

## Esercitazione 9

1) L'impresa  $A$  ha costi marginali pari a  $c_A$ , mentre l'impresa  $B$  ha costi marginali pari a  $c_B$ , con  $c_A < c_B$ . La domanda di mercato è  $Q(p)$ . Le due imprese competono a la Bertrand. Si calcoli il prezzo di equilibrio e i profitti di equilibrio.

*Soluzione:* Il prezzo di equilibrio è  $c_B$ . L'impresa  $B$  ottiene profitti pari a 0. L'impresa  $A$  ottiene profitti pari a  $\Pi_A = (c_B - c_A)Q(c_B)$ .

2) Due imprese operano in duopolio e competono sulla quantità. Le funzioni di costo sono definite da  $C_A = 400q_A$  e  $C_B = 400q_B$ , rispettivamente per l'impresa  $A$  e per l'impresa  $B$ . La funzione di domanda di mercato è pari a  $P = 700 - Q$ .

a) Calcolate il prezzo di equilibrio.

Le due imprese decidono di fondersi. I costi dell'impresa che nasce dalla fusione di  $A$  e  $B$  sono  $C = 400Q$ .

b) Calcolate il nuovo prezzo di equilibrio e il surplus totale.

c) Di quanto aumenta/diminuisce il surplus totale rispetto alla situazione di partenza?

*Soluzione:*

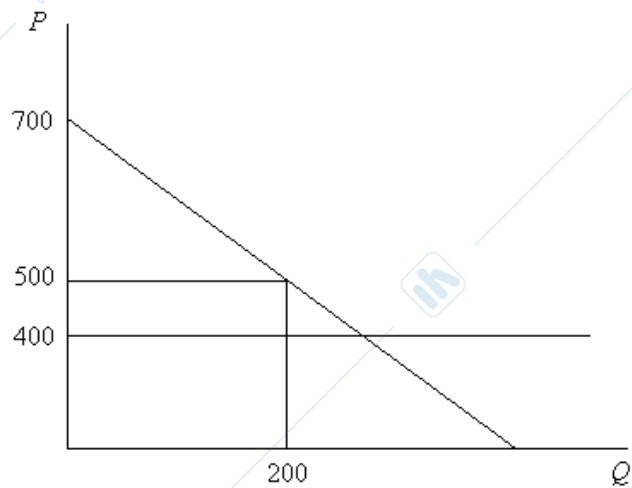
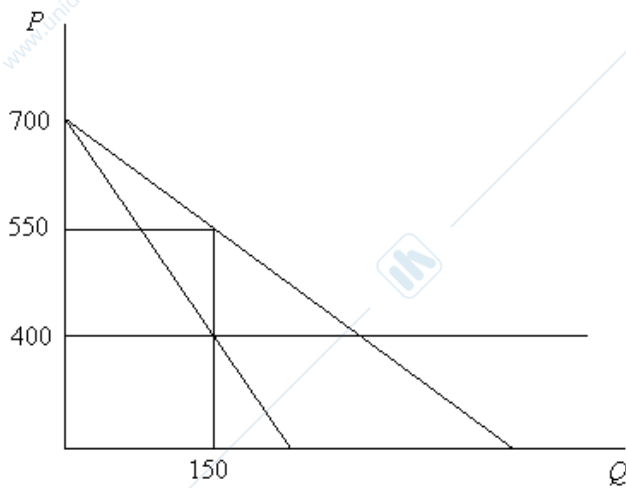
$$a) \begin{cases} MR_A = MC_A \\ MR_B = MC_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 700 - 2q_A - q_B = 400 \\ 700 - 2q_B - q_A = 400 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q_A = 150 - q_B / 2 \\ q_B = 150 - q_A / 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow q_A^* = q_B^* = 100 \text{ e } P^* = 500$$

$$b) MR = MC \rightarrow 700 - 2Q = 400 \rightarrow Q^* = 150 \text{ e } P^* = 550$$

$$\text{Il surplus totale è: } \frac{(300 + 150) \times 150}{2} = 33750 .$$

$$c) \text{ Il surplus totale è: } \frac{(300 + 100) \times 200}{2} = 40000 . \text{ Il surplus quindi è diminuito di } 6250 .$$



3) Su una spiaggia due soli chioschi adiacenti, A e B, vendono lo stesso bene, il gelato. I consumatori, date la vicinanza e l'uguaglianza del prodotto, considerano il bene omogeneo.

a) Nell'ipotesi di costi marginali nulli e di concorrenza tramite il prezzo, determinate il prezzo di equilibrio a cui ciascun chiosco venderà i gelati e il suo profitto.

b) Se un provvedimento stabilisse che per garantire un miglior servizio alla clientela i due chioschi devono essere distanziati e collocati ai poli opposti della spiaggia, per i consumatori il gelato perderebbe la caratteristica di bene omogeneo. Ognuno preferirà acquistare da uno o dall'altro a seconda della distanza da percorrere. Se la domanda per il gelato venduto dal chiosco A diventa ora:  $D_A = 1 - p_A + p_B$  e quella del chiosco B:  $D_B = 1 - p_B + p_A$ , quale sarà l'equilibrio di Nash nei prezzi e i profitti di equilibrio per ciascuna impresa?

