***MODELLO DI COURNOT***: le imprese scelgono i prezzi

| | 2 IMPRESE | N° IMPRESE | CONCORRENZA PERFETTA | MONOPOLIO: $q_2 = 0$ |
|---|---|---|---|---|
| **Quantità della singola impresa** | $q_i = \frac{1}{3}[\frac{a-c}{b}]$ | $q_i = \frac{1}{n+1}[\frac{a-c}{b}]$ | $q_i \to 0$ | $q_i = \frac{1}{2}[\frac{a-c}{b}]$ |
| **Quantità del mercato** | $Q_i = \frac{2}{3}[\frac{a-c}{b}]$ | $Q_i = \frac{n}{n+1}[\frac{a-c}{b}]$ | $Q_i = [\frac{a-c}{b}]$ | $Q_i = \frac{1}{2}[\frac{a-c}{b}]$ |
| **Prezzo di mercato** | $p = \frac{1}{3}[a+2c]$ | $p = [\frac{a+nc}{n+1}]$ | $p = c$ | $p = [\frac{a+c}{2}]$ |
| **Profitti** | $\pi_i = \frac{1}{9b}[a-c]^2 - F$ | $\pi_i = \frac{1}{b}[\frac{a-c}{n+1}]^2 - F$ | $\pi_i \to 0$ | $\pi_i = \frac{1}{4b}[a-c]^2 - F$ |

***MODELLO DI BERTRAND***: le imprese scelgono le quantità

$$q_i(p_i, p_j) = a - p_i + bp_j$$

$$p_1 = p_2 = \frac{a+c}{2-b}$$

***MODELLO DI ARROW***: l'impresa in concorrenza perfetta è disposta a pagare di più per ottenere un'innovazione rispetto all'impresa monopolista.

- Concorrenza perfetta
  - Innovazione non drastica: $p_{1m} > c_o$

$$p = c_o - \varepsilon \cong c_o$$
$$Q = a - c_o + \varepsilon \cong a - c_o$$
$$\pi = (p - c_1)Q = (c_0 - c_1)(a - c_o)$$

$$VCP = Profitti\ post\ innovazione - Profitti\ pre\ innovazione$$
$$VCP = (c_o - c_1)(a - c_0) - 0$$

$$royalty: c_o - c_1$$

  - Innovazione drastica: $p_{1m} < c_o$

$$royalty = p_{1m} - c_1$$

- Monopolio
  - Innovazione non drastica: $p_{1m} > c_o$

$$Q = \frac{a - c_o}{2}$$
$$p = \frac{a + c_o}{2}$$
$$\pi\ pre = \frac{(a - c_o)^2}{4}$$
$$\pi\ post = \frac{(a - c_1)^2}{4}$$

$$VM = Profitti\ post\ innovazione - Profitti\ pre\ innovazione$$
$$VM = \frac{(c_o - c_1)(2a - c_1 - c_o)}{4} = (c_o - c_1) * q_{1m}$$

- Innovazione drastica: $p_{1m} < c_o$

$$\pi = \pi_1 - \pi_o \Longrightarrow Effetto\ rimpiazzo$$

$\Longrightarrow$ Innovazione drastica: il profitto del monopolio è minore del profitto di concorrenza
Innovazione non drastica: $(c_o - c_1)q_{1m} < q_c(c_o - c_1)$ allora il profitto del monopolio è minore del profitto di concorrenza

## Modelllo di Gilbert e Newbery

Profitti del monopolista (impresa 1) nel caso che l'entrante non entri: $\pi_m(c^{**})$
Profitti dell'entrante se entra: $\pi_d(c^{**})$ profitti del monopolista: $\pi_d(c^*)$

$$\pi_m(c^{**}) > \pi_d(c^{**}) > \pi_d(c^*)$$

Guadagni dell'innovazione:

- Entrante: $\pi_d(c^{**}) - 0$
- Monopolista: $\pi_m(c^{**}) - \pi_d(c^*)$
- Innovazione non drastica:

$\pi_m(c^{**}) > \pi_d(c^*) + \pi_d(c^{**}) \Rightarrow \pi_m(c^{**}) - \pi_d(c^*) > \pi_d(c^{**}) \Rightarrow$ il monopolista ha più incentivo ad innovare

- Innovazione drastica:

$\pi_d(c^*) = 0; \pi_d(c^{**}) = \pi_m(c^{**}) \Rightarrow$ entrambe le imprese avrebbero identici incentivi ad innovare

## Modello di Dasgupta e Stiglitz

Industria composta da n imprese identiche che possono innovare simultaneamente e che competono alla Cournot.
Assumendo che x sia l'ammontare destinato in R&S:

$$\pi_i = P(Q)q_i - c(x_i)q_i - x_i$$
$$q_i = \frac{a - cx^*}{n+1}$$
$$\frac{P - c(x^*)}{P} = \frac{S_i}{\varepsilon}$$

Se tutte le imprese sono simili allora: $P(1 - \frac{1}{n\varepsilon}) = c(x^*)$

Per determinare l'ammontare della spesa in R&S, seconda condizione di equilibrio: $-\frac{\partial c(x_i)}{\partial x_i} q_i = 1$

La libera entrata in un mercato porterà ad un aumento del numero di imprese fino a che ciascuna di essa non otterrà profitti pari a 0. Per determinare il numero di imprese usiamo la terza condizione di equilibrio:

$$P(Q^*)q^* - c(x^*)q^* - x^* = 0$$

Aggregando rispetto al numero di imprese di equilibrio nell'industria n*, si ottiene:

$$P(Q^*)Q^* - c(x^*)Q^* - n^*x^* = 0$$

Che implica che:

$$[P(Q^*) - c(x^*)]Q^* = n^*x^*$$

Ora, dal momento le n imprese hanno tutte le stesse dimensioni, ognuna detiene una quota di mercato pari a 1/n. Dal momento che siamo a conoscenza che:

$$P - c(x^*) = \frac{P}{n^*\eta}$$

Utilizzando questa sostituzione, l'esito di equilibrio in R&S derivato da Dasgupta e Stiglitz è

$$\frac{n^*x^*}{P(Q^*)Q^*} = \frac{1}{n^*\eta} = \text{spesa dell'industria in R\&S come quota delle vendite dell'industria}$$

⟹ L'aumento del numero delle imprese fa diminuire l'output prodotto e l'ammontare pagato in R&S da ciascuna impresa. Questo perché il beneficio marginale della spesa supplementare in R&S è direttamente proporzionale al volume di output di un'impresa. tuttavia, questo non implica che la spesa totale in R&S dell'industria diminuisca: se l'elasticità della domanda, $\varepsilon$, è elevata allora la spesa aggregata in R&S aumenta.

## *Gare per brevetti*

- Un'impresa non realizza un'unita di R&S: $\pi = 0$
- Un'impresa realizza un'unità di R&S ma la rivale no: $\pi = \rho\pi_M - K$
- Entrambe le imprese realizzano un'unità di R&S: $\pi = \rho(1-\rho)\pi_M + \rho^2\pi_C - K$

1. Nessuna impresa fa R&S se: $\rho\pi_M - K < 0 \Rightarrow \rho < \frac{K}{\pi_M}$
2. Una delle due imprese fa R&S se: $\rho\pi_M - K > 0 \Rightarrow \rho > \frac{K}{\pi_M}$

$$\rho(1-\rho)\pi_M + \rho^2\pi_C - K < 0$$

3. Entrambe le imprese decidono di fare R&S se: $\rho(1-\rho)\pi_M + \rho^2\pi_C - K > 0$
4. Over – investiment se: $\rho(1-2\rho)\pi_M + 2\rho^2\pi_C < K$

## *Modello di Cournot*

First order condition:

$$q_1^* = \frac{a-q_2^*-c}{2} \text{ e } q_2^* = \frac{a-q_1^*-c}{2}$$

Se le due imprese hanno funzione di domanda e di costo uguale, allora $q_1^* = q_2^*$ e quindi:

| | 2 IMPRESE | N° IMPRESE |
|---|---|---|
| **Quantità della singola impresa** | $q_i = \frac{1}{3}\left[\frac{a-c}{b}\right]$ | $q_i = \frac{1}{n+1}\left[\frac{a-c}{b}\right]$ |
| **Quantità del mercato** | $Q_i = \frac{2}{3}\left[\frac{a-c}{b}\right]$ | $Q_i = \frac{n}{n+1}\left[\frac{a-c}{b}\right]$ |
| **Prezzo di mercato** | $p = \frac{1}{3}[a+2c]$ | $p = \left[\frac{a+nc}{n+1}\right]$ |
| **Profitti** | $\pi_i = \frac{1}{9b}[a-c]^2 - F$ | $\pi_i = \frac{1}{b}\left[\frac{a-c}{n+1}\right]^2 - F$ |

***Modello di licenze alla Cournot:*** l'impresa innovatrice si pone il problema di dare o meno in licenza l'innovazione all'altra impresa, consentendole di produrre a prezzi inferiori.

