siano 100 e la somma consegnata prima del lancio dei dadi sia pari a 6.000 euro che, impiegati a un tasso del 10%, rendono 600 euro. La perdita attesa è 350 euro e questa è la somma che il giocatore accantona. Ma a quanto ammonta il capitale richiesto? Una risposta semplice è 250 euro (pari alla differenza tra la perdita massima e la perdita attesa) ma è facile rendersi conto che tale cifra è eccessiva. Infatti, al crescere delle ripetizioni, gli scostamenti rispetto al valore atteso diventano sempre più improbabili quindi la perdita inattesa si riduce (in termini relativi). In altre parole, diventa sempre più improbabile che si verifichi lo scenario peggiore perché questo richiederebbe di osservare «6» per tutti i dadi contemporaneamente mentre, all'aumentare del numero di lanci, è sempre più probabile che gli eventi al di sopra della media ovvero «4», «5», «6» siano compensati da eventi sotto alla media «1», «2», «3».

Il lancio di un singolo dado può essere descritto come la realizzazione di una variabile casuale[2] con valore atteso 3,5 e varianza 2,9. Essendo i 100 lanci indipendenti, il risultato complessivo[3] è una variabile casuale con valore atteso 350 e varianza 291,7. Dato l'elevato numero di ripetizioni (100) possiamo ricorrere alla approssimazione alla normale[4] della distribuzione della variabile casuale e calcolare il valore massimo osservabile con il 99% di confidenza: $350 + z_{99\%}\sqrt{291{,}7} \cong 390$. Dunque, con un capitale pari a soli 40 euro (contro i 250) abbiamo solo 1 probabilità su 100 che il giocatore risulti insolvente. Possiamo anche ridurre tale probabilità, aumentando il livello di confidenza al 99,9%, senza che il capitale richiesto cambi in modo significativo: $350 + z_{99{,}9\%}\sqrt{291{,}7} \cong 403$. Quindi, con poco più di 50 euro di capitale (403 – 350 = 53), abbiamo solo 1 probabilità su 1.000 che il giocatore sia insolvente. Abbiamo quindi 350 euro accantonati a copertura della perdita attesa e 53 euro di capitale proprio a copertura della perdita inattesa.

1 (1+2+3+4+5+6)/6 = 3,5 ovvero la somma delle perdite associate a ogni faccia del dado diviso per il numero delle facce.

2 Una variabile casuale (v.c.) può essere pensata come una coppia di numeri: (*z*,*p*). Dove *z* è il valore che assume la variabile e *p* è la probabilità di osservare il numero *z*.

3 In generale, se sommiamo le realizzazioni (ovvero i valori osservati) di *n* variabili casuali tra loro indipendenti tutte con uguale valore atteso μ e varianza σ^2, otteniamo una variabile casuale che ha valore atteso $n \cdot \mu$ e varianza $n \cdot \sigma^2$.

4 Con una v.c. normale, *z* può andare da meno infinito a più infinito (un modo complicato per dire che può assumere qualsiasi valore). Dati valore atteso μ e varianza σ^2, sappiamo che *z* assume valori superiori alla media ($z > \mu$) nel 50% dei casi; assume valori superiori alla media più la radice della varianza $\left(z > \mu + \sqrt{\sigma^2}\right)$ nel 16% dei casi; in generale assume valori superiori a $\mu + z_\alpha\sqrt{\sigma^2}$ con probabilità pari ad α.

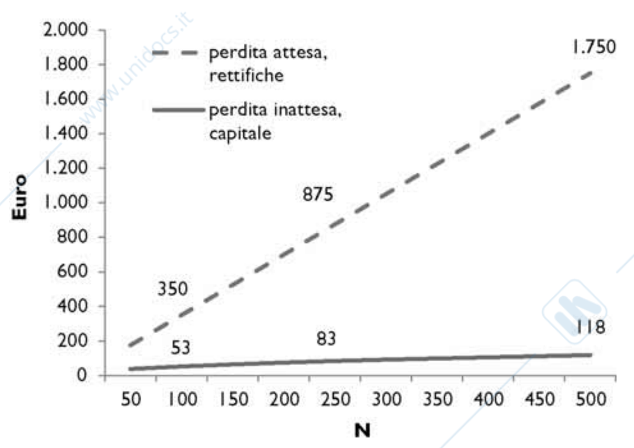
Dal momento che per quantificare il capitale abbiamo in qualche modo tirato in ballo la varianza, diremo che abbiamo usato la Complicata Regola Della Incomprensibile Varianza (CRDIV).

