

ESERCIZI ECONOMIA - Mod. Svs

CAPITALIZZAZIONE COMPOSTA

1) Qual'è il montante in c.c. di 10€ per 3 anni al tasso del 3,5% annuo?

$$FV = 10(1,035)^3 = 10 \cdot (1,108) \rightarrow 11,08$$

2) Trovare il valore attuale in $t=0$ di 16€ in $t=3$ ottenuto in c.c. al tasso annuo di interesse del 4%.

$$FV = PV(1+i)^n$$

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n} = FV \left(\frac{1}{1+i} \right)^n$$

$$\rightarrow 16 \cdot \left(\frac{1}{1,04} \right)^3 = 16(0,88) = 14,22 \text{ €}$$

3) Supponiamo di investire in c.c. per 4 anni 10000€. Alla scadenza otterremo 12544€. A quale tasso ho investito i miei soldi?

$$12544 = 10000(1+i)^4$$

$$\rightarrow \frac{12544}{10000} = 10000(1+i)^4 \rightarrow 1,2544 = (1+i)^4$$

$$\rightarrow (1,2544)^{1/4} = [(1+i)^4]^{1/4} \rightarrow 1,058 - 1 = i \rightarrow 0,058 [5,8\%]$$

4) Supponiamo di effettuare la seguente operazione finanziaria a $t=0$. Investo 15000€ al 10% annuo. Alla scadenza ricevo 26576,91€. Quanto dura l'operazione finanziaria supponendo di essere in c.c.?

$$26576,91 = 15000(1,10)^n$$

$$\frac{26576,91}{15000} = (1,10)^n \rightarrow 1,77 = (1,10)^n \rightarrow \ln 1,77 = \ln(1,10)$$

$$\rightarrow n = \frac{\ln 1,77}{\ln 1,10} = \frac{0,57}{0,09} = 6,33 \sim 6 \text{ anni}$$

$$0,33 \cdot 12 = x \cdot 12 \rightarrow x = 0,33 \cdot 12 = 4 \text{ mesi}$$

$\rightarrow 6 \text{ anni e } 4 \text{ mesi}$

5) Una banca ti presta oggi 1000 €. Dovrai restituire 2000 € tra 9 anni.
 Qual è il tasso d'interesse che stai applicando?

$$2000 = 1000(1+i)^9 \rightarrow \frac{2000}{1000} = 1000(1+i)^9 \rightarrow 2 = (1+i)^9$$

$$\rightarrow (2)^{1/9} = [(1+i)^9]^{1/9} \rightarrow 1,080 - 1 = i \rightarrow i = 0,08 [8\%]$$

6) Supponiamo di investire 10 € per 3 anni e mezzo al tasso effettivo di interesse annuo del 4,5%. Quanto otterremo alla scadenza?

$$FV = PV(1+i)^n \rightarrow 10(1,045)^{3,5} \rightarrow 10 \cdot (1,166) = 11,66$$

ESERCIZI DI ECONOMIA - Mod. Susi

- RICERCA NUMERO RATE -

1) Una persona versa presso una banca annualmente la somma di 118 €. Il montante, calcolato all'atto dell'ultimo versamento e al tasso del 5%, è di 1484,19 €. Determinare il numero delle rate versate.

$$FVA = A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$i \cdot \frac{FVA}{A} = \frac{(1+i)^n - 1}{x} \cdot x \rightarrow \left(i \cdot \frac{FVA}{A} \right) + 1 = (1+i)^n$$

$$\ln(x) = \ln(x)^n \rightarrow \ln(x^n) = n \ln x$$

$$\ln \left[1 + \left(i \cdot \frac{FVA}{A} \right) \right] = n \cdot \ln(1+i)$$

$$\ln(1+i)$$

$$\rightarrow 1484,19 = 118 \left[\frac{(1,05)^n - 1}{0,05} \right] \rightarrow 0,05 \cdot \frac{1484,19}{118} = \frac{(1,05)^n - 1}{0,05}$$

$$\rightarrow 1 + \left(0,05 \cdot \frac{1484,19}{118} \right) = (1,05)^n$$

$$\rightarrow 1,628 = 1,05^n$$

$$\rightarrow \ln(1,628) = n \cdot \ln(1,05) \rightarrow n = \frac{\ln(1,628)}{\ln(1,05)} = \frac{0,4873}{0,0487} = 10 \text{ anni}$$

2) Supponiamo di voler prendere in prestito 10.000 € e si voglia rimborsare questo prestito con rate annue costanti pari a 2500 € al tasso annuo di interesse del 15%. Quali sono n?