- ***Status quo***: l'impresa 1 innova mentre l'impresa 2 non innova e non ha in licenza l'innovazione. È un modello di Cournot con costi asimmetrici

| | Impresa 1 (innovatrice) | Impresa 2 |
|---|---|---|
| Costo unitario di produzione | $\boldsymbol{c_1 = c - \varepsilon}$ | $\boldsymbol{c_2 = c}$ |
| Profitto | $\pi_1 = (a - q_1 - q_2 - c_1) * q_1$ | $\pi_2 = (a - q_1 - q_2 - c_2) * q_2$ |
| Funzione di reazione (quantità) | $q_1 = \frac{a - q_2 - c_1}{2}$ | $q_2 = \frac{a - q_1 - c_2}{2}$ |
| Quantità di equilibrio | $q_1^* = \frac{a - 2c_1 + c_2}{3}$ | $q_2^* = \frac{a - 2c_2 + c_1}{3}$ |
| Profitto di equilibrio | $\pi_1^* = \frac{(a - 2c_1 + c_2)^2}{9}$ | $\pi_2^* = \frac{(a - 2c_2 + c_1)^2}{9}$ |

- ***Innovazione non drastica:*** $\boldsymbol{\varepsilon < a - c}$

| | Impresa 1 (innovatrice) | Impresa 2 |
|---|---|---|
| Quantità di equilibrio | $\boldsymbol{q_1^{NL} = \frac{a - c + 2\varepsilon}{3}}$ | $\boldsymbol{q_2^{NL} = \frac{a - c - \varepsilon}{3}}$ |
| Profitto di equilibrio | $\boldsymbol{\pi_1^{NL} = \frac{(a - c + 2\varepsilon)^2}{9}}$ | $\boldsymbol{\pi_2^{NL} = \frac{(a - c - \varepsilon)^2}{9}}$ |

- ***Innovazione drastica:*** $\boldsymbol{\varepsilon \geq a - c}$

| | Impresa 1 (innovatrice) | Impresa 2 |
|---|---|---|
| Quantità di equilibrio | $\boldsymbol{q_1^{NL} = \frac{a - c + \varepsilon}{2}}$ | $\boldsymbol{q_2^{NL} = 0}$ |
| Profitto di equilibrio | $\boldsymbol{\pi_1^* = \frac{(a - c + \varepsilon)^2}{4}}$ | $\boldsymbol{\pi_2^* = 0}$ |

- ***Fixed fee***: l'impresa 1 chiede all'impresa 2 una somma per utilizzare l'innovazione. L'importo massimo della fee rende l'impresa 2 indifferente tra accettare la licenza o no.

| | Impresa 1 (innovatrice) | Impresa 21 |
|---|---|---|
| Costi unitario | $c_1 = c_2 = c - \varepsilon$ | |
| Quantità | $q_1^F = q_2^F = \frac{a-c+\varepsilon}{3}$ | |
| Profitto | $\pi_1^F = \pi_2^F = \frac{(a-c+\varepsilon)^2}{9}$ | |

- ***Innovazione non drastica:*** $\varepsilon < a - c$

Se l'impresa 2 accetta il contratto di licenza: $\pi_2^F = \frac{(a-c+\varepsilon)^2}{9}$