Chiediamoci ora: per quale motivo nel primo gioco era necessario avere un capitale pari alla differenza tra la perdita massima e la perdita attesa e ora invece il capitale è decisamente inferiore a tale differenza? Ebbene il motivo è banale, ed è poi lo stesso per cui esistono le compagnie di assicurazione: è il Teorema dei Grandi Numeri. Banalizzando, a rischio di essere scomunicati dai matematici seri, se lanci dieci volte una moneta dovresti, in teoria, osservare 5 volte «testa» ma facilmente (75% di probabilità) ne osserverai non più di 4 o più di 6 ovvero un errore rispetto al valore atteso di almeno il 20%. Se però lanci 100 volte la moneta, la probabilità di ottenere «testa» meno di 40 volte o più di 60 volte, ovvero di discostarti di almeno il 20% rispetto a 50, diventa molto più bassa (meno del 6%). Con 1.000 lanci, la probabilità di osservare uno scostamento di almeno il 20% rispetto al numero atteso è praticamente nulla.

Il grafico 1 mostra come varia la perdita attesa e la perdita inattesa al crescere del numero di prove (cioè il numero di dadi lanciati). La perdita inattesa è data dalla differenza tra il 99,9-esimo percentile e il valore atteso. In termini relativi rispetto alla perdita attesa, la perdita inattesa diventa sempre più piccola: con N = 500 la perdita inattesa è pari al 7% della perdita attesa; con N = 10.000 è pari all'1,5%; con N = 100.000 è lo 0,5%.

Grafico 1

Variazione della perdita attesa e della perdita inattesa al crescere del numero delle prove



Introduciamo un altro elemento: diciamo che il giocatore sostenga, per poter partecipare, costi fissi pari a 244 euro. La vincita attesa netta è pari a 600 – 350 – 244 = 6 euro. Se rapportiamo tale cifra al capitale che al giocatore è richiesto di detenere, abbiamo una misura del rendimento atteso del capitale: 6/53 = 11,3%.

3. Il contrario del gioco non è ciò che è serio, bensì ciò che è reale

Immaginiamo per un attimo che il giocatore sia una banca, l'organizzatore del gioco sia il regolatore e i lanci di dado rappresentino i singoli debitori a cui la banca presta i fondi a sua disposizione (possiamo anche immaginare che CRDIV sia una direttiva che applica Basilea 2 e 3 in Europa…). Quello che abbiamo mostrato finora spiega perché il capitale può sembrare «poco» se confrontato con la perdita attesa. Questo potrebbe non piacere ai regolatori che vorrebbero piuttosto applicare una Semplice Regola di Buon Senso (SRBS) per la quantificazione del capitale che una banca necessita. Tale regola potrebbe richiedere che il capitale sia proporzionale alla perdita attesa. Ad esempio, si chiederebbe più capitale per un portafoglio con tasso di default medio (osservato in un certo periodo) pari al 5% rispetto a un portafoglio con tasso di default medio dell'1%[5].

Abbiamo detto che la perdita attesa con 100 lanci è pari a 350 euro. Imponiamo arbitrariamente, quindi senza preoccuparci di dover dare tante spiegazioni, che il capitale sia pari al 30% della perdita attesa. Il capitale richiesto sarebbe quindi 30% * 350 = 105 euro ovvero quasi il doppio dei 53 euro che avevamo quantificato prima con la CRDIV. Dunque la regola semplice (SRBS) è più prudente della regola complicata (CRDIV)… bene! Sicuri?