$$PVA = A \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right] \rightarrow 10000 = 2500 \cdot \left[\frac{1 - \frac{1}{(1,15)^n}}{0,15} \right]$$

$$= 0,15 \cdot \frac{10000}{2500} = \frac{1 - \frac{1}{(1,15)^n}}{0,15}$$

$$= 0,15 \cdot 4 = 1 - \frac{1}{(1,15)^n} \rightarrow (0,15 \cdot 4) - 1 = - \frac{1}{(1,15)^n}$$

$$= 1 - (0,15 \cdot 4) = \frac{1}{(1,15)^n} \rightarrow (1,15)^n = \frac{1}{1 - (0,15 \cdot 4)} \rightarrow n \cdot \ln(1,15) = \ln \left(\frac{1}{1 - (0,15 \cdot 4)} \right)$$

$$\mu = \frac{0,9168}{0,13976} = 6,55 \text{ anni}$$

$$0,5 : 1 = x : 12$$

$$\frac{0,5 \cdot 12}{1} = 6,00$$

$$0,48 : 1 = x : 30$$

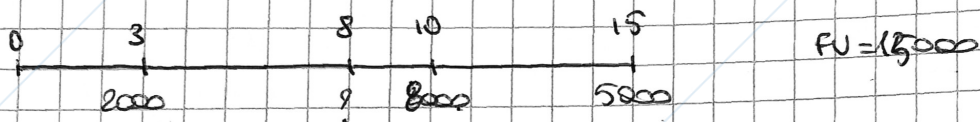
$$\frac{0,48 \cdot 30}{1} = 14$$

6 anni, 6 mesi e
14 gg

ESERCIZI DI ECONOMIA - Mod. Susi

- RENDITE -

2) Devo riscuotere 2000 € fra 3 anni, 8000 € fra 10 anni e 5000 € fra 15 anni. Cedo tali diritti ad una persona che si impegna a farmi un unico pagamento fra 8 anni. Quali sono l'importo del pagamento unico se convergo ad una tasso effettivo annuo di interesse del 16%?



$$FV = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$PV_A = \frac{2000}{(1.16)^3} + \frac{8000}{(1.16)^{10}} + \frac{5000}{(1.16)^{15}} = 1281,31 + 183,96 + 539,63 = 3634,9 \text{ €}$$

$$FV = PV (1.16)^8 = 3634,9 (1.16)^8 = 11915,07 \text{ €}$$

3) Calcolare il valore attuale e il montante di una rendite immediata posticipata di 6 rate costanti di 10 € al tasso di interesse annuo del 11%.

$$FV = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \rightarrow 10 \cdot \left[\frac{(1.11)^6 - 1}{0.11} \right] = 79,12 \text{ € (montante)}$$

$$PVA = 10 \cdot \left[\frac{1 - \frac{1}{(1.11)^6}}{0.11} \right] = 42,30 \text{ € (valore attuale)}$$

4) Calcolare quale versamento annuo (posticipato) per 5 anni potrà ad accumulare un capitale di 8500 €, se il tasso d'interesse è il 7,5% annuo.

$$FVA = \frac{i}{(1+i)^n - 1} = A$$

$$8500 \frac{0,075}{(1,075)^5 - 1} = A \rightarrow 1465,5 \text{ €}$$

ESERCIZI ECONOMIA - Mod. Sus.

- TASSI EQUIVALENTI -

1) Prendo in prestito da una banca 1 milione. lo restoro assieme agli interessi tra 1 anno e mezzo. È più conveniente per me che la banca calcoli gli interessi:

- a) al tasso di interesse semestrale del 5%.
 b) al tasso nominale annuo convertibile bimestralmente del 12%.

$$i = 5\%$$

$$PV = 1000000$$

$$n = 1,5$$

$$a) FV_3 = 1000000 (1 + 0,05)^{1,5 \cdot 2} = 1000000 (1,576) = \underline{1157625}$$

↳ bimestri (12/6 = 2)
 ↑
 12/m → 12/6 = 2 → i sem = 2%
 conveniente

$$b) FV_3 = 1000000 (1 + 0,02)^9 = 1000000 (1,1950) = 1195100$$

2) In c.c. il mantante è di 2178€ dopo 3 anni e 4 mesi, e' pari a 2600€. Calcolare:

- a) il tasso effettivo annuo di interesse
 b) il tasso annuo convertibile semestralmente