Se l'impresa 2 non accetta il contratto di licenza: $\pi_2^{NL} = \frac{(a-c-\varepsilon)^2}{9}$

$$F = \pi_2^F - \pi_2^{NL} = \frac{4(a-c)\varepsilon}{9}$$

Profitto totale impresa 1: $\pi_1^F + F = \frac{(a-c+\varepsilon)^2}{9} + \frac{a(a-c)\varepsilon}{9}$

$$\pi_1^F + F > \pi_1^{NL}$$

$\Longrightarrow$ Per l'impresa 1 è conveniente proporre un contratto di fixed fee se

$$\varepsilon < \frac{2(a-c)}{3}$$

- ***Innovazione drastica:*** $\varepsilon \geq a - c$

Non è conveniente per l'impresa 1 dare in licenza l'innovazione all'impresa 2 perché:

$$F = \pi_2^F - \pi_2^{NL} = \frac{(a-c+\varepsilon)^2}{9}$$

$$\pi_1^F + F = \frac{2(a-c+\varepsilon)^2}{9}$$

$$\pi_1^F + F < \pi_1^{NL}$$

$\Longrightarrow$ L'impresa 1 diventa monopolista

- ***Royalty***: l'impresa 1 chiede il pagamento di una royalty r per ogni unità prodotta dall'impresa 2.
  - ***Innovazione non drastica:*** $\boldsymbol{\varepsilon < a - c}$

$$\boldsymbol{0 \leq r \leq \varepsilon}$$

| | Impresa 1 (innovatrice) | Impresa 2 |
|---|---|---|
| Costo unitario di produzione | $\boldsymbol{c_1 = c - \varepsilon}$ | $\boldsymbol{c_2 = c - \varepsilon + r}$ |
| Quantità di equilibrio | $\boldsymbol{q_1^R = \frac{a - c + \varepsilon + r}{3}}$ | $\boldsymbol{q_2^R = \frac{a - c + \varepsilon - 2r}{3}}$ |
| Profitto di equilibrio | $\boldsymbol{\pi_1^R = \frac{(a - c + \varepsilon + r)^2}{9}}$ | $\boldsymbol{\pi_2^R = \frac{(a - c + \varepsilon - 2r)^2}{9}}$ |

Profitto totale impresa 1: $\boldsymbol{\pi_1^R + r q_2^R} = \frac{(a-c+\varepsilon+r)^2}{9} + \frac{r(a-c+\varepsilon-2r)}{3}$

Per trovare r:

$$max\ \pi_{1\,TOT}^R\ s.v.:$$

$$0 \leq r \leq \varepsilon$$
$$\boldsymbol{\pi_2^R = \pi_2^{NL}}$$
$$\boldsymbol{\Rightarrow r = \varepsilon}$$

Quindi per trovare r dobbiamo porre il profitto $\pi_2^R$ uguale al profitto $\pi_2^{NL}$.

  - ***Innovazione drastica:*** $\boldsymbol{\varepsilon \geq a - c}$

$$\boldsymbol{r = \frac{a - c + \varepsilon}{2}}$$

L'impresa 2 esce dal mercato e l'impresa 1 diventa monopolista: $\pi_1^{NL}$ ; $q_2 = 0$

**Conclusioni:**

- Per l'impresa 1 è più conveniente un contratto di royalty
- Per i consumatori è più conveniente un contratto di fixed fee

Quindi:

- Se $\varepsilon < \frac{2(a-c)}{3}$ allora l'impresa 1 concede la licenza con un contratto di royalty mentre per i consumatori è più conveniente un contratto di fixed fee;
- Se $\frac{2(a-c)}{3} \leq \varepsilon < a - c$ allora l'impresa 1 concede la licenza con un contratto di royalty mentre i consumatori sono indifferenti tra un contratto di fixed fee e un contratto di royalty;
- Se $\varepsilon \geq a - c$ allora l'impresa 1 diventa monopolista.

***Modello di Stackelber:*** Le imprese non decidono simultaneamente la quantità da immettere sul mercato bensì una decide prima dell'altra.

$$q_1 = \frac{a-c}{2}$$

$$q_2 = \frac{a-c}{4}$$

$$Q = \frac{3}{4}(a-c)$$

$$p = a - Q = \frac{a+3c}{4}$$

$$\pi_1 = \frac{(a-c)^2}{8} = \frac{1}{2}(q_1)^2$$

$$\pi_2 = (\frac{a-c}{4})^2 = (q_2)^2$$

*Modello di licenza di Stackelberg*

- ***Status quo***: l'impresa 1 innova mentre l'impresa 2 non innova e non ha in licenza l'innovazione.