Diciamo che il giocatore possa scegliere di partecipare a un altro gioco, simile al precedente ma con una piccola variazione. Se esce «1» invece di perdere 1 euro ne guadagna 9

5 Notiamo per prima cosa che con la SRBS non si riconosce quello che (un po' impropriamente) possiamo chiamare effetto diversificazione dovuto all'aumento del numero di prove/creditori. Una semplice correzione potrebbe essere quella di ridurre il coefficiente di proporzionalità al crescere della dimensione del portafoglio. Ma ammettiamo di tralasciare questo aspetto, forse un po' troppo tecnico per una regola semplice.

ma se esce «6» ne perde 10. Si tratta chiaramente di un gioco in cui c'è maggiore dispersione nei pay-offs, ossia di un gioco più rischioso. La perdita attesa del singolo trial ora è inferiore (-9+5+4+3+2+10)/6 = 2,5 ma la varianza è molto più elevata (32,9). Con 100 lanci la perdita attesa è 250 euro quindi con la SRBS il capitale è 30%*250=75 euro. Ma se quantifichiamo il capitale con la CRDIV, ovvero tirando in ballo la varianza oltre che la media, abbiamo che la perdita massima osservabile con una confidenza del 99,9% è: $250+z_{99,9\%}\sqrt{3.292}\cong 427$ quindi il capitale sarebbe 177 euro (427 – 250), un valore che è oltre il doppio di quello quantificato con la SRBS (177 contro 75). Questo risultato sembra coerente con l'intuizione che, per partecipare a giochi più rischiosi, è preferibile essere dotati di più capitale.
Notiamo anche che con la CRDIV il primo gioco richiedeva 53 euro di capitale e il secondo 177. Se ora ammettiamo che il rendimento del gioco (il tasso a cui vengono impiegati i fondi) sia correlato con la variabilità delle perdite, dedurremo che il secondo gioco promette un rendimento maggiore rispetto al primo ma con la SRBS abbiamo fissato un requisito di capitale inferiore (75 euro per il primo contro 105 per il secondo gioco). Quale gioco pensiamo che preferirà il giocatore? Il secondo! Perché rende di più ma chiede meno capitale. Se avessimo usato una metrica di rischio coerente con quella da cui deriva il rendimento, avremmo ottenuto una misura di capitale che rifletteva la variabilità attorno alla perdita attesa e a questo punto la scelta di ciascun giocatore sarebbe dipesa unicamente dalla sua propensione al rischio. Con la SRBS, invece, induciamo tutti a scegliere il secondo gioco, cioè il più rischioso.
Una prima conclusione è, dunque, che la Complicata Regola dell'Incomprensibile Varianza non è poi tanto male, mentre la Semplice Regola di Buon Senso sembra avere alcuni limiti. Qualcuno ricorderà che questi limiti avevano portato alcuni anni fa a sostituire un'altra semplice regola di buon senso (chiamata Basilea 1) con la Basilea 2 (e poi la CRDIV).

	Perdita Attesa	Varianza	Capitale	Capitale con SRBS
gioco 1	350	291,7	53	105
gioco 2	250	3.291,7	177	75

4. Quando il gioco si fa duro...

È lecito a questo punto pensare che, con un numero di dadi abbastanza grande, la perdita inattesa, ovvero la massima differenza tra la perdita effettiva e la perdita attesa osservabile con un dato livello di confidenza, diventi irrilevante rispetto alla perdita attesa e così anche il capitale richiesto rispetto alle rettifiche. Ebbene è proprio così! Nell'impianto teorico di Basilea (Gordy, 2003) si assume che il numero di osservazioni (ovvero di controparti nel portafoglio) sia così ampio da eliminare completamente la perdita inattesa derivante dalla variabilità attorno al valore atteso. Ma questo non porta ad annullare il capitale richiesto perché viene introdotta un'altra fonte di variabilità. Si immagina infatti che sia la perdita attesa stessa a poter variare nel tempo. Il capitale è quindi richiesto a copertura della variabilità della perdita attesa stessa.
Il grafico 2 dovrebbe aiutare a capire questo punto, che è un passaggio fondamentale per proseguire il nostro gioco. Abbiamo dunque due fonti di variabilità: una è quella idiosincratica ed è rappresentata dalla variabilità, in ogni periodo, rispetto alla perdita attesa; l'altra è quella sistematica e determina la variabilità nel tempo della perdita attesa.
Nell'impianto teorico di Basilea, si assume che a guidare la variabilità nel tempo della perdita attesa sia un singolo fattore esterno da cui il nome di Single Risk Factor Model (Merton, 1973; Vasicek, 1991) mentre la variabilità idiosincratica è eliminata ovvero completamente diversificata.
Il capitale è quantificato in base alla massima variazione rispetto alla perdita attesa (osservabile con un certo grado di confidenza). La perdita attesa è quella di lungo periodo ottenuta assumendo che il fattore esterno sia pari al valore medio. La perdita inattesa è ricavata a partire dalla distribuzio-