(quadrimestrale) $2600 = 2178 (1 + i_{quad})^{10}$ → periodi (10 quadrimestri)

$$FV = PV(1+i)^n$$

$$\rightarrow \frac{2600}{2178} = (1 + i_{quad})^{10} \rightarrow 1,1937 = (1 + i_{quad})^{10}$$

$$\rightarrow 1,1937^{1/10} = (1 + i_{quad})^{10 \cdot \frac{1}{10}} \rightarrow 1,01786 = 1 + i_{quad}$$

$$\rightarrow 1,01786 - 1 = i_{quad}$$

$$[i_{quad} = 0,01786 \sim 1,78\%]$$

3,4 → quad (10 quadrimestri)

$$i_2 = (1 + i_{quad})^3 - 1 \rightarrow i_2 = (1 + 0,0178)^3 - 1 \rightarrow 5,43\% \quad \left(\begin{array}{l} \text{tasso effettivo} \\ \text{annuo (solo 3 anni)} \end{array} \right)$$

$$i_{quad} = 1,78\%$$

$$i_{annuale} = 5,43\%$$

$$i_{0,5ann} = i_2 : 2 = 5,43\% : 2 = 2,7\%$$

3) Le rate sono calcolate all'anno in cui scade l'ultima rata, di una rendita quadrimestrale di durata 5 anni, calcolata al 6,75% annuo e di 6803,183 €. Calcola la rata quadrimestrale.

$$M = 6803,183 \text{ €}$$

$$i = 6,75\%$$

$$n = 5 \text{ anni} \rightarrow 60 \text{ mesi} \rightarrow 60 : 4 = 15$$

1 anno \rightarrow i quadrimestrali $\rightarrow (1+i \text{ anno})^{\frac{1}{3}}$

$\frac{1}{3}$ di un anno
 \downarrow
 $12 : 3 = 4$
 \rightarrow 1 quadrimestre

$$\rightarrow (1 + 6,75\%)^{\frac{1}{3}} - 1$$

$$\rightarrow (1,0675)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0,022 \sim 2,2\%$$

$$FVA = A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \rightarrow 6803,183 = A \left[\frac{(1+0,022)^5 - 1}{0,022} \right]$$

$$\rightarrow A = 6803,183 \cdot \left[\frac{0,022}{(1,022)^5 - 1} \right] = 387,74 \text{ €}$$

4) Calcolare quale versamento semestrale (post.) per 5 anni porta ad accumulare un capitale di 8500 €, e il tasso d'interesse e' di 7,5% annuo.

$$M = 8500 \text{ €}$$

$$i = 7,5\%$$

$$n = 5 \text{ anni}$$

1 anno \rightarrow i semestrali $\rightarrow (1+i \text{ anno})^{\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{2}$ di un anno
 \downarrow
 $12 : 2 = 6$
 \rightarrow 1 semestre

$$\rightarrow (1 + 7,5\%)^{\frac{1}{2}} - 1 \rightarrow (1,075)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,036 \sim 3,6\%$$

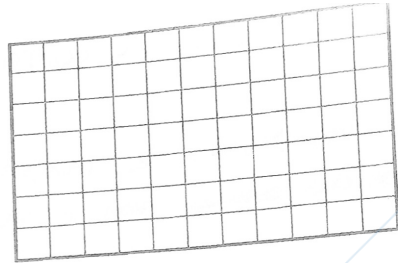
$$FVA = A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \rightarrow 8500 = A \left[\frac{(1+0,036)^{10} - 1}{0,036} \right] =$$

$$\rightarrow A = 8500 \cdot \left[\frac{0,036}{(1,036)^{10} - 1} \right] = 721,20 \text{ €}$$

1 anno = 2 semestri
 \downarrow
 5 anni = 10 semestri



AVIOREC SRL
 Loc. Paduni snc - 03012 Anagni (Fr)
 Tel. +39 0775.772219
 P.Iva 02458760606
 www.aviorec.com



ESERCIZI ECONOMIA - Mod. Susi

- VAN e TIR -

Un'impresa sta valutando se intraprendere o no 2 progetti con le seguenti caratteristiche:

- Prog. A: investimento iniziale = 1309,72 € $k = 5\%$ $n = 5$ $CF = 400$
- Prog. B: investimento iniziale = 2059,84 € $k = 5\%$ $n = 5$ $CF = 600$

- determinare le VAN e TIR di entrambi
- descrivere le conseguenti scelte dell'azienda x entrambi i progetti (accetta / rifiuta)
- immagino che i progetti siano reciprocamente esclusivi, l'azienda in compenso ha lo 0 esista un progetto necessariamente migliore dell'altro?