*Soluzione*

$$a) p_A = p_B = 0 \rightarrow \Pi_A = \Pi_B = 0$$

$$b) \Pi_A = (1 - p_A + p_B)p_A; \Pi_B = (1 - p_B + p_A)p_B$$

Funzioni di reazione:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi_A}{\partial p_A} = 0 \\ \frac{\partial \Pi_B}{\partial p_B} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1 - 2p_A + p_B = 0 \\ 1 - 2p_B + p_A = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p_A = \frac{1 + p_B}{2} \\ p_B = \frac{1 + p_A}{2} \end{cases} \rightarrow p_A^* = p_B^* = 1$$

Profitti di equilibrio:  $\Pi_A^* = (1 - p_A + p_B)p_A = 1 = \Pi_B^*$ . La differenziazione del prodotto permette alle imprese di limitare la concorrenza e di ottenere un profitto positivo.

4) Due imprese, l'impresa  $A$  e l'impresa  $B$ , sono le uniche imprese operanti sul mercato. Per entrambe i costi medi e marginali sono costanti e pari a 10. La domanda di mercato è:  $X = 400 - 10p$ , dove  $X$  è la quantità complessivamente domandata sul mercato.

a) Si scriva e si rappresenti in un grafico la funzione di domanda residuale di  $B$  nell'ipotesi che  $A$  produca  $\bar{x}_A$  e che le due imprese competano sulla quantità.

b) Si calcolino le quantità prodotte dalle due imprese, il prezzo di mercato e il profitto delle due imprese in equilibrio.

Si ipotizzi ora che per contrastare un potenziale entrante, l'impresa  $E$ , le due imprese coordinino le proprie azioni. L'impresa  $E$  ha costi di produzione identici a quelli che  $A$  e  $B$ , e le condizioni di domanda non cambiano.  $A+B$  possono decidere di assumere un comportamento aggressivo o passivo nei confronti dell'impresa  $E$ . Nella seguente tabella sono riassunti i profitti di  $A+B$  e di  $E$  nei vari casi possibili.

Azione di $A+B$	Azione di $E$	Profitti di $A+B$	Profitti di $E$
Aggressiva	Entra	0	Negativi
Aggressiva	Non entra	1125	0
Passiva	Entra	1000	1000
Passiva	Non entra	2250	0

c) Si costruisca l'albero del gioco nell'ipotesi che  $A+B$  scelgano quale azione compiere prima che  $E$  decida se entrare o no. Qual è l'equilibrio in questo gioco?

d) Come si modifica la soluzione del gioco se  $E$  non sa, prima di entrare, quale azione ha scelto  $A+B$ ?

*Soluzione*

a) L'espressione della funzione di domanda residuale dell'impresa  $B$  è:

$$x_B = X - \bar{x}_A = 400 - \bar{x}_A - 10p$$

b) Inversa della funzione di domanda:  $p = 40 - \frac{1}{10}(x_A + x_B)$ .

Profitti di  $A$ :

$$\Pi_A = \left(40 - \frac{x_A + x_B}{10} - 10\right)x_A$$

Funzione di reazione di  $A$ :

$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial x_A} = 30 - \frac{x_A}{10} - \frac{x_B}{10} - \frac{x_A}{10} = 30 - \frac{x_A}{5} - \frac{x_B}{10} = 0 \rightarrow x_A = 150 - \frac{x_B}{2}$$

La funzione di reazione di  $B$  è simmetrica:  $x_B = 150 - \frac{x_A}{2}$

Quantità di equilibrio:  $x_A = 150 - \frac{x_A}{2} \rightarrow x_A^* = x_B^* = 100$

Prezzo di equilibrio:  $p^* = 40 - \frac{1}{10}(100 + 100) = 20$

Profitti di equilibrio:  $\Pi_A^* = \Pi_B^* = (p^* - c)q_A^* = (20 - 10)100 = 1000$