Grafico 2

Variabilità idiosincratica e variabilità sistematica

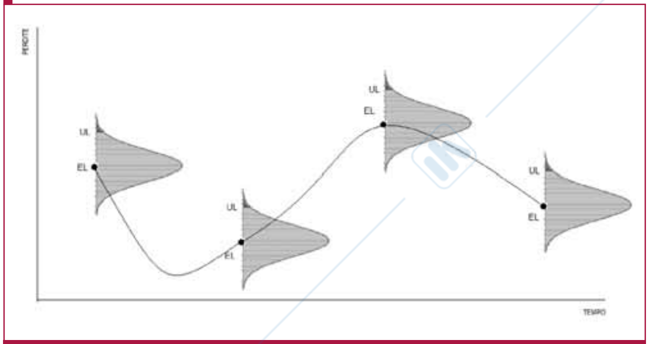
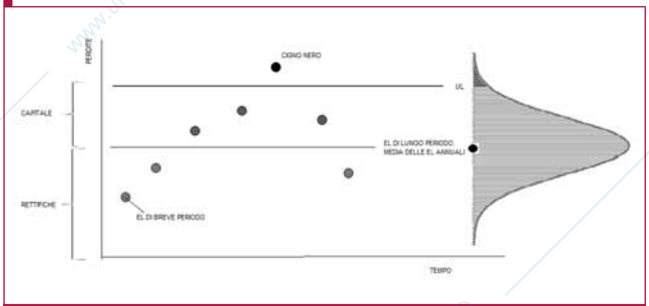


Grafico 3

Perdita effettiva e perdita attesa



ne delle perdite realizzate in ogni periodo e dipendenti dal solo fattore esterno. Nel grafico 3 si nota che in alcuni periodi la perdita effettiva è risultata inferiore alla perdita attesa. In altri periodi è stata invece maggiore ma comunque il capitale è stato sufficiente a coprire la differenza. Solo in un caso il capitale non è stato sufficiente a coprire l'extra perdita. Il problema di Basilea è quello di fissare il capitale in modo che la probabilità di questo evento sia al di sotto di una data soglia pre-fissata[6].

Riprendiamo i dadi e pensiamo a un terzo gioco. Ricevo una somma pari a 6.000 euro che impiego al 10%; lancio 100 dadi. Prima di lanciare i dadi estraggo (casualmente) una pallina da un'urna. Nell'urna ci sono tre palline e su ognuna c'è scritto un numero: «9», «6» oppure «0». A questo punto, tutte le volte che, dal lancio del dado, esce «6» la perdita è pari al numero scritto sulla pallina. Dunque, se lanciato il dado ottengo un «4», la perdita è di 4 euro ma se esce un «6» la perdita sarà 9 euro, oppure 6 euro oppure zero a seconda della pallina estratta all'inizio del gioco. Attenzione al parallelismo con Basilea 2/CRDIV: l'estrazione della pallina è il fattore esterno del Single Risk Factor Model.

Dobbiamo ora introdurre due differenti concetti di perdita attesa (expected loss, EL): conditional e unconditional. Partiamo dalla EL conditional. Se la pallina estratta è quella con il numero «6», la EL è uguale a quella del primo gioco: 350 euro. Se la pallina estratta porta il numero «9» la EL è data da [(1+2+3+4+5+9)/6]* 100 = 400 euro. Se invece abbiamo estratto la pallina con «0», la EL è [(1+2+0+4+5+0)/6]* 100 = 250 euro. In termini un po' più formali:

$E(perdita\,|\,pallina\ «6») = 350;$

$E(perdita\,|\,pallina\ «9») = 400;$

$E(perdita\,|\,pallina\ «0») = 250;$

dove $E()$ sta per «valore atteso» e con… $|\,pallina$ «6» indichiamo che il valore atteso è condizionato a un particolare evento.