a) PROGETTO A:

$I_0 = 1309,72 \text{ €}$
 $k = 5\%$
 $n = 5$
 $CF = 400$

(prendo la tab PVIFA)
 per il $n = 5$ e 5%
 corrisponde il
 valore di 4,3295

$P_0 = 4,3295$
 $\rightarrow 400 \times 4,3295 = 1731,79$

$VAN_A = 1731,79 - I_0 = 1731,79 - 1309,72 =$
 $= 422,07 \text{ €}$

PROGETTO B:

$I_0 = 2059,84 \text{ €}$
 $k = 5\%$
 $n = 5$
 $CF = 600$

$P_0 = 4,3295$
 $\rightarrow 600 \times 4,3295 = 2597,7$

$VAN_B = 2597,7 - 2059,84 = 537,86 \text{ €}$

i due progetti vanno bene perché i due VAN sono > 0 .

$TIR_A = \frac{I_0}{CF} = \frac{1309,72}{400} = 3,2743 \rightarrow PVIFA$
 corrisponde sulla tabella al tasso del 16%.

$TIR_B = \frac{I_0}{CF} = \frac{2059,84}{600} = 3,4330 \rightarrow TIR_B$
 corrisponde al 14%.

b) posso decidere se fare A o B o entrambi, se $VAN_A > 0$, se $TIR = 16\%$ ed è maggiore $k (5\%)$ accetta.

$VAN_A > 0$
 $TIR_A > k$ } accetta A

$VAN_B > 0$
 $TIR_B > k$ } accetta B

c) In questo caso abbiamo che se $VANA < VANB$ ma $TMA > TMB \rightarrow$ i due progetti sono in conflitto perché non esiste necessariamente una scelta migliore

[se $VANA > VANB$ e $TMA > TMB$ allora A era meglio di B
perché aveva VAN e $TM > B$]

AVIOREC
COMPOSITES

AVIOREC SRL
Loc. Paduni snc - 03012 Anagni (Fr)
Tel. +39 0775.772219
P.Iva 02458760606
www.aviorec.com

ESERCIZI ECONOMIA - Mod. Svs:

- BREAK EVEN POINT -

Un'azienda produce saponi determinando che il costo totale (in migliaia di euro) per produrre "x" tonnellate di saponi è pari a:

$$CT = 400 + 2x$$

mentre il Ricavo totale (in migliaia di euro) delle vendite di "x" tonnellate di saponi è pari a:

$$RT = 4x$$

Determinare:

- a) Break even point per la quantità (Q_{opBE})
b) Break even point per la vendita (V_{opBE})

costo totale

$$CT = 400 + 2x$$

quantità

costi fissi (CF)

costo unitario di quantità

$$\rightarrow CT = 400 + 2x \rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{-400}{2} = \boxed{x = 200}$$

quantità

RT = 4x

prezzo

$$\rightarrow 4 \cdot 200 = \boxed{800 \text{ RT}}$$

a) $Q_{opBE} = \frac{CF}{P - V} = \frac{400}{4 - 2} = \frac{400}{2} = 200$ quantità

prezzo

costo unitario di x quantità (x)

b) $V_{opBE} = \frac{CF}{1 - \left(\frac{V}{P}\right)} = \frac{400}{1 - \left(\frac{2}{4}\right)} = 800$ vendite

- PIANO DI AMMORTAMENTO AUA FRANCESE -

Un debito di 6000 € contratto al 5% è stato ammortizzato in 25 rate costanti annue (piano di ammortamento alla francese). Trovare il debito residuo dopo la sesta rate.

$DR = 6000 \text{ €}$

$i = 5\%$

$n = 25$

$DR_6 = ?$

ANNO	Q_i	Q_c	DR	ANNUALITA'
1	300	125,71	5874,29	425,71
2	283,71	132	5742,29	"
3	284,11	138,6	5603,89	"
4	280,18	145,53	5458,16	"
5	272,90	152,81	5305,35	"
6	265,26	160,45	5144,9	"

- vedo nelle Tabelle 1/PVIFA

- dalla tab. noto che per $i = 5\%$, 25 anni, paga annualità di 425,71 €

- mi calcolo l'interesse (che si calcola sul DR dell'anno precedente)
→ il DR alla fine del primo anno sarà 6000 €

$Q_i = 5\% \text{ di } 6000 \text{ €} = (6000 \times 5\%) = 300$

$Q_c = \text{ANNUALITA'} - Q_i = 125,71 \text{ €}$

$DR = 6000 - Q_c = 5874,29 \text{ €}$