$$c_1 = c - \varepsilon$$
$$c_2 = c$$

- ***Innovazione non drastica:*** $\boldsymbol{\varepsilon < \frac{1-c}{2}}$

$$q_1 = \frac{1-c+2\varepsilon}{2}$$

$$q_2 = \frac{1-c-2\varepsilon}{4}$$

$$p = \frac{1+3c-2\varepsilon}{4}$$

$$\pi_1 = \frac{(1-c+2\varepsilon)^2}{8} = \frac{1}{2} * (q_1)^2$$

$$\pi_2 = \left(\frac{1-c-2\varepsilon}{4}\right)^2$$

- ***Innovazione drastica:*** $\boldsymbol{\varepsilon \geq \frac{1-c}{2}}$

L'impresa 2 scompare dal mercato, infatti $q_2 = \frac{1-c-2\varepsilon}{4} \leq 0$, e l'impresa 1 diventa monopolista

- ***Fixed fee***: l'impresa 1 chiede all'impresa 2 una somma per utilizzare l'innovazione.

$c_1 = c_2 = c - \varepsilon$

$$q_1^F = \frac{1-c+\varepsilon}{2} < q_1$$

$$q_2^F = \frac{1-c+\varepsilon}{4} > q_2$$

$$p^F = \frac{1+3(c-\varepsilon)}{4} < p$$

$$\pi_1^F = q_1^F(p-c_1) = \frac{(1-c+\varepsilon)^2}{8}$$

$$\pi_2^F = q_1^F(p-c_2) = (\frac{1-c+\varepsilon}{4})^2$$

- ***Innovazione non drastica:*** $\boldsymbol{\varepsilon < \frac{2(1-c)}{9}}$

$$F = \pi_2^F - \pi_2 = \frac{3\varepsilon(2-2c-\varepsilon)}{16}$$

$$\pi_1^F + F > \pi_1$$

- ***Innovazione drastica:*** $\boldsymbol{\varepsilon \geq \frac{2(1-c)}{9}}$

$$F = \pi_2^F - \pi_2 = \frac{1-c+\varepsilon}{4}$$

i. *Per* $\varepsilon > 1-c$

$$\pi_1^F + F - \pi_M = -(\frac{1-c+\varepsilon}{4})^2$$

ii. *Per* $\varepsilon < 1-c$

$$\pi_1^F + F - \pi_M = -3\left(\frac{1-c+\varepsilon}{4}\right)^2 * \varepsilon(1-c)$$

Nel caso ii, posso comunque applicare le formule per trovare $q_1$ e $\pi_1$, sapendo che $q_2 = 0$ e $\pi_2 = 0$

$\Rightarrow$ L'impresaleader non darà in licenza la tecnologia e diventerà monopolista.

- ***Two part tariff***: l'impresa 1 chiede il pagamento di una fee F e una royalty r per ogni unità prodotta dall'impresa 2 (dove $F = 0$)

$c_1 = c - \varepsilon$

$c_2 = c - \varepsilon + r$

$$q_1^R = \frac{1-c+\varepsilon}{2}$$

$$q_2^R = \frac{1-c+\varepsilon}{4} - \frac{r}{2}$$

$$p^R = \frac{1+3c-3\varepsilon}{4} + \frac{r}{2}$$

$$\pi_1^{RT} = q_1^R * [p^R - (c-\varepsilon)] + rq_2^R + F$$

$$\pi_2^{RT} = q_2^R * [p^R - (c-\varepsilon+r)] - F$$

A questo punto bisogna massimizzare il profitto dell'impresa 1 che avviene sotto il vincolo di partecipazione dell'impesa 2 ovvero che:

$$\max. \pi_1^{RT} \; s.v. \begin{cases} \pi_2^R = \pi_2^{NL} \\ F = 0 \\ r = r^* \end{cases}$$

- ***Innovazione non drastica:*** $\boldsymbol{\varepsilon} < \frac{\mathbf{2(1-c)}}{\mathbf{9}}$

$$r_{FB} > r^* = 1{,}5\varepsilon$$

$$q_1^R = \frac{1-c+\varepsilon}{2}$$

$$q_2^R = \frac{1-c-2\varepsilon}{4}$$

$$p^R = \frac{1+3c}{4} + \frac{r}{2}$$

$$\pi_1^{RT} = \frac{(1-c+\varepsilon)^2}{8} + \frac{3\varepsilon(2-2c-\varepsilon)}{8}$$

$$\pi_2^{RT} = (\frac{1-c-2\varepsilon}{4})^2$$

$$\boxed{\begin{gathered} c_1 - c_2 = \varepsilon \\ r > c_1 - c_2 \\ r > \varepsilon \end{gathered}}$$