L'altro concetto è quello della EL unconditional, ovvero perdita attesa prima di sapere quale pallina abbiamo estratto. Data l'indipendenza dell'estrazione dall'urna, si ricava facilmente:

$$E(perdita) = \frac{E(perdita\,|\,«6») + E(perdita\,|\,«9») + E(perdita\,|\,«0»)}{3} = 333,3$$

Veniamo ora alla varianza, anche qui abbiamo una varianza unconditional e una conditional. Ad esempio, nel caso la pallina estratta sia quella con il «9», la varianza (condizionata appunto all'evento «9») è pari a 667. Abbiamo visto tuttavia che, con un numero abbastanza elevato di lancio dei dadi, questa varianza può essere considerata nulla. La varianza unconditional invece non svanisce in quanto non dipende dal numero di dadi lanciati. Al crescere di n (numero di dadi) riduciamo l'incertezza in quanto ne annulliamo una fonte (ovvero la varianza conditional) ma non la eliminiamo del tutto perché resta la varianza unconditional.

Torniamo a parlare della copertura delle perdite attraverso accantonamenti/rettifiche e capitale. Ponendo le rettifiche pari alla perdita attesa unconditional (quindi 333,3) potremmo trovarci, a ognuna delle giocate, con uno stock di accan-

6 Vale la pena ricordare che l'ipotesi alla base di ogni modello statistico è che la «storia tende a ripetersi», da cui la possibilità di fare previsioni sul futuro in base ai dati osservati. Sebbene sia facile criticare tale assunto, molto più difficile risulta proporre una alternativa.

tonamenti rischi uguale o superiore rispetto alla perdita osservata (se abbiamo preso la pallina «6» oppure «0») o con un valore insufficiente se abbiamo preso la pallina «9». In questo caso interviene il capitale. Ma quanto ne dobbiamo avere a inizio di ciascun gioco? Quello che fa Basilea 2/CRDIV è tener conto della perdita attesa condizionata a un valore estremo del fattore esterno, quindi $E(perdita\,|\,«9»)$ e determina il capitale come differenza tra la perdita attesa condizionata a un evento estremo e la perdita attesa unconditional: $E(perdita\,|\,pallina\ «9») - E(perdita) = 67$ euro.

Per avvicinarci ancora un po' a Basilea 2, introduciamo un'ultima variazione al gioco. Diciamo che invece di estrarre una pallina da un'urna estraiamo, all'inizio di ogni gioco, un numero casuale (che chiamiamo z) da una distribuzione normale standard[7]. La perdita associata all'evento «6» è data da $6 + z$ euro. La perdita attesa unconditional si ottiene ponendo z al suo valore atteso ovvero 0. Siamo tornati così al gioco iniziale con perdita attesa pari a 350 euro. Abbiamo ora bisogno della perdita massima osservabile con un dato livello di confidenza. Dal momento che assumiamo annullata la variabilità attorno alla perdita attesa, l'unica fonte di variabilità che ci rimane è z (ovvero il Single Risk Factor) ma a questo punto dobbiamo semplicemente prendere la perdita attesa condizionata a un valore estremo di z. Ad esempio, sappiamo che z sarà inferiore a 3,09 nel 99,9% dei casi. Quindi (approssimando un pochino per semplificare) possiamo dire che la perdita massima osservabile con una confidenza del 99,9% sarà pari a $E(perdita\,|\,«z=3») = [(1 + 2 + 3 + 4 + 5 +(6 + 3)/6] * 100 = 400$. Gli accantonamenti sono dunque 350 euro, il capitale 400 – 350 = 50 euro. Se teniamo conto del costo fisso di 244 euro, il rendimento atteso del capitale è pari a 6/50 = 12%.

Ci siamo avvicinati abbastanza al framework teorico di Basilea 2. In realtà ci sarebbero ancora diversi aspetti da trattare ma così il nostro gioco di dadi diventerebbe troppo complicato e si perderebbe il senso di questa nota.

Torniamo al confronto tra la CRDIV e la SRBS per la quantificazione del capitale. A bene vedere non sono poi così diverse. La SRBS guarda solo alla perdita attesa unconditional e la incrementa di un qualche valore. Anche la CRDIV alla fin fine parte dalla perdita attesa unconditional per poi confrontarla con la perdita attesa condizionata al realizzarsi di un qualche evento estremo.

$$\text{Capitale SRBS} = E(perdita) * (1 + x\%) - E(perdita) = E(perdita) * x\%$$

$$\text{Capitale CRDIV} = E(perdita\,|\,z=z_\alpha) - E(perdita\,|\,z=0)$$

In fondo, la maggiore differenza risiede nel fatto che con la SRBS ci si ritrova a dover fissare il valore di x ma la regola non fornisce alcun criterio per farlo. Con la CRDIV, invece, l'unica cosa arbitraria[8] da fissare è il livello di confidenza α.