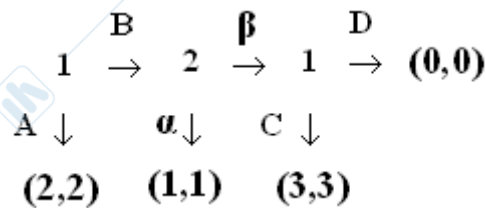
c) Nell'equilibrio le strategie sono:  $A+B$  assumono un atteggiamento aggressivo (A); l'impresa  $E$  non entra se  $A+B$  assumono un atteggiamento aggressivo, entra se passivo: (NE;E).

d)

$E$	entra	non entra
$A+B$		
aggressivo	(0; <0)	(1125; 0)
passivo	(1000; 1000)	(2250; 0)

L'equilibrio di Nash è ora:  $A+B$  assumono un atteggiamento passivo (si noti che questa è diventata strategia dominante per  $A+B$ ) l'impresa  $E$  entra.

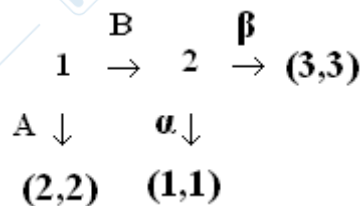
5) Si consideri il seguente gioco con informazione perfetta:



Si determinino gli equilibri perfetti nei sottogiochi.

Soluzione

Per calcolare l'equilibrio perfetto nei sottogiochi procediamo con induzione a ritroso. Nell'ultimo stadio il valore di C per il giocatore 1 è 3, mentre il valore di D per lo stesso giocatore è 0. Quindi 1 sceglie C:



Nel secondo stadio del gioco, il valore di alfa per il giocatore 2 è 1, mentre il valore di beta per lo stesso giocatore è 3. Quindi 2 sceglie beta:

$$\begin{array}{c}
 \text{B} \\
 1 \rightarrow (3,3) \\
 \text{A} \downarrow \\
 (2,2)
 \end{array}$$

Infine, nel primo stadio del gioco, il giocatore 1 sceglie B, che gli assicura un payoff maggiore di A (3 invece di 2). Quindi, l'unico equilibrio perfetto nei sottogiochi è:  $((BC), \beta \text{ se } B)$ .

**6) Si consideri il seguente gioco**

1 \ 2	C	D
A	(10; 5)	(1; 7)
B	(7; 10)	(0; 7)

**a) Si assuma che il giocatore 1 giochi per primo. Rappresentate il gioco in forma estesa e calcolate l'equilibrio perfetto nei sottogiochi.**

**b) Ripetete l'esercizio nel caso in cui sia il giocatore 2 a giocare per primo.**

*Soluzione:*

Si vedano i grafici mostrati a esercitazione. Gli equilibri sono:

a) SPNE=[(B; D,C)]

b) SPNE=[(D; A,A)]

**7) A Milano, Cattolica e Bocconi sono in competizione tra loro nel campo della ricerca economica. In concorrenza perfetta, i profitti derivanti dalla ricerca sono pari a  $\pi=20$  per Cattolica e  $\pi=10$  per la Bocconi. Attraverso la cooperazione tra università, i due atenei sono in grado di ottenere un profitto pari a  $\pi=50$  ciascuno. Nel caso in cui una delle due università deviasse dall'accordo di cooperazione, tale ateneo otterrebbe un profitto pari a  $\pi=100$ , mentre l'altro otterrebbe un profitto uguale a quello previsto in concorrenza perfetta. Si trovi l'equilibrio di Nash nei seguenti casi: i) gioco statico ripetuto una sola volta (mostrando la tabella di output in forma normale); ii) gioco dinamico ripetuto infinitamente.**

*Soluzione***i)**

	Unibocconi	Non coopera (NC)	Coopera (C)
Unicatt			
Non coopera (NC)		(20; 10)	(100; 10)
Coopera (C)		(20; 100)	(50; 50)

Come si evince dalla tabella, nel gioco statico, ci sarebbero 3 equilibri di Nash

$$NE = [(NC, NC), (C, NC), (NC, C)]$$

L'accordo tra università non sarebbe quindi sostenibile.

**ii)**

Nel caso di gioco in forma dinamica avremmo due incentivi diversi per Bocconi e Cattolica a partecipare all'accordo tra università. La Cattolica parteciperebbe all'accordo se e solo se:

$$50/(1-\delta) > 100 + 20\delta/(1-\delta)$$

Che equivale a

$$\delta > (100-50)/(100-20)$$

$$\delta > 5/8$$

Diversamente, la Bocconi parteciperebbe all'accordo se e solo se:

$$50/(1-\delta) > 100 + 10\delta/(1-\delta)$$

Che equivale a

$$\delta > (100-50)/(100-10)$$

$$\delta > 5/9$$

L'accordo di cooperazione è quindi stabile se  $\delta > 5/8$  (ovvero vale il vincolo più stringente).