- ***Innovazione drastica:*** $\boldsymbol{\varepsilon} \geq \frac{\mathbf{2(1-c)}}{\mathbf{9}}$

$$\pi_2^{RT} = 0$$

$$r_{FB} = r^* = \frac{1-c+\varepsilon}{2}$$

**Conclusioni:**

- Il contratto di licenza ottimale di Stackelber è quello di royalty
- La royalty ottimale è maggiore della differenza dei costi e aumenta all'aumentare delle imprese:

$$r^* = \frac{\varepsilon(n+1)}{2}$$

- Il contratto di royalty può ridurre il social welfare

***Modello di licenza ad valorem:*** L'impresa 1 che innova richiede all'impresa 2 una quota di profitti o di fatturato.

***Pre innovazione***

$c_1 = c - \varepsilon$

Beni omogenei ⇒ Competizione alla Cournot

***Post innovazione***

- ***Status quo:*** uguale allo status quo di Cournot
- ***Per – unit royalty:*** l'impresa 1 chiede il pagamento di una royalty R per ogni unità prodotta dall'impresa 2.

$$\pi_1^{NL} = \frac{(a+c)^2}{9b}$$

$$\pi_2^{NL} = \frac{(a-2c)^2}{9b}$$

$$max_R (a - bq_1 - bq_2)q_1 + Rq_2$$
$$subjects\ to$$
$$\begin{cases} R \leq c \\ q_1 = \dfrac{a+R}{3b} < q_2 = \dfrac{a-2R}{3b} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{R = c}$$

$$q_1 = \frac{a+c}{3b}$$

$$q_1 = \frac{a-2c}{3b}$$

$$Q^R = \frac{2a-c}{3b}$$

$$\pi_1^R = \frac{a^2 + 5ac - 5c^2}{9b}$$

$$\pi_2^R = \frac{(a-2c)^2}{9b}$$

- ***Royalty ad valorem (profit sharing):*** l'impresa 1 ottiene un percentuale sui profitti che vengono fatti dall'impresa 2 tramite l'utilizzo dell'innovazione. In particolare, la quota eccedente, d, i profitti di no licensing rappresenta ciò che l'impresa 2 paga all'impresa 1.

$$q_1 = \frac{(1-d) * (a-c)}{b(3-d)}$$

$$q_2 = \frac{(a-c)}{b(3-d)}$$
$$\pi_{2\,TOT}^{AV} = (1-d) * \pi_2^{AV}$$

L'impresa 1 sceglierà la royalty ad valorem (d) che:

$$max\ \pi_{1\,TOT}^{AV}\ s.v.:$$

$$\begin{cases} 0 \le d \le 1 \\ \pi_2^{AV} \ge \pi_2^{NL} \end{cases}$$

$\Longrightarrow$Per trovare d poniamo $\pi_2^{AV} = \pi_2^{NL}$

$$\pi_2^{AV} = (1-d) * \frac{(a-c)^2}{b(3-d)^2}$$

$$\pi_2^{NL} = \frac{(a-2c)^2}{9b}$$

Per trovare d:

$$\pi_2^{AV} = \pi_2^{NL} \Rightarrow (1-d) * \frac{(a-c)^2}{b(3-d)^2} = \frac{(a-2c)^2}{9b}$$

$$\pi_{1\,TOT}^{AV} = (a - q_1 - q_2 - c + \varepsilon) * q_1 + d * (a - q_1 - q_2 - c + \varepsilon) * q_2$$

$$\pi_{2\,TOT}^{AV} = (1-d) * \frac{(a-c)^2}{b(3-d)^2}$$

**Conclusioni:**

- Il social welfare e il surplus del consumatore sono maggiori nel caso di licenza per unit royalty rispetto al caso ad valorem royalty.
- Il social welfare e il surplus del consumatore sono minore nel caso di licenza ad valorem royalty rispetto al caso di no licensing.
- L'impresa 1 preferisce dare in licenza un'innovazione non drastica per mezzo di royalty ad valorem (d) anziché attraverso royalty per unit (r).