Il lettore pazientemente arrivato a questo punto potrebbe domandarsi: «Ho capito che la CRDIV, di cui si sta parlando è qualcosa che assomiglia alle regole di Basilea 2. Ma la SRBS che cosa sarebbe?» Per rispondere dobbiamo fare qualche passaggio. La perdita attesa associata a ogni dado è 3,5. La perdita attesa del gioco è data da 3,5 per il numero di dadi. Poco fa abbiamo pensato ai dadi come ai clienti ai quali la banca presta i fondi a disposizione, diciamo che presta 60 euro a ciascuno dei 100 debitori. Allora la perdita attesa può essere vista come:

$$E(perdita) = 100 * 3{,}5 = \frac{6.000}{60} * 3{,}5 = 6.000 * \frac{3{,}5}{60} * c$$

Da cui arriviamo a scrivere: Capitale SRBS = $6.000 * c * x\%$ = $6.000 * L$. Il capitale risulta quindi proporzionale alla massa di fondi gestiti (che potremmo chiamare Total Assets, A) con il coefficiente di proporzionalità che dipende anche dalla perdita attesa ma, si badi bene, non dalla varianza. Non a caso abbiamo usato la lettera L nell'ultima espressione: sta per Leverage Ratio. Il Leverage Ratio è una misura prudenziale introdotta con Basilea 3.

5. Dio non solo gioca a dadi con l'universo, ma li getta dove non li possiamo vedere

Torniamo al nostro gioco, che riassumiamo di seguito e che chiamiamo il Punto di Vista del Regolatore (PDVR):

- 6.000 euro consegnati in gestione all'inizio.
- 10% tasso a cui si possono impiegare.

7 Cfr. nota 2 però ora media e varianza sono fissati a valori precisi: $\mu = 0$ e $\sigma^2 = 1$.

8 A rendere più semplice questa scelta aiuta il fatto che, oltre un certo livello di confidenza (ad esempio il 99%), il risultato finale cambia poco.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

- Estraggo numero casuale da una normale standard, sia z.
- Lancio 100 dadi. Per ogni dado subisco una perdita pari al numero uscito tranne nel caso in cui esca un «6» per cui la perdita è data da $6 + z$.

Il giocatore accetta il PDVR e quantifica il capitale con la CRDIV, quindi si procura 50 euro di capitale. Tuttavia, per gli accantonamenti pensa di poter fare qualcosa di meglio che riferirsi alla semplice perdita attesa unconditional $E(perdita)$ che a ben vedere può essere vista anche questa come una perdita attesa conditional ovvero $E(perdita \mid z=0)$. Invece di condizionare la perdita a un numero casuale z, il giocatore prova a capire se la può collegare a qualcosa di più concreto come ad esempio le condizioni economiche, diciamo misurate dalla variazione del prodotto interno lordo (Pil). Chiamiamo y la variazione del Pil che per comodità moltiplichiamo per -100 così $y = 3$ vuole dire che c'è stata una contrazione del 3%. Il giocatore ipotizza che esista una relazione del tipo: la perdita nel caso esca un «6» è data da $6 + \beta \cdot y$ e utilizza i dati a disposizione per stimare β (qualcuno potrebbe chiamarlo factor loading), diciamo che la stima sia pari a 1.

Dal punto di vista del giocatore che ora chiameremo Ifrs9[9], il gioco è un po' diverso da come lo vede il regolatore. Per il giocatore infatti le cose funzionano in questo modo:

- 6.000 euro consegnati in gestione all'inizio.
- 10% tasso a cui si possono impiegare.
- Durante il gioco si determina la variazione del Pil: y.
- Lancio 100 dadi. Per ogni dado subisco una perdita pari al numero uscito tranne nel caso in cui esca un «6» per cui la perdita è data da $6 + y$.

Stimato β resta da fissare y ma essendo qualcosa di più concreto di un numero casuale come z, il giocatore può utilizzare tutte le informazioni a disposizione per formarsi una aspettativa. Gli accantonamenti saranno quindi pari alla perdita attesa condizionata alla aspettativa del giocatore sulla realizzazione di y.

Accantonamenti $= E(perdita \mid y = y_{previsto\ Ifsr9})$

Capitale $= E(perdita \mid z = z_{\alpha}) - E(perdita \mid z = 0)$

Con questa impostazione finiamo per introdurre un nuovo elemento. Il capitale è quello che ha fissato il regolatore ma gli accantonamenti possono differire dalla perdita attesa implicita nel PDVR per cui abbiamo:

Shortfall $= E(perdita \mid z=0) - E(perdita \mid y = y_{previsto\ Ifsr9})$

Il regolatore, prevedendo che lo shortfall possa essere positivo, prevede che la banca/giocatore debba detenere più capitale di quello che deriva da CRDIV. Il capitale dovrà infatti essere sufficiente a coprire anche l'eventuale shortfall. Ora la palla torna al regolatore, che decide di dotarsi di un punto di vista un po' più realistico del PDVR (che in fondo tira in ballo un non meglio definito Single Risk Factor che poi viene ipotizzato essere un numero casuale). Chiamiamo questo nuovo punto di vista Stress Test (ST) e la differenza rispetto a prima si riduce nella perdita in caso esca un «6». Anche per ST tale perdita è correlata al Pil in base alla relazione $\gamma \cdot y$ dove γ deve essere stimato. Diciamo che, almeno sul factor loading, regolatore e giocatore siano d'accordo quindi $\gamma = \beta = 1$. Anche il regolatore deve fissare y che sarà una previsione ma un po' più prudente di quella del giocatore (una previsione che includa eventi estremi ma plausibili che possano muovere il Pil in una direzione poco favorevole al giocatore). Abbiamo quindi una nuova quantità $E(perdita \mid y = y_{previsto\ ST})$ ma a cosa serve? Ebbene il regolatore potrà confrontare il capitale determinato con la CRDIV, con questa previsione di perdita e, se il capitale non risultasse sufficiente a coprire la perdita, potrebbe venire chiesto al giocatore di dotarsi di capitale addizionale.

Ora che abbiamo tutti gli elementi, vediamo come funziona il meccanismo. Il gioco è sempre lo stesso.

- la perdita attesa unconditional $E(perdita \mid z=0) = 350$;
- la maggiore perdita osservabile con il 99,9% di confidenza ovvero $E(perdita \mid z = z_{\alpha}) = 400$ da cui si deriva il capitale minimo come $400 - 350 = 50$ euro;
- la perdita attesa condizionata allo scenario del giocatore è $E(perdita \mid y = y_{previsto\ Ifsr9})$ il quale vede il Pil in crescita dello 0,5% quindi $y_{previsto\ Ifsr9} = -0.5$ per cui accantona $[(1+2+3+4+5+5.5)/6] = 342$ euro. Si viene così a creare uno shortfall pari a 8 euro. Il regolatore chiede al giocatore di coprire lo shortfall con capitale extra per cui il capitale diventa 58 euro;
- la perdita attesa condizionata a uno scenario di stress. Se il

9 I nuovi standard contabili (Ifrs9), che saranno in vigore dal 2018, chiedono di quantificare le rettifiche in base a un concetto di expected loss. Tale concetto però differisce da quello di Basilea. Mentre ai fini prudenziali la EL è pensata come media di lungo termine, ai fini contabili invece la EL deve tener conto dello scenario macroeconomico atteso.

regolatore vuole capire se la banca disponga di capitale sufficiente a coprire le perdite generate da uno scenario di stress in cui il Pil cala, ad esempio, del 2%, si avrà $y_{previsto\ ST} = 2$ e $E(perdita \mid y = y_{previsto\ ST}) = [(1+2+3+4+5+8)/6] = 383$ euro.

Per capire se il capitale è sufficiente, il regolatore somma gli accantonamenti e il capitale, se tale cifra è inferiore a $E(perdita \mid y = y_{previsto\ ST})$ allora non serve ulteriore capitale. In questo caso 342 + 58 > 383 quindi il giocatore può iniziare a giocare. Se invece il regolatore avesse immaginato un calo del Pil del 5% allora $E(perdita \mid y = y_{previsto\ ST}) = 433$ e al giocatore sarebbero stati chiesti ulteriori 33 euro di capitale.

In generale, diremo che l'ulteriore capitale generato dallo stress test è dato da:

$C_{ST} = max[0, E(perdita \mid y = y_{previsto\ ST}) - E(perdita \mid z = z_\alpha)]$

Si potrebbe pensare che il lavoro del regolatore sia facile, basterà chiedere capitale a fronte di uno scenario catastrofico e non ci saranno problemi. Ma le cose non sono così semplici. Torniamo al caso $y_{previsto\ ST} = 5$ per cui il capitale minimo richiesto è 91 euro (50 da CRDIV, 8 da shortfall e 33 dallo Stress Test). Il rendimento atteso del capitale ora diventa (600 – 342 – 244)/91 = 15,4%. Con $y_{previsto\ ST} = 10$ il capitale minimo arriverebbe a 175 euro e il rendimento atteso scenderebbe all'8%. Il problema è che, se il rendimento scende al di sotto di un certo limite, al giocatore conviene non partecipare al gioco. Se, ad esempio, il giocatore ha la possibilità di investire in modo alternativo il capitale ottenendo una qualche remunerazione certa[10], affinché accetti di partecipare al gioco, dovrà ottenere un rendimento atteso che è almeno maggiore del rendimento certo garantito dall'investimento alternativo. Se chiamiamo *i* il tasso risk free garantito dall'investimento alternativo, abbiamo che:

$$\frac{10\% * 6.000 - \text{Accantonamenti} - \textit{costo fisso}}{\text{Capitale} + \textit{Shortfall} + C_{ST}} > i$$

Per semplificarci la vita chiamiamo *d* l'extra-rendimento considerato equo, il nostro schema non permette di dire nulla *d* quindi assumiamo che regolatore e giocatore si siano messi d'accordo. Allora possiamo riscrivere la precedente espressione come:

$$\frac{r * 6.000 - \text{Accantonamenti} - \textit{costo fisso}}{\text{C} + S + C_{ST}} = i + d$$

Assumendo che il costo fisso non sia comprimibile, l'unico grado di libertà che rimane è il rendimento dei 6.000 euro che dipende dal tasso di rendimento *r*, per cui riscriviamo l'espressione come:

$r * 6.000 = (i + d)(\text{C} + S + C_{ST}) + \text{Accantonamenti} + \textit{costo fisso}$

Può essere utile normalizzare i due lati della espressione per il Total Assets, che in questo caso è 6.000 euro ma in generale sarà *A*.

$$r = (i + d)\frac{\text{C} + S + C_{ST}}{A} + \frac{\text{Accantonamenti}}{A} + \frac{\textit{costo fisso}}{A}$$

Il punto interessante a cui siamo arrivati è che il regolatore influenza il tasso di rendimento del gioco in base allo scenario di stress che decide di utilizzare. Più vuol essere prudente e più capitale richiederà ma allora il gioco dovrà rendere di più a parità di masse gestite e costi fissi. Questa è ovviamente una semplificazione, perché spesso il regolatore non chiede capitale a fronte dello scenario catastrofico, ma si limita a utilizzarlo per comprendere possibili punti deboli di una banca e chiedere azioni correttive (per esempio, la riduzione di alcune attività più rischiose).

Proviamo ora a pensare cosa succede se il Pil è influenzato dal tasso di rendimento del gioco (ovvero dai tassi d'interesse): maggiori tassi implicano una minore crescita (o una riduzione) del Pil. Ebbene, al crescere del rendimento del gioco si determina una spinta recessiva sul Pil il che induce maggiori perdite. Quindi, maggiore prudenza adotta il regolatore nello scegliere lo scenario, più capitale chiederà al giocatore. Ma allora dovrà essere maggiore il tasso di rendimento che però induce una contrazione del Pil e, di conseguenza, maggiori perdite.

$$y_{previsto\ ST} \uparrow, \textit{capitale} \uparrow, r \uparrow y \downarrow, \textit{perdite} \uparrow$$

Il problema è che ora il rischio non è più, come abbiamo ipotizzato fino a qui, esogeno rispetto ai partecipanti ma diventa endogeno nel senso che dipende dalle decisioni di chi è coinvolto ma questo rende tutto molto ma molto più complesso: è tutto un altro gioco.

10 Ad esempio, titoli di Stato.