***Commitment of no production:*** L'impresa 1 innova e brevetta ma si assume l'impegno di non produrre mentre la seconda impresa produrrà tutta la quantità immessa sul mercato.

$$c_1 = 0$$

$$c_2 = c$$

- ***Innovazione non drastica:*** c $< \frac{1}{2}$

Per l'impresa 1 è ottimale offrire un contratto di royalty dove la royalty è pari alla riduzione di costo.

$$\pi_1^{R*} = \frac{1 + 5c - 5c^2}{9}$$

- ***No production***: l'impresa 1 fa un'offerta all'impresa 2, impegnandosi a non produrre.

$$\pi_2^{NP} = (p - r) * q_2^{NP} - F = (q_2^{NP})^2 - F$$

$$q_2^{NP} = \frac{1 - r}{2}$$

Se l'impresa 2 rifiuta il commitment of no production, avrà profitti di no licensing: $\pi_2^{NL} = \frac{(1-2c)^2}{9}$

Vincolo di partecipazione: $\pi_2^{NP} \geq \pi_2^{NL}$

$$\pi_1^{NP} = rq_2^{NP} + F$$

Derivando i profitti dell'impresa 1 si ottiene r: $-\frac{r}{2} < 0$

L'impresa 1 fisserà $r^* = 0$

$$\Rightarrow F^* = \frac{5 + 16c - 16c^2}{36}$$

$$\Rightarrow \pi_1^{NP*} = F^*$$

$$\pi_1^{NP*} - \pi_1^{R*} = \frac{(1 - c)^2}{36} > 0$$

Vale sempre che **c** $< \frac{1}{2}$ che è la condizione di no drastic innovation.

***Cross licensing:*** Un accordo di licenza incrociata è un accordo tra due o più imprese in cui ciascuna parte concede i diritti di proprietà intellettuale alle altre.

Il cross licensing permette di avvicinarsi o raggiungere la situazione di monopolio.

- ***Le imprese non colludono***: l'impresa 1 detiene il brevetto e lo dà in licenza all'impresa 2 in cambio di una royalty.

| | Impresa 1 (innovatrice) | Impresa 2 |
|---|---|---|
| Profitto | $\pi_1 = p * q_1 + R * q_2$ | $\pi_2 = p * q_2 - R * q_2$ |
| Quantità | $\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 0$ | $\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 0$ |
| L'impresa 1 deve determinare il valore della royalty (R) e quindi va a sostituire $q_1$ *e* $q_2$ nella funzione di profitto. | | |
| Si fa la derivata del profitto per l'impresa 1 rispetto ad R e si trova il valore della roaylty: $\frac{\partial \pi_1}{\partial R} = 0$ | | |

- ***Cross licensing***: le imprese si scambiano i brevetti al fine di produrre un bene costituito da due moduli. L'impresa 1 dà in licenza il primo modulo all'impresa 2 facendole pagare una royalty pari a $R_1$ e, analogamente, l'impresa 2 dà in licenza il secondo modulo all'impresa 1 facendole pagare una royalty pari a $R_2$.

| | Impresa 1 | Impresa 2 |
|---|---|---|
| Prezzo | $P = a - Q = a - q_1 - q_2$ | |
| Profitto | $\pi_1 = (P - c - r_2) * q_1 + r_1 * q_2$ | $\pi_2 = (P - c - r_1) * q_2 + r_2 * q_1$ |
| Quantità | $\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 0$ | $\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 0$ |
| Quantità di equilibrio | $\begin{cases} \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 0 \\ \frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 0 \end{cases}$ | |
| Si sostituiscono le quantità trovare nei profitti delle due imprese $\pi_1$ e $\pi_2$ così da poter massimizzare rispetto a $R_1$ e $R_2$ e trovare i valori delle royalty fatte pagare. | | |
| Royalty | $\frac{\partial \pi_1}{\partial R_1} = 0$ | $\frac{\partial \pi_2}{\partial R_2} = 0$ |

Se le royalty applicate dalle due imprese sono uguali, $R_1 = R_2$, allora i profitti e le quantità delle due imprese saranno uguali. In questo caso, non specifico $R_1$ e $R_2$ ma lascio un generico $R$. Così facendo avremo che $\frac{\partial \pi_1}{\partial R} = \frac{\partial \pi_2}{\partial R